



义务教育教科书
(五·四学制)

数学

六年级 上册

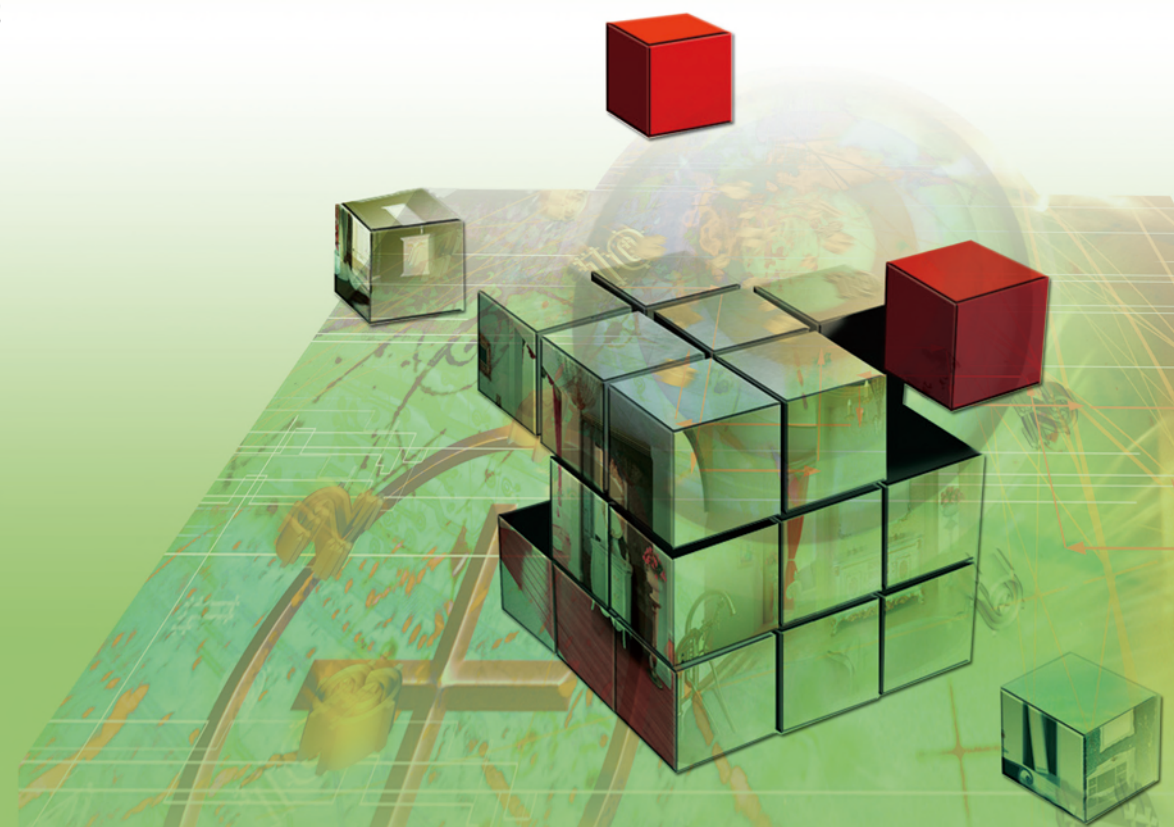
义务教育教科书(五·四学制)

数
学

六
年
级
上
册

义务教育教科书(五·四学制)

责任编辑：孙金栋
封面设计：武 斌
王 琦
丽 子



绿色印刷产品

义务教育教科书(五·四学制) 数学 六年级 上册
价格批准文号：鲁发改价格核(2021)607007
举报电话：12345



山东教育出版社

山东教育出版社



义务教育教科书

数学

六年级 上册



山东教育出版社

YIWU JIAOYU JIAOKESHU (WU · SI XUEZHI)

SHUXUE

LIU NIANJI SHANG CE

义务教育教科书（五·四学制）

数学

六年级 上册

*

山东出版传媒股份有限公司

山东教育出版社出版

（济南市市中区二环南路2066号4区1号）

山东新华书店集团有限公司发行

昌邑市新华印刷有限公司印装

*

开本：787毫米×1092毫米 1/16

印张：10.25 字数：205千

定价：9.59元（上光）

ISBN 978-7-5328-7153-7

2012年7月第1版 2021年7月第10次印刷

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究

山东出版传媒股份有限公司教材中心售后服务电话：0531-82098188

走进数学新天地

亲爱的同学：

祝贺你步入了一个新的学习起点，你会越来越走近数学！

你将很快发现：生活中处处都有数学的身影——家庭、教室里许多物体的形状；报刊、电视中呈现的各种数字；生产、消费过程中的各种等量关系……

学习数学会不断遇到惊喜与挑战——在丰富的图形世界里，你会见到许多美丽的图形，从不同的方向还会看到另样的图案；在抽象的“代数”世界里，奇妙的字母 a 既可以帮助你方便地表达无数的研究对象，也会给你带来诸多运算的“烦恼”；在列方程解应用题的世界里，诸多等量关系的寻找会撩起你探索的欲望与激情……

学好数学会让自己变得越来越聪明——学了“整式”和“方程”，你就会解开许多奇妙游戏的谜底，还能够体验一个小魔术师的感受；研究古老的幻方、亲手设计一个“最大”的长方体容器，你会觉得自己越来越有本领，许多以前不会做的事情、不能解的题，现在都能解决了。

你可能曾经因为品尝到成功的喜悦而喜爱数学，因为遭到失败而畏惧数学，甚至因为面临智力的挑战而对数学爱恨交加……事实上，这些都是每一个学习数学的人一定会经历的过程，包括那些成功的数学家。

我们和你一样相信学好数学是需要掌握方法的，你可以尝试着：先自己想一想、做一做，再与同伴议一议，然后读一读教科书，听一听老师的讲解，再试一试解几个问题。

让我们一起走进数学新天地！



目录 MULU

第一章 丰富的图形世界

1 生活中的立体图形	2
2 展开与折叠	9
3 截一个几何体	14
4 从三个方向看物体的形状	17
回顾与思考	20
复习题	20

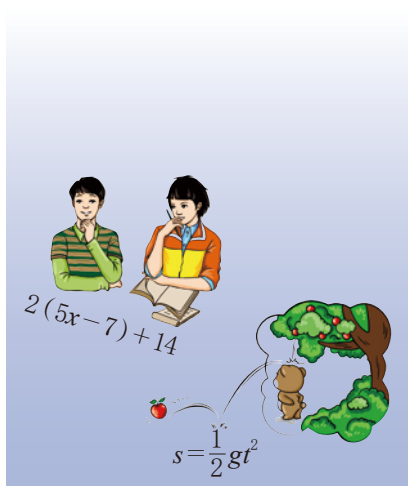


第二章 有理数及其运算

1 有理数	24
2 数轴	28
3 绝对值	31
4 有理数的加法	34
5 有理数的减法	40
6 有理数的加减混合运算	43
7 有理数的乘法	50
8 有理数的除法	56
9 有理数的乘方	59
10 科学记数法	63
11 有理数的混合运算	65
12 近似数	68
13 用计算器进行运算	71



回顾与思考	74
复习题	74



第三章 整式及其加减

1 用字母表示数	80
2 代数式	83
3 整式	90
4 合并同类项	94
5 去括号	99
6 整式的加减	102
7 探索与表达规律	107
回顾与思考	112
复习题	112

综合与实践

制作一个尽可能大的无盖长方体容器···117

第四章 一元一次方程

1 等式与方程	120
2 解一元一次方程	126
3 一元一次方程的应用	134
回顾与思考	148
复习题	148

综合与实践

探寻神奇的幻方

总复习题



第一章 丰富的图形世界

观察周围的世界，你会找到许许多多的图形，它们美化了我们生活的空间。下面的照片是城市一角的街景，你能从中发现哪些熟悉的图形？

生活中有哪些常见的立体图形？将一个正方体的表面沿某些棱剪开，展成一个平面图形，你能得到哪些平面图形？用一个平面去截一个圆锥，截出的面可能是什么形状？

本章你将经历观察、展开与折叠、切截、从不同方向看等活动，认识图形，发展空间观念。

学习目标

- 观察生活中各种各样的“几何体”
- 通过不同的途径认识常见的几何体
- 学会用数学的眼光看待生活中的立体图形
- 经历对图形进行观察、操作等活动，积累处理图形的经验，发展空间观念

1 生活中的立体图形



(1) 在小明的书房中，哪些物体的形状与你学过的正方体、长方体、圆柱、圆锥和球类似？

(2) 请找出上图中与笔筒形状类似的物体。

上图中的物体，如魔方、文具盒、水杯、足球等，各自具有许多性质，如形状、大小、颜色、质量、材料等。一般地，对于一个物体，当只研究它的形状、大小而不考虑其他性质时，就得到一个几何体。几何体简称体 (solid)。

小明书房中与笔筒形状类似的几何体称为棱柱。

下面是一些常见的几何体。

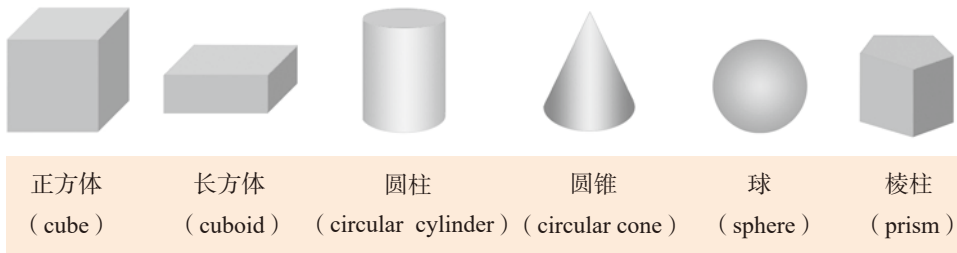


图 1-1

想一想

(1) 六棱柱的顶点、棱、侧面和底面如图1-2所示，指出图1-2中其他棱柱的顶点、棱、侧面和底面。

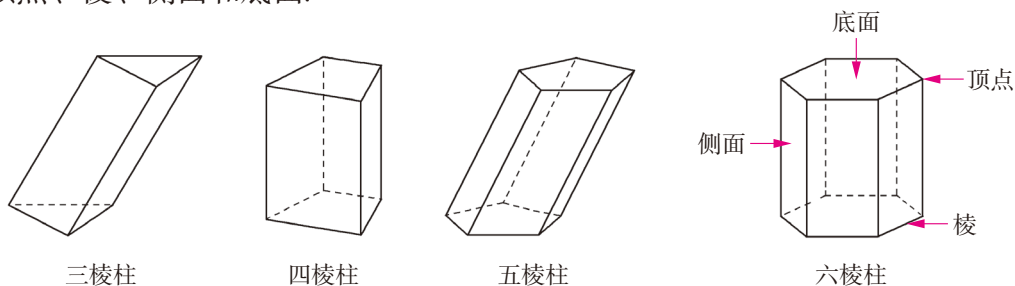


图 1-2

(2) 棱柱的底面、侧面分别有什么特点？

(3) 长方体、正方体是棱柱吗？

在棱柱中，相邻两个面的交线叫做**棱** (edge)。棱柱的上、下底面的形状相同，侧面的形状都是平行四边形。

人们通常根据底面图形的边数将棱柱分为三棱柱、四棱柱、五棱柱、六棱柱……它们底面图形的形状分别为三角形、四边形、五边形、六边形……

长方体、正方体都是四棱柱。

棱柱可以分为直棱柱和斜棱柱（如图1-3）。直棱柱的各个侧面是长方形。本书只讨论直棱柱（简称棱柱）。



图 1-3

议一议

用自己的语言描述棱柱与圆柱的相同点和不同点。

想一想

图1-4中的物体可以近似地看成是由一些常见几何体组合而成的，你能找

出其中常见的几何体吗？你还能举出其他可以近似地看成组合几何体的实物吗？



(1)



(2)



(3)

图 1-4

随堂练习

1. 说一说生活中哪些物体的形状分别类似于棱柱、圆柱、圆锥与球.

2. 请完成下表:

棱柱	面的个数	顶点个数	棱的条数
三棱柱			
四棱柱			

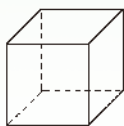
习题 1.1

知识技能

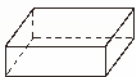
1. 五棱柱、六棱柱各有多少个面？多少个顶点？多少条棱？猜测七棱柱的情形并设法验证你的猜测.

数学理解

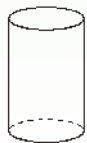
2. 将下列几何体分类，并说明理由.



(1)



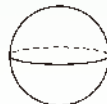
(2)



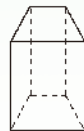
(3)



(4)



(5)



(6)



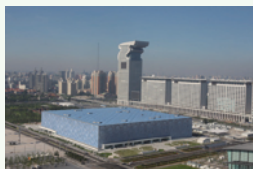
(7)

(第 2 题)

3. 找出下列图片中你熟悉的几何体.



(1)



(2)



(3)



(4)

(第3题)

4. 下列物体可以近似地看成是由什么几何体组成的?



(1)



(2)

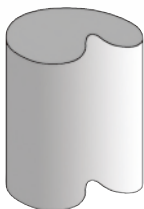


(3)

(第4题)

联系拓广

※5. 圆柱和棱柱有很多相同点, 下面的这个几何体也有这样的相同点吗?



(第5题)

图形是由点 (point)、线 (line)、面 (plane) 构成的. 面与面相交得到线, 线与线相交得到点.

(1) 找出图 1-5 中的点、线、面.

(2) 图 1-5 中的哪些线是直的, 哪些线是曲的? 哪些面是平的, 哪些面是曲的?



(1)



(2)



(3)

图 1-5

议一议

- (1) 如图 1-6, 正方体是由几个面围成的? 圆柱是由几个面围成的? 它们是平的还是曲的?
- (2) 圆柱的侧面和底面相交成几条线? 它们是直的还是曲的?
- (3) 正方体有几个顶点? 经过每个顶点有几条棱? 几个面?



图 1-6

面有平的和曲的. 如果想象将一个平的面向四周无限延展, 就得到了平面.

点、线、面、体及其组合都是几何图形 (geometric figure). 如果一个几何图形上的所有点都在同一个平面内, 那么这样的几何图形是平面图形. 三角形、平行四边形、圆等都是平面图形. 如果一个几何图形上的点不都在同一个平面内, 那么这样的几何图形是立体图形. 棱柱、圆柱、圆锥、球等都是立体图形.

想一想

- (1) 观察图 1-7, 你发现了什么?



(1)



(2)



(3)

图 1-7

点动成 ____, 线动成 ____, ____ 动成体.



- (2) 举出生活中类似以上三幅图的例子.

议一议

- (1) 圆柱可以看做是由哪个平面图形旋转得到的？球体呢？
- (2) 图 1-8 中各个花瓶的表面可以看做由哪个平面图形绕虚线旋转一周而得到？用线连一连.

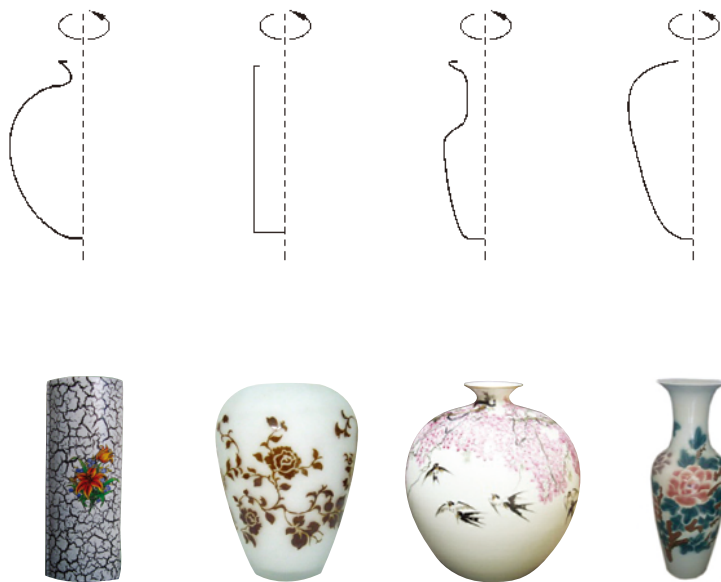
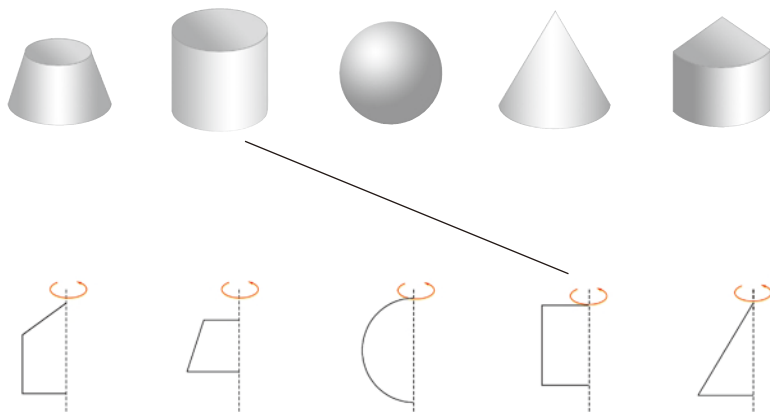


图 1-8

随堂练习

如图，将第二行中的每个图形分别绕虚线旋转一周，便能形成第一行中相应的一个几何体. 用线连一连.



习题 1.2

知识技能

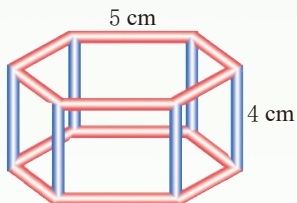
1. 图中的棱柱、圆锥分别是由几个面围成的？它们是平的还是曲的？



(第1题)

2. 一个六棱柱模型如图所示，它的底面边长都是 5 cm，侧棱(相邻两个侧面的交线叫做侧棱)长 4 cm. 观察这个模型，回答下列问题：

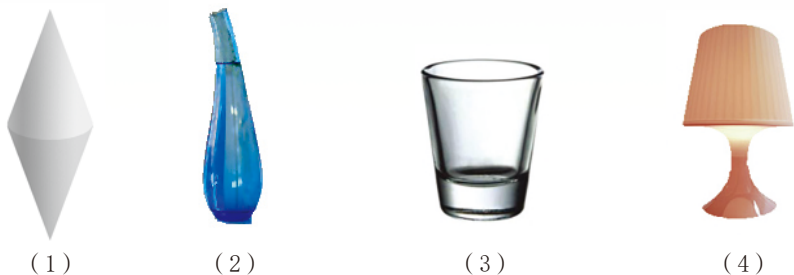
- (1) 这个六棱柱的几个面分别是什么形状？哪些面的形状、大小完全相同？
(2) 这个六棱柱的所有侧面的面积之和是多少？



(第2题)

数学理解

3. 生活中有哪些几何体可以由平面图形旋转得到？你能想象它们是由什么平面图形旋转而成的吗？举例说明。
※4. 下列几何体可以由平面图形绕某一条直线旋转一周得到吗？



(第4题)

2 展开与折叠

在生活中，我们经常见到正方体形状盒子。为了设计和制作的需要，我们应了解正方体盒子展开后的平面图形。

将纸盒完全展开后形状是怎样的？

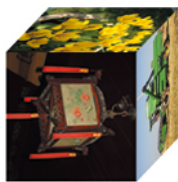


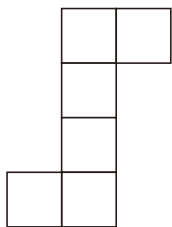
图 1-9



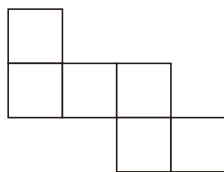
做一做

将一个正方体的表面沿某些棱剪开，展成一个平面图形。

- (1) 你能得到哪些平面图形？把它们画出来，与同伴进行交流。
- (2) 你能得到图 1-10 中的平面图形吗？



(1)



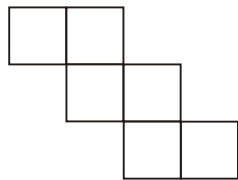
(2)

图 1-10

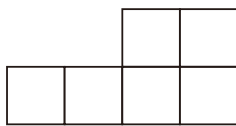


想一想

图 1-11 中的图形经过折叠能否围成一个正方体？



(1)



(2)

图 1-11

议一议

图 1-12 中的图形经过折叠可以围成一个正方体. 折好以后, 与标有数字 1 的面相邻的各个面上的数字分别是什么? 相对的面上的数字是什么? 先想一想, 再具体折一折, 看看你的想法是否正确.

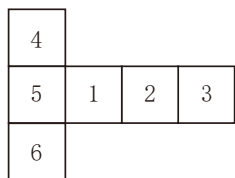
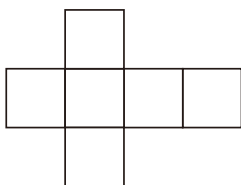


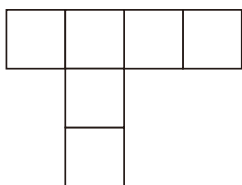
图 1-12

随堂练习

将一个正方体的表面沿某些棱剪开, 能展成下列平面图形吗?



(1)



(2)

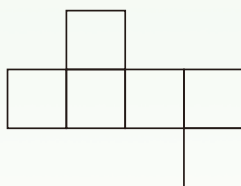


(3)

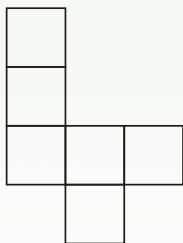
习题 1.3

数学理解

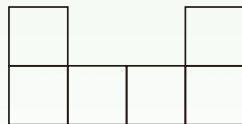
1. 下面哪一个图形经过折叠可以得到正方体?



(1)



(2)

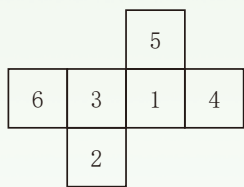


(3)

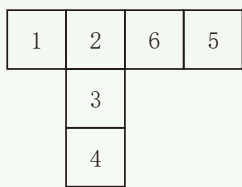
(第 1 题)

问题解决

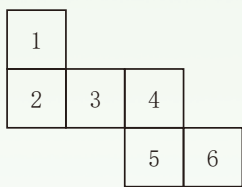
2. 将一个正方体的各个面分别标上数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 并使它的任意两个相对面上的数字之和为 7, 将这个正方体的表面沿某些棱剪开, 能展成下列平面图形吗?



(1)



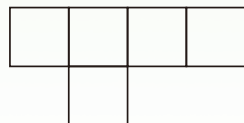
(2)



(3)

(第2题)

3. 在右图中增加一个与某个小正方形相邻的小正方形, 使所得图形经过折叠能够围成一个正方体. 先试一试, 再想一想.

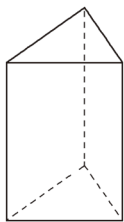


(第3题)

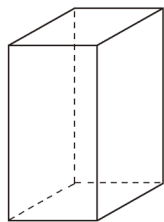
联系拓广

- ※4. 将一个正方体的表面沿某些棱剪开, 展成一个平面图形, 你剪开了几条棱? 与同伴进行交流, 你们的结果是否一致?

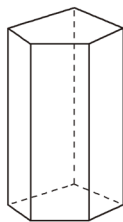
将图 1-13 中的棱柱的表面沿某些棱剪开, 展成一个平面图形, 你能得到哪些形状的平面图形?



(1)



(2)

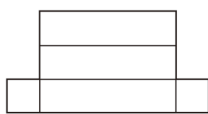


(3)

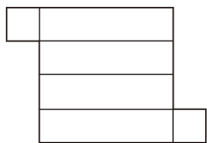
图 1-13

想一想

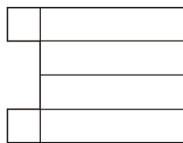
- (1) 如图 1-14, 哪些图形经过折叠可以围成一个棱柱? 先想一想, 再折一折.



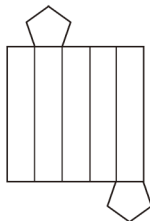
(1)



(2)



(3)



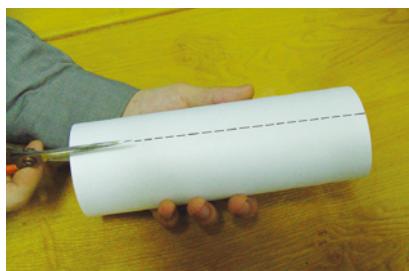
(4)

图 1-14

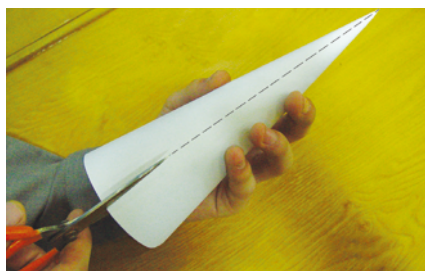
(2) 将图 1-14 中不能围成棱柱的图形作适当修改, 使所得图形能围成一个棱柱.

做一做

按照图 1-15 所示的方法把圆柱、圆锥的侧面展开, 会得到什么图形? 先想一想, 再试一试.



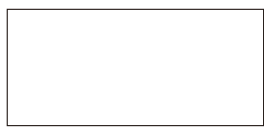
(1)



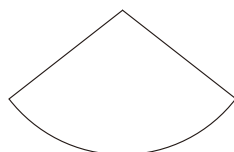
(2)

图 1-15

圆柱的侧面展开图是长方形, 圆锥的侧面展开图是扇形.



(1)

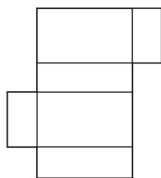


(2)

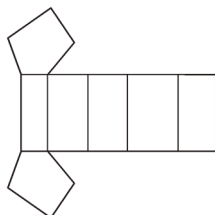
图 1-16

随堂练习

1. 哪种几何体的表面能展成如图所示的平面图形? 先想一想, 再折一折.



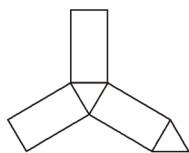
(1)



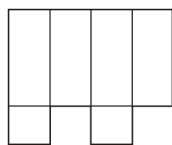
(2)

(第1题)

2. 下图中的两个图形经过折叠能否围成棱柱？先想一想，再折一折.



(1)



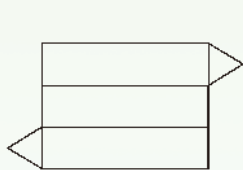
(2)

(第2题)

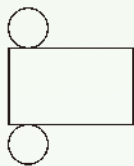
习题 1.4

知识技能

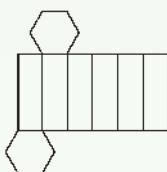
1. 哪种几何体的表面能展成如图所示的平面图形？先想一想，再折一折.



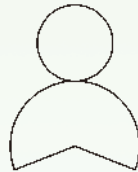
(1)



(2)



(3)

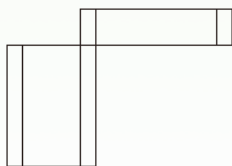


(4)

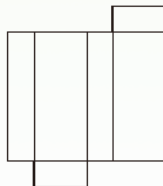
(第1题)

数学理解

2. 下图中的两个图形经过折叠能否围成棱柱？先想一想，再折一折.



(1)



(2)

(第2题)

问题解决

3. 用一张纸片，通过画一画、剪一剪、折一折，制作一个棱柱形的盒子，并与同伴进行交流.

3 截一个几何体

在生活中我们常常需要将一个物体截开，比如切橙子、锯木头等。



图 1-17

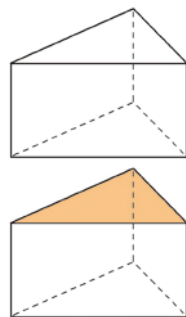


图 1-18

用一个平面去截一个几何体，截出的面叫做**截面** (section).

做一做

用一个平面去截一个正方体.

(1) 按图 1-19 所示的方式去截，截面分别是什么形状？

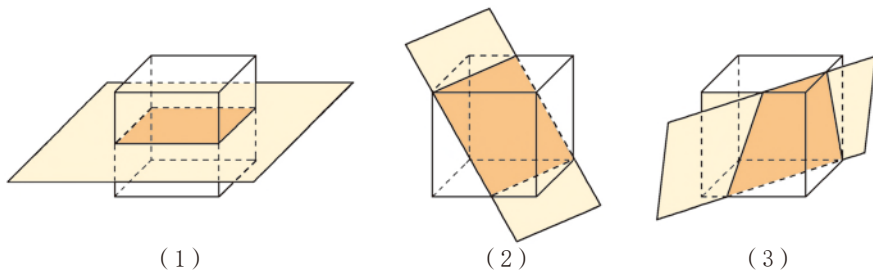


图 1-19

(2) 若采用其他截法，截面的形状可能是三角形吗？先想一想，再做一做.

(3) 截面的形状还可能是几边形？

想一想

图 1-20 中的截面分别是什么形状?

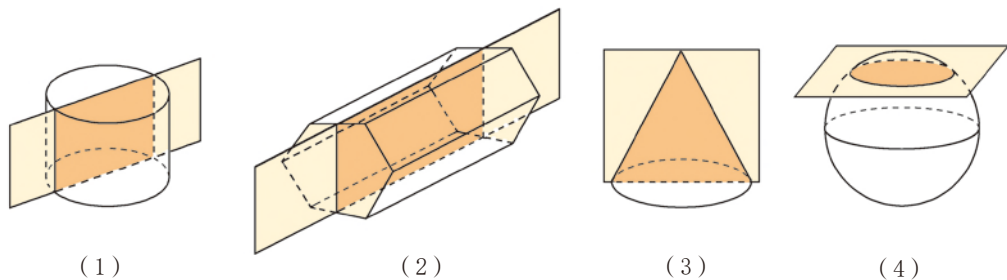
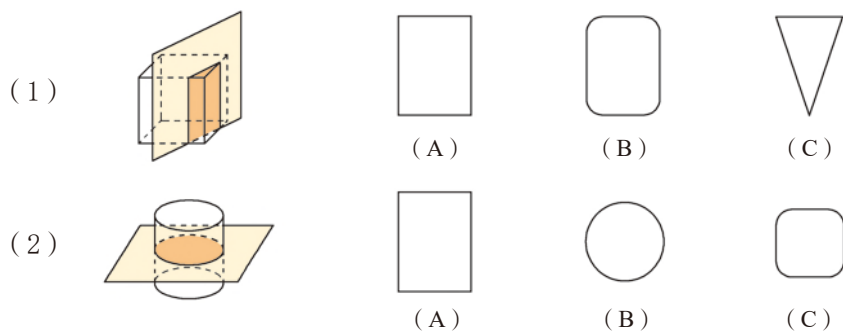


图 1-20

随堂练习

1. 分别用一个平面截图中几何体, 指出截面形状的标号.



(第1题)

2. 用一个平面去截一个几何体, 如果截面的形状是长方形, 你能想象出原来的几何体可能是什么吗?

读一读

生活中的截面

锯开的树木的横断面上有一圈一圈的纹路, 这就是树木的年轮. 树木的年轮蕴涵着大量信息, 如通过年轮的数目可以推算树木的年龄, 通过年轮的宽窄可以了解历年的气候状况等.



树木年轮

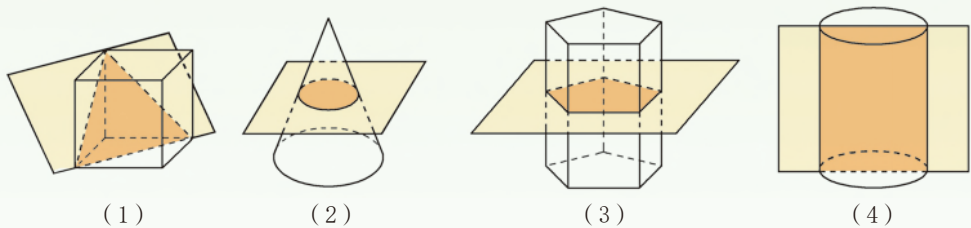
计算机层析成像 (computerized tomography, 缩写为CT), 是用 X 线束对人体的某一部分按一定厚度的层面进行扫描, 然后用检测器测定透射后的放射量, 反复多次在不同方向对选定层面进行 X 线扫描, 将数字信息通过计算机进行处理, 重建人体断层图像, 并作出诊断. 这就如同数学上的“截几何体”, 只不过这里的“截”并不是真正的截. 实际上, 这里的“几何体”是病人的某个患病器官, “刀”是射线. CT 的发明是医学史上具有划时代意义的一件大事, 它的设计、发明和理论研究者因此获得 1979 年诺贝尔医学奖.

医学上的“虚拟人”则是将成千上万个人体横切面的资料在电脑里进行整合、重建, 形成三维立体的人体结构, 为医学研究、教学与临床提供形象而真实的模型.

习题 1.5

知识技能

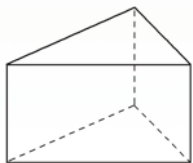
1. 图中各几何体的截面分别是什么形状?



(第1题)

数学理解

2. 用一个平面去截一个三棱柱, 截面的形状可能是什么图形? 先想一想, 再做一做.



(第2题)

3. 用一个平面去截一个几何体, 如果截面的形状是圆, 你能想象出原来的几何体可能是什么吗? 如果截面是三角形呢?

4 从三个方向看物体的形状

每台摄像机拍到的分别是下面的哪张照片？



图 1-21

当我们从不同的方向观察同一物体时，通常可以看到不同的图形。

在小学数学中，我们曾经辨认过从正面、左面（或右面）和上面三个不同的方向观察同一物体时看到的物体的形状图。例如，图 1-22 是由大小相同的小正方体搭成的几何体，从正面、左面、上面看到的几何体的形状图如图 1-23 所示。

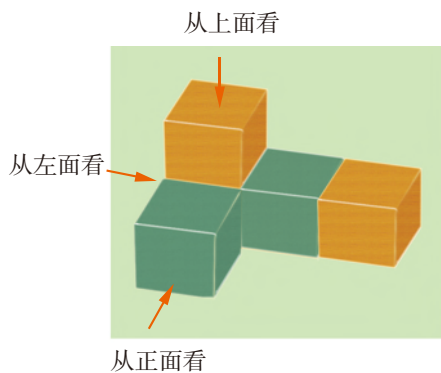


图 1-22

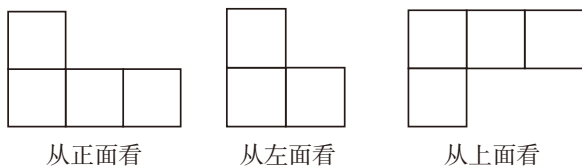


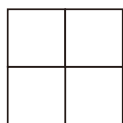
图 1-23

做一做

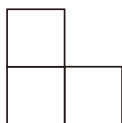
用 6 个大小相同的小正方体搭成不同的几何体，分别画出从正面、左面、上面看到的几何体的形状图，并与同伴进行交流。

议一议

一个几何体由几个大小相同的小正方体搭成，从上面、左面看到的这个几何体的形状图如图 1-24 所示，请搭出满足条件的几何体。你搭出的几何体由几个小正方体构成？与同伴进行交流。



从上面看



从左面看

图 1-24

例 图 1-25 是由几个大小相同的小正方体所搭成的几何体从上面看到的形状图，小正方形中的数字表示在这个位置小正方体的个数。请画出从正面、左面看到的这个几何体的形状图。

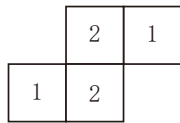
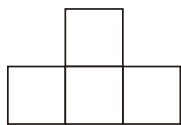
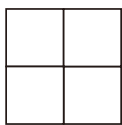


图 1-25

解法一：先用实物摆出这个几何体，再画出从正面、左面看到的它的形状图（如图 1-26）。



从正面看



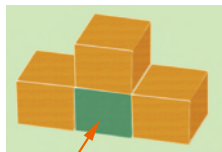
从左面看

图 1-26

解法二：根据从上面看到的形状图确定从正面看到的形状图有 3 列，从左面看到的形状图有 2 列，再根据小正方形中的数字确定每列小正方体的个数。

随堂练习

1. 从正面、左面、上面观察如图所示的几何体，分别画出所看到的几何体的形状图.



从正面看

(第1题)

2	3
	1

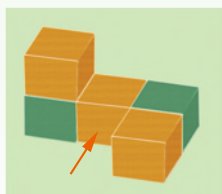
(第2题)

2. 一个几何体由几个大小相同的小正方体搭成，从上面观察这个几何体，看到的形状图如图所示，其中小正方形中的数字表示在这个位置小正方体的个数. 请画出从正面、左面看到的这个几何体的形状图.

习题 1.6

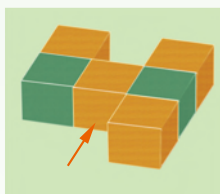
知识技能

1. 从正面、左面、上面观察如图所示的几何体，分别画出所看到的几何体的形状图.



从正面看

(第1题)



从正面看

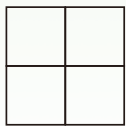
数学理解

2. 右图是由几个大小相同的小正方体所搭成的几何体从上面看到的形状图，小正方形中的数字表示在这个位置小正方体的个数. 请画出从正面、左面看到的这个几何体的形状图.

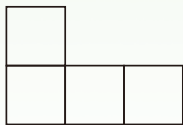
3	4	2
	2	1

(第2题)

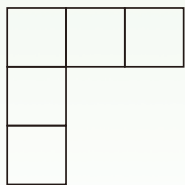
3. 一个几何体由 6 个大小相同的小正方体搭成, 从正面、左面和上面看到的形状图都是“田”字(如图), 请搭出满足条件的几何体.



(第3题)



从正面看



从上面看

(第4题)

- ※4. 一个几何体由若干大小相同的小正方体搭成, 从正面、上面看到的这个几何体的形状图如图所示, 这个几何体至少是用多少个小正方体搭成的?

回顾与思考

1. 生活中有哪些你熟悉的几何体? 请举例说明.
2. 举出一个生活中的物体, 使它尽可能多地包含不同的几何体.
3. 用自己的语言说一说棱柱的特征.
4. 生活中哪些常见的物体可以由平面图形旋转得到?
5. 找出两种几何体, 使得分别用一个平面去截它们, 可以得到三角形形状的截面.
6. 举出一种几何体, 使得从正面、左面、上面看到的这个几何体的形状图都一样. 这样的几何体你能举出几种? 与同伴进行交流.
7. 用你自己喜欢的方式梳理本章的知识.

复习题

知识技能

1. 图中的几何体是由几个面围成的? 面与面相交成几条线? 它们是直的还是曲的?



(第1题)

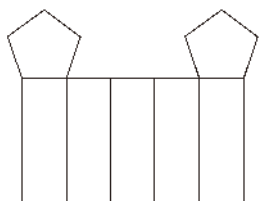
2. 折一折，连一连.



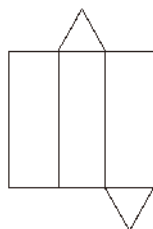
(第2题)

数学理解

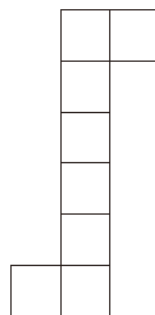
3. 图中哪些图形经过折叠可以围成一个棱柱？先想一想，再折一折.



(1)



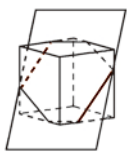
(2)



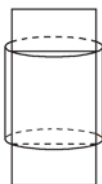
(3)

(第3题)

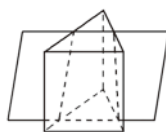
4. 将下图中各几何体的截面用阴影表示出来，并分别指出它们的形状.



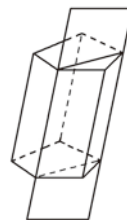
(1)



(2)



(3)

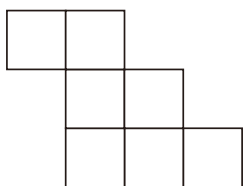


(4)

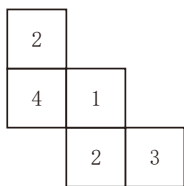
(第4题)

5. 用一个平面截一个正方体，截面的形状可以是长方形吗？用一个平面截一个长方体，截面的形状可以是正方形吗？与同伴进行交流.

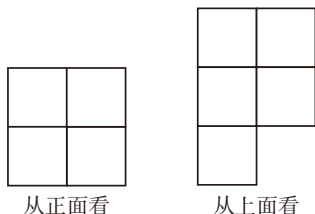
6. 从图中剪去一个小正方形，使得到的图形经过折叠能够围成一个正方体. 先想一想，再试一试.
7. 一个几何体由大小相同的小正方体搭成，从上面看到的几何体的形状图如图所示，其中小正方形中的数字表示在这个位置小正方体的个数. 请你画出从正面和从左面看到的这个几何体的形状图.



(第6题)



(第7题)



从正面看

从上面看

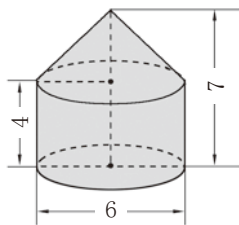
(第8题)

8. 用若干大小相同的小正方体搭成一个几何体，使得从正面和从上面看到的这个几何体的形状图如图所示. 根据你所搭出的几何体画出从左面看到的它的形状图. 你还能搭出满足条件的其他几何体吗?

问题 解决

9. 你能算出如图所示(单位:m)“粮仓”的容积吗?

$$(V_{\text{圆柱}} = \pi r^2 h, V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h)$$



(第9题)

10. 将一个无盖正方体形状盒子的表面沿某些棱剪开，展成一个平面图形，你能得到哪些平面图形? 动手试一试，并与同伴进行交流.

联系 拓广

- ※11. 将一个三角尺绕它的一条直角边所在的直线旋转一周，可以得到一个圆锥. 如果绕它的斜边所在的直线旋转一周，所得到的又是什么样的几何体?

第二章 有理数及其运算

观察图片，你能发现有哪些你熟悉的数？你能说出图中 -4 和 -155 的含义吗？

东、西为两个相反方向，如果向东走 5 m 用 $+5\text{ m}$ 表示，那么你能用负数来表示向西走 5 m 吗？有了负数，对所有的数怎么分类？ -2 和 -3 哪个大？ -2 和 -3 能进行加减乘除运算吗？有了负数，又能解决哪些实际问题？

本章将在小学学习的基础上，进一步学习负数，研究有理数的有关概念及其运算，并利用有理数的知识解决实际问题。

学习目标

- 进一步认识负数，用有理数表示生活中的量
- 了解可以用数轴上的点表示有理数，能比较有理数的大小
- 理解有理数的运算法则，会进行有理数运算
- 用有理数知识解决一些实际问题
- 在有理数运算法则的探索过程中，体会转化、归纳等思想方法

城市	天气	高温	低温	城市	天气	高温	低温
哈尔滨	小雨	15	6	长春	多云	18	10
沈阳	小雨	19	7	天津	小雨	12	8
北京	雨夹雪	8	-3	乌鲁木齐	晴	4	-3
呼和浩特	小雪	5	-4	银川	小雪	0	-3
拉萨	夹雪	3	-3	西安	小雨	16	7
昆明	多云	15	1	成都	雷阵雨	17	10
贵阳	阵雨	22	11	贵阳	雷阵雨	17	8

珠穆朗玛峰 8 844



海平面

吐鲁番盆地

-155
单位:m

0

1 有理数



答对



答错



不回答

某班举行知识竞赛，评分标准是：答对一题加1分，答错一题扣1分，不回答得0分；每个队的基本分均为0分。两个队答题情况如下表：

	答题情况
第一队	
第二队	

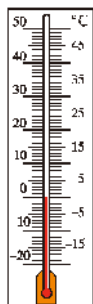
如果答对题所得的分数用正数表示，那么你能用正负数表示每个队答题得分的情况吗？试完成下表：

	答对题的得分	答错题的得分	未答题的得分
第一队			
第二队			

议一议

生活中你见过其他用负数表示的量吗？与同伴进行交流。

指标	全国	城市	农村
居民消费价格	3.3	3.2	3.6
食品	7.2	7.1	7.5
家庭设备用品及维修服务	0.0	-0.1	0.1
医疗保健和个人用品	3.2	3.2	3.2
交通和通信	-0.4	-0.6	0.3
居住	4.5	4.5	4.5



“加分与扣分”“上涨量与下跌量”“零上温度与零下温度”等都是具有相反意义的量. 为了表示具有相反意义的量, 我们可把其中一个量规定为正的, 用正数来表示, 而把与这个量意义相反的量规定为负的, 用负数来表示. 例如, 把上涨 3.3% 记为 +3.3%, 那么下跌 0.6% 记为 -0.6%.

例 (1) 某人转动转盘, 如果用 +5 圈表示沿逆时针方向转了 5 圈, 那么沿顺时针方向转了 12 圈怎样表示?

(2) 在某次乒乓球质量检测中, 一只乒乓球超出标准质量 0.02 g 记作 +0.02 g, 那么 -0.03 g 表示什么?

(3) 某大米包装袋上标注着“净含量: 10 kg ± 150 g”, 这里的“10 kg ± 150 g”表示什么?



解: (1) 沿顺时针方向转了 12 圈记作 -12 圈;

(2) -0.03 g 表示乒乓球的质量低于标准质量 0.03 g;

(3) 每袋大米的标准质量应为 10 kg, 但实际每袋大米可能有 150 g 的误差, 即最多超出标准质量 150 g, 最少少于标准质量 150 g.

议一议

选定一个高度作为标准, 用正负数表示本班每位同学的身高与选定的身高标准的差异. 你是怎样表示的? 与同伴进行交流.

做一做

将所有学过的数进行分类, 并与同伴进行交流.

┌ 正整数: 如 1, 2, 3, ...

整数 (integer) ◀ 零 : 0

└ 负整数: 如 -1, -2, -3, ...

┌ 正分数: 如 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, 5.2, ...

分数 (fraction) ◀ 负分数: 如 $-\frac{1}{5}$, -3.5, $-\frac{5}{6}$, ...

整数与分数统称为有理数 (rational number).

随堂练习

- 如果零上 $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 记作 $+5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，那么零下 $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ 记作什么？
 - 东、西为两个相反方向，如果 -4 m 表示一个物体向西运动 4 m ，那么 $+2\text{ m}$ 表示什么？物体原地不动记作什么？
 - 某仓库运进面粉 7.5 t 记作 $+7.5\text{ t}$ ，那么运出面粉 3.8 t 记作什么？
- 所有的正数组成正数集合，所有的负数组成负数集合，所有的整数组成整数集合，所有的分数组成分数集合. 请把下列各数填入相应的集合中：

$$3, -7, -\frac{2}{3}, 5.6, 0, -8\frac{1}{4}, 15, \frac{1}{9}.$$

正数集合：{ }；

负数集合：{ }；

整数集合：{ }；

分数集合：{ }。

读一读

负数小史

在人类生活中存在着收入与支出、赢利与亏损等许多具有相反意义的现象. 中国是最早采用正负数表示相反意义的量，并进行负数运算的国家. 有关正负数的概念和运算法则的系统论述，记载于我国古代数学名著《九章算术》一书中，书中明确提出“正负术”，这是世界上至今



《九章算术》正负术书影

发现的最早最详细的记载. 公元3世纪，我国数学家刘徽在“正负术”的注文中指出：

“今两算得失相反，要令正、负以名之. 正算(筹)赤，负算(筹)黑，否则以邪正为异.”就是说，对两个得失相反的量，要以正、负加以区别. 用红筹表示正，黑筹表示负. 也可通过将算筹正放、斜放来加以区别.

在国外，负数概念的建立和使用，经历了一个曲折的过程。印度在公元7世纪出现了负数概念，并有了负数的运算，不过他们总把负数解释为负债。欧洲的数学家迟迟不承认负数，认为零是最小的数，而比零还小的数是不可思议的。欧洲最早承认负数的是17世纪法国数学家笛卡儿（René Descartes, 1596—1650），他承认解方程中出现的负根，不过他称之为“假根”。直到19世纪，负数在欧洲才获得普遍承认。

习题 2.1

知识技能

1. 举出3对具有相反意义的量，并分别用正负数表示。
2. (1) 如果节约20千瓦·时电记作+20千瓦·时，那么浪费10千瓦·时电记作什么？
(2) 如果-20.50元表示亏损20.50元，那么+100.57元表示什么？
(3) 如果+20%表示增加20%，那么-6%表示什么？
3. 下列各数中，哪些是正整数？哪些是负整数？哪些是正分数？哪些是负分数？哪些是正数？哪些是负数？

$$7, -9.25, -\frac{9}{10}, -301, \frac{4}{27}, 31.25, \frac{7}{15}, -3.5.$$

4. 任意写出5个正数和5个负数，并分别把它们填入所属的集合内：

正数集合：{ }；

负数集合：{ }。

数学理解

5. 小丽说：“一个数，如果不是正数，必定就是负数。”你认为她说得对吗？为什么？
6. 某班8名同学的体重（单位：kg）分别为：

$$52, 51.5, 49.5, 50.5, 45, 56, 47.5, 42.5.$$

你能设定一个标准用正负数表示他们的体重吗？

2 数轴

- (1) 图 2-1 中温度计显示的温度各是多少?
(2) 温度计上的刻度有什么特点?

画一条水平直线，在直线上取一点表示 0，这个点叫做原点 (origin)；选取某一长度作为单位长度 (unit length)；规定直线上向右的方向为正方向 (positive direction)，就得到下面的数轴 (number line)。

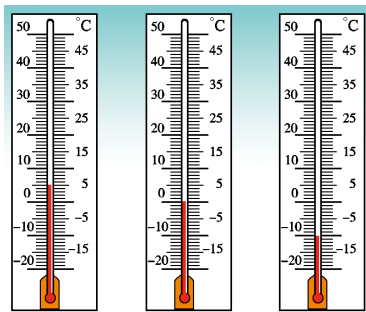


图 2-1

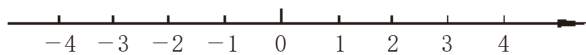


图 2-2

像一个平放
的温度计。



在这条数轴上，+3 可以用数轴上位于原点右边 3 个单位长度的点表示，-4 可以用数轴上位于原点左边 4 个单位长度的点表示。

想一想

$\frac{1}{4}$ 用数轴上的哪个点表示？-1.5 呢？

任何有理数都可以用数轴上的点来表示。

例 1 图 2-3 中数轴上 A, B, C, D 各点分别表示什么数？

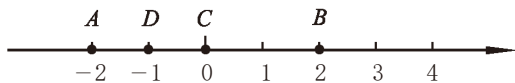


图 2-3

解：点 A 表示 -2 ；点 B 表示 2 ；点 C 表示 0 ；点 D 表示 -1 。

例2 画出数轴，并用数轴上的点表示下列各数：

$$\frac{3}{2}, -3.5, 0, 5, -4, -\frac{3}{2}.$$

解：如图 2-4 所示。

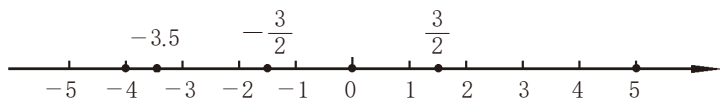


图 2-4

议一议

数轴上的两个点，右边点表示的数与左边点表示的数有怎样的大小关系？

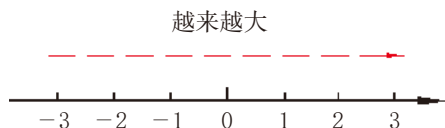


图 2-5

数轴上两个点表示的数，右边的总比左边的大。
正数大于 0，负数小于 0，正数大于负数。

做一做

比较下列每组数的大小：

(1) -2 和 $+6$ ； (2) 0 和 -1.8 ； (3) $-\frac{3}{2}$ 和 -4 。

随堂练习

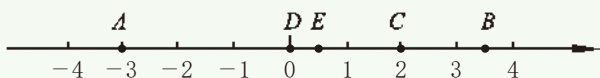
画出数轴，用数轴上的点表示下列各数，并用“ $>$ ”将它们连接起来：

$$3, -2, 1.5, -\frac{3}{4}, 0, -0.5.$$

习题 2.2

知识技能

1. 指出数轴上 A, B, C, D, E 各点分别表示的有理数, 并用“ $<$ ”将它们连接起来.



(第1题)

2. 在数轴上把下列各数表示出来, 并比较它们的大小:

$$7, -\frac{4}{5}, -3.5, 0, \frac{4}{3}.$$

3. 比较下列每组数的大小:

(1) $-10, -7$;

(2) $-3.5, 1$;

(3) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}$;

(4) $-9, 0$;

(5) $-5, 3, -2.7$;

(6) $3.8, -4.1, -3.9$.

4. 下表记录了某日我国几个城市的平均气温:

北京	西安	哈尔滨	上海	广州
$-7.6\text{ }^{\circ}\text{C}$	$-1.2\text{ }^{\circ}\text{C}$	$-20.8\text{ }^{\circ}\text{C}$	$0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$	$12.7\text{ }^{\circ}\text{C}$

- (1) 将各城市的平均气温从高到低进行排列;

- (2) 在地图上找到这几个城市的位置, 并将它们从北到南进行排列.

问题解决

5. 点 A 在数轴上距原点 3 个单位长度, 且位于原点左侧. 若一个点从点 A 处向右移动 4 个单位长度, 再向左移动 1 个单位长度, 此时终点所表示的是什么数?

3 绝对值

3 与 -3 有什么相同点? $\frac{3}{2}$ 与 $-\frac{3}{2}$, 5 与 -5 呢? 你还能列举出两个这样的数吗? 与同伴进行交流.

如果两个数只有符号不同, 那么称其中一个数为另一个数的**相反数** (opposite number), 也称这两个数**互为相反数**. 特别地, 0 的相反数是 0.

议一议

将上面三组数用数轴上的点表示出来, 每组数所对应的点在数轴上的位置有什么关系? 与同伴进行交流.

在数轴上, 表示互为相反数的两个点, 位于原点的两侧, 且与原点的距离相等.

在数轴上, 一个数所对应的点与原点之间的距离叫做这个数的**绝对值** (absolute value). 例如, +2 的绝对值等于 2, 记作 $|+2|=2$; -3 的绝对值等于 3, 记作 $|-3|=3$.

想一想

- (1) 如果 a 表示有理数, 那么 $|a|$ 有什么含义?
- (2) 互为相反数的两个数的绝对值有什么关系?

例 1 求下列各数的绝对值:

$$-21, \frac{4}{9}, 0, -7.8, 21.$$

解: $|-21|=21$; $|\frac{4}{9}|=\frac{4}{9}$; $|0|=0$; $|-7.8|=7.8$; $|21|=21$.

议一议

一个数的绝对值与这个数有什么关系？

正数的绝对值是它本身；
负数的绝对值是它的相反数；
0 的绝对值是 0.

做一做

(1) 在数轴上表示下列各数，并比较它们的大小：

$$-1.5, -3, -1, -5.$$

(2) 求出(1)中各数的绝对值，并比较它们的大小；

(3) 你发现了什么？

两个负数比较大小，绝对值大的反而小.

例2 比较下列每组数的大小：

(1) -1 和 -5 ； (2) $-\frac{5}{6}$ 和 -2.7 .

解：(1) 因为 $|-1|=1$ ， $|-5|=5$ ， $1 < 5$ ，
所以 $-1 > -5$.

(2) 因为 $|\frac{5}{6}| = \frac{5}{6}$ ， $|-2.7|=2.7$ ， $\frac{5}{6} < 2.7$ ，
所以 $-\frac{5}{6} > -2.7$.

还可以怎么比较？



随堂练习

1. 在数轴上距离原点 2 个单位长度的点表示什么数？
2. 在数轴上表示下列各数及其相反数，并求出它们的绝对值：

$$-\frac{3}{2}, 6, -3.$$

3. 比较下列每组数的大小：

(1) $-\frac{1}{10}$, $-\frac{2}{7}$ ； (2) -0.5 , $-\frac{2}{3}$ ； (3) 0 , $|\frac{2}{3}|$ ； (4) $|-7|$, $|7|$.

习题 2.3

知识技能

1. 下面的说法是否正确？请将错误的改正过来.

- (1) 有理数的绝对值一定比 0 大；
- (2) 有理数的相反数一定比 0 小；
- (3) 如果两个数的绝对值相等，那么这两个数相等；
- (4) 互为相反数的两个数的绝对值相等.

2. 计算：

$$(1) |-3| \times |6.2|; \quad (2) |-5| + |-2.49|;$$

$$(3) \frac{11}{16} - |-\frac{3}{8}|; \quad (4) |-\frac{2}{3}| \div |\frac{14}{3}|.$$

3. (1) 在数轴上表示下列各数：0, -1.4, -3, $\frac{1}{5}$;

- (2) 将(1)中各数用“<”连接起来；
- (3) 将(1)中各数的相反数用“<”连接起来；
- (4) 将(1)中各数的绝对值用“>”连接起来.

4. 比较下列每组数的大小：

$$(1) -\frac{8}{9}, -\frac{9}{10}; \quad (2) -0.618, -\frac{3}{5};$$

$$(3) 0, |-8|; \quad (4) -1\frac{2}{7}, -1\frac{1}{3}.$$

数学理解

5. 小红和她的同学共买了 6 袋标注质量 450 g 的食品，她们对这 6 袋食品的实际质量进行了检测，检测结果（用正数记超过标注质量的克数，用负数记不足标注质量的克数）如下：

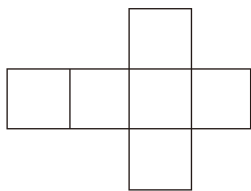
$$-25, +10, -20, +30, +15, -40.$$

哪袋食品的质量更标准？为什么？

联系拓广

6. 如图是一个正方体形状纸盒的展开图，请把 -10, 7, 10, -2, -7, 2 分别填入六个正方形中，使得折成正方体后，相对面上的两数互为相反数.

※7. 字母 a 表示一个数， $-a$ 表示什么？ $-a$ 一定是负数吗？



(第 6 题)

4 有理数的加法



答对

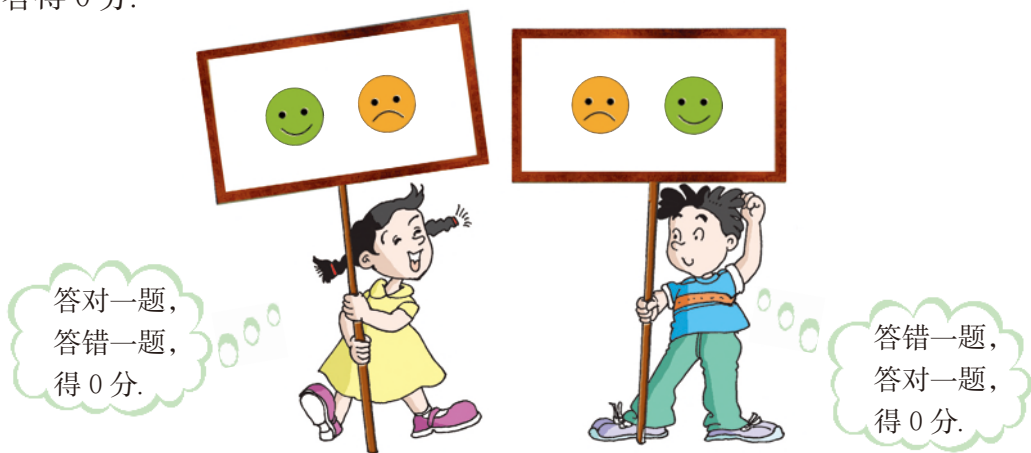


答错



不回答

某班举行知识竞赛，评分标准是：答对一题加1分，答错一题扣1分，不回答得0分。

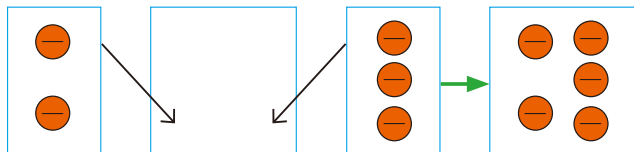


如果我们用1个 \oplus 表示 +1，用1个 \ominus 表示 -1，那么 $\boxed{\oplus \ominus}$ 就表示 0。

同样， $\boxed{\ominus \oplus}$ 也表示 0。

(1) 计算 $(-2) + (-3)$ 。

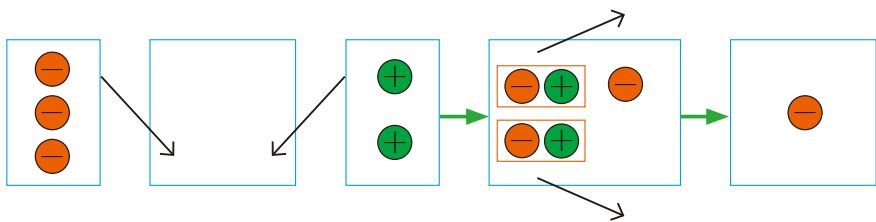
在方框中放进 2 个 \ominus 和 3 个 \ominus 。



因此， $(-2) + (-3) = -5$ 。

(2) 计算 $(-3) + 2$ 。

在方框中放进 3 个 \ominus 和 2 个 \oplus ，移走所有的 $\boxed{\ominus \oplus}$ 。



因此, $(-3) + 2 = -1$.

你能用类似的方法计算 $3 + (-2)$ 与 $(-4) + 4$ 吗? 请你再写一些算式试一试.

议一议

两个有理数相加, 和的符号怎样确定? 和的绝对值怎样确定? 一个有理数同 0 相加, 和是多少?

有理数加法 (addition) 法则

同号两数相加, 取相同的符号, 并把绝对值相加.

异号两数相加, 绝对值相等时和为 0; 绝对值不相等时, 取绝对值较大的数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

一个数同 0 相加, 仍得这个数.

互为相反数的
两数相加得 0.

例 1 计算下列各题:

(1) $(-10) + (-1)$; (2) $180 + (-10)$;

(3) $5 + (-5)$; (4) $0 + (-2)$.

解: (1) $(-10) + (-1)$ (同号两数相加)
 $= -(10 + 1)$ (取相同的符号, 并把绝对值相加)

$= -11$;

(2) $180 + (-10)$ (异号两数相加)
 $= +(180 - 10)$ (取绝对值较大的数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值)

$= 170$;

(3) $5 + (-5)$ (互为相反数的两数相加)

$= 0$;

(4) $0 + (-2)$ (一个数同 0 相加)

$= -2$.

随堂练习

计算:

(1) $(-25)+(-7)$;

(2) $(-13)+5$;

(3) $(-23)+0$;

(4) $45+(-45)$.

习题 2.4

知识技能

1. 计算:

(1) $(-8)+(-9)$;

(2) $(-17)+21$;

(3) $(-12)+25$;

(4) $45+(-23)$;

(5) $(-45)+23$;

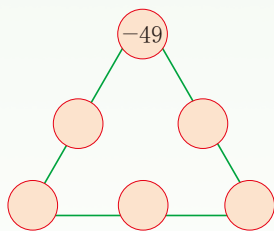
(6) $(-29)+(-31)$;

(7) $(-39)+(-45)$;

(8) $(-13)+0$.

2. 土星表面的夜间平均温度为 $-150\text{ }^{\circ}\text{C}$, 白天比夜间高 $27\text{ }^{\circ}\text{C}$, 那么白天的平均温度是多少?

3. 分别在右图的圆圈内填上彼此都不相等的数, 使得每条线上的三个数之和为 0. 你有几种填法?



(第 3 题)

数学理解

4. 教科书中为加法运算提供了实际背景, 你能设计一种新的情境来表示加法算式 $(-4)+3$ 吗?

5. 小华说: “两个数相加, 和一定大于其中一个加数.” 你认为他说得正确吗? 举例说明.

问题解决

6. 纽约与北京的时差^①为 -13 h . 小明在北京乘坐早晨 8:00 的航班飞行约 20 h 到达纽约, 那么小明到达时纽约时间是几点?

① 甲城市与乙城市的时差为两城市同一时刻的时数之差. 如当北京时间为 8:00 时, 东京时间为 9:00, 而巴黎时间为 1:00, 那么东京与北京的时差为 $9-8=+1(\text{h})$, 巴黎与北京的时差为 $1-8=-7(\text{h})$.

做一做

计算：

$$(1) (-8) + (-9), (-9) + (-8);$$

$$(2) 4 + (-7), (-7) + 4;$$

$$(3) [2 + (-3)] + (-8), 2 + [(-3) + (-8)];$$

$$(4) [10 + (-10)] + (-5), 10 + [(-10) + (-5)].$$

想一想

在有理数运算中，加法的交换律、结合律还成立吗？再换一些数试试.

请用字母表示加法的交换律(commutative property of addition)、结合律(associative property of addition).

加法的交换律：_____.

加法的结合律：_____.

例2 计算： $31 + (-28) + 28 + 69$.

解： $31 + (-28) + 28 + 69$

$$= 31 + 69 + [(-28) + 28]$$

$$= 100 + 0$$

$$= 100.$$

例3 有一批食品罐头，标准质量为每听 454 g. 现抽取 10 听样品进行检测，结果如下表：

听号	1	2	3	4	5
质量/g	444	459	454	459	454
听号	6	7	8	9	10
质量/g	454	449	454	459	464

这 10 听罐头的总质量是多少？

解法一：这 10 听罐头的总质量为

$$\begin{aligned} & 444 + 459 + 454 + 459 + 454 + 454 + 449 + 454 + 459 + 464 \\ & = 4\,550 \text{ (g)}. \end{aligned}$$

解法二：把超过标准质量的克数用正数表示，不足的用负数表示，列出 10 听罐头与标准质量的差值表：

听号	1	2	3	4	5
与标准质量的差/g	-10	+5	0	+5	0
听号	6	7	8	9	10
与标准质量的差/g	0	-5	0	+5	+10

这 10 听罐头与标准质量的差值的和为

$$\begin{aligned} & (-10) + 5 + 0 + 5 + 0 + 0 + (-5) + 0 + 5 + 10 \\ & = [(-10) + 10] + [(-5) + 5] + 5 + 5 = 10 \text{ (g)}. \end{aligned}$$

因此，这 10 听罐头的总质量为

$$454 \times 10 + 10 = 4\,540 + 10 = 4\,550 \text{ (g)}.$$

随堂练习

1. 计算下列各题：

(1) $(-3) + 40 + (-32) + (-8)$;

(2) $13 + (-56) + 47 + (-34)$;

(3) $43 + (-77) + 27 + (-43)$.

2. 某潜水员先潜入水下 61 m，然后又上升 32 m，这时潜水员处在什么位置？



习题 2.5

知识技能

1. 计算下列各题：

(1) $(-25) + 34 + 156 + (-65)$;

(2) $(-64) + 17 + (-23) + 68$;

- (3) $63 + 72 + (-96) + (-37)$; (4) $(-42) + 57 + (-84) + (-23)$;
 (5) $(-301) + 125 + 301 + (-75)$; (6) $(-52) + 24 + (-74) + 12$;
 (7) $41 + (-23) + (-31) + 0$; (8) $(-26) + 52 + 16 + (-72)$.

2. 某城市一天早晨的气温为 $22\text{ }^{\circ}\text{C}$, 中午比早晨上升了 $6\text{ }^{\circ}\text{C}$, 夜间又比中午下降了 $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, 这天夜间的气温是多少?
 3. 某村共有 6 块小麦试验田, 每块试验田今年的收成与去年相比情况如下 (增产为正, 减产为负, 单位: kg):

55, -40, 10, -16, 27, -5.

这些试验田今年的小麦总产量与去年相比情况如何?

4. 某日小明在一条南北方向的公路上练习长跑. 他从 A 地出发, 每隔 10 min 记录下自己的跑步情况 (向南为正方向, 单位: m):

-1 008, 1 100, -976, 1 010, -827, 946.

1 h 后他停下来休息, 此时他在 A 地的什么方向? 距 A 地多远? 小明共跑了多少米?

5. 分别列出一个满足下列条件的算式:

- (1) 所有的加数都是负整数, 和是 -5;
 (2) 一个加数是 0, 和是 -5;
 (3) 至少有一个加数是正整数, 和是 -5.

6. 分别找出一个满足下列条件的整数:

- (1) 加上 -15, 和大于 0; (2) 加上 -15, 和小于 0;
 (3) 加上 -15, 和等于 0.

问题 解决

7. 下面是一页账单, 但有一部分破损了, 你能根据上面残余的数字算出这一页最后的结余吗?

日期	支出或存入	结余	注释
2011-05-26	-120.00	9 546.00	
2011-06-12	-150.00		
2011-06-25	280.00		
2011-07-05	-315.00		
2011-08-12	-540.00		
2011-09-06	-470.00		

5 有理数的减法

下表是某日全国主要城市天气预报.

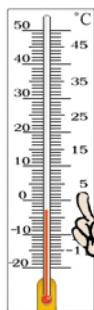
全国主要城市天气预报							
城市	天气	高温	低温	城市	天气	高温	低温
哈尔滨	小雨	15	6	长春	多云	18	10
沈阳	小雨	19	7	天津	小雨	12	8
呼和浩特	雨夹雪	8	-3	乌鲁木齐	晴	4	-3
西宁	小雪	5	-4	银川	小雪	0	-3
兰州	雨夹雪	3	-3	西安	小雨	16	7
拉萨	多云	15	1	成都	雷阵雨	17	10
重庆	雷阵雨	22	11	贵阳	雷阵雨	23	8

乌鲁木齐的最高气温为 $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，最低气温为 $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，这天乌鲁木齐的温差为多少？你是怎么算的？

$$4 - (-3) = ?$$

什么数加上
 -3 等于 4 呢？

$$7 + (-3) = 4$$



..., 5, 6, 7.

$$4 - (-3) = 7 \quad 4 + 3 = 7$$

↑ 相反数 ↓
↑ 相同结果 ↓

做一做

计算下列各式：

$15 - 6 = \underline{\hspace{2cm}},$

$15 + (-6) = \underline{\hspace{2cm}};$

$19 - 3 = \underline{\hspace{2cm}},$

$19 + (-3) = \underline{\hspace{2cm}};$

$12 - 0 = \underline{\hspace{2cm}},$

$12 + 0 = \underline{\hspace{2cm}};$

$8 - (-3) = \underline{\hspace{2cm}},$

$8 + 3 = \underline{\hspace{2cm}};$

$10 - (-3) = \underline{\hspace{2cm}},$

$10 + 3 = \underline{\hspace{2cm}}.$

你能得出什么结论？

有理数减法 (subtraction) 法则

减去一个数，等于加上这个数的相反数。

减法统一成
加法了！

例1 计算下列各题：

$(1) 9 - (-5);$

$(2) (-3) - 1;$

$(3) 0 - 8;$

$(4) (-5) - 0.$

解： $(1) 9 - (-5) = 9 + 5 = 14;$

$(2) (-3) - 1 = (-3) + (-1) = -4;$

$(3) 0 - 8 = 0 + (-8) = -8;$

$(4) (-5) - 0 = -5.$

例2 世界上最高的山峰是珠穆朗玛峰，其海拔大约是 8 844 m，吐鲁番盆地的海拔大约是 -155 m。两处的海拔相差多少米？

解： $8\,844 - (-155)$
 $= 8\,844 + 155 = 8\,999 \text{ (m)}.$

因此，两处的海拔相差 8 999 m。

8 844 m 有多
少层楼高？

例3 全班学生分为五个组做游戏，每组的基本分为 100 分，答对一题加 50 分，答错一题扣 50 分。游戏结束时，各组的分数（单位：分）如下：

第 1 组	第 2 组	第 3 组	第 4 组	第 5 组
100	150	-400	350	-100

(1) 第一名超出第二名多少分?

(2) 第一名超出第五名多少分?

解: 由上表可以看出, 第一名得了 350 分, 第二名得了 150 分, 第五名得了 -400 分.

(1) $350 - 150 = 200$ (分);

(2) $350 - (-400) = 350 + 400 = 750$ (分).

因此, 第一名超出第二名 200 分, 第一名超出第五名 750 分.

随堂练习

口算:

(1) $3 - 5$;

(2) $3 - (-5)$;

(3) $(-3) - 5$;

(4) $(-3) - (-5)$;

(5) $(-6) - (-6)$;

(6) $(-7) - 0$;

(7) $0 - (-7)$;

(8) $(-6) - 6$;

(9) $9 - (-11)$.

习题 2.6

知识技能

1. 计算:

(1) $(-3) - (-7)$;

(2) $(-10) - 3$;

(3) $33 - (-27)$;

(4) $0 - 12$;

(5) $(-11) - 0$;

(6) $(-4) - 16$.

2. 填空:

(1) $(-7) + () = 21$;

(2) $31 + () = -85$;

(3) $() - (-21) = 37$;

(4) $() - 56 = -40$.

3. 计算:

(1) $(-72) - (-37) - (-22) - 17$;

(2) $(-16) - (-12) - 24 - (-18)$;

(3) $23 - (-76) - 36 - (-105)$;

(4) $(-32) - (-27) - (-72) - 87$.

4. 2011年8月18日,我国自主设计的“蛟龙号”载人潜水器完成5 000 m级海试回国.如果“蛟龙号”从海平面以下4 800 m上升到海平面以下3 200 m处,“蛟龙号”载人潜水器上升了多少米?

数学理解

5. 教科书中为减法运算提供了实际背景,你能设计一种新的情境来表示减法算式 $(-3)-(-2)$ 吗?

问题解决

6. 下表列出了国外几个城市与北京的时差:

城市	时差/h
纽约	-13
巴黎	-7
东京	+1
芝加哥	-14

- (1) 如果现在的北京时间是7:00,那么现在的东京时间是多少?
 (2) 小明现在想给远在巴黎的姑妈打电话,你认为合适吗?

6 有理数的加减混合运算

请按下列规则做游戏:

- (1) 每人每次抽取4张卡片.如果抽到白色卡片,那么加上卡片上的数字;如果抽到红色卡片,那么减去卡片上的数字.
 (2) 比较两人所抽4张卡片的计算结果,结果大的为胜者.



小丽抽到的4张卡片依次为：



她抽到的卡片的计算结果是多少？

小彬抽到的4张卡片依次为：



与同伴做一
做这个游戏。



获胜的是谁？

例1 计算：

$$(1) \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{1}{5} - \frac{4}{5};$$

$$(2) (-5) - \left(-\frac{1}{2}\right) + 7 - \frac{7}{3}.$$

$$\text{解：}(1) \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{1}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{2}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{2}{5} + \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{6}{5};$$

$$(2) (-5) - \left(-\frac{1}{2}\right) + 7 - \frac{7}{3} = (-5) + \frac{1}{2} + 7 - \frac{7}{3} = -\frac{9}{2} + 7 - \frac{7}{3}$$

$$= \frac{5}{2} - \frac{7}{3} = \frac{15}{6} - \frac{14}{6} = \frac{1}{6}.$$

随堂练习

计算：

$$(1) \frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) - \frac{1}{2};$$

$$(2) -\frac{9}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2};$$

$$(3) -11.5 - (-4.5) - 3;$$

$$(4) -\frac{1}{7} + \left(-\frac{2}{35}\right) - \left(-\frac{2}{5}\right).$$

习题 2.7

知识技能

1. 计算:

$$(1) 4.7 - 3.4 + (-8.3); \quad (2) -2.5 - \frac{1}{2} + (-\frac{1}{5});$$

$$(3) \frac{1}{2} - (-0.25) - \frac{1}{6}; \quad (4) \frac{1}{3} + (-\frac{5}{6}) - (-\frac{1}{2}) - \frac{2}{3}.$$

问题解决

2. 一辆货车从超市出发, 向东走了 3 km 到达小彬家, 继续向东走了 1.5 km 到达小颖家, 然后向西走了 9.5 km 到达小明家, 最后回到超市.



(第 2 题)

- (1) 小明家在超市的什么方向? 距超市多远? 以超市为原点, 以向东的方向为正方向, 用 1 个单位长度表示 1 km, 你能在数轴上表示出小明家、小彬家和小颖家的位置吗?
- (2) 小明家距小彬家多远?
- (3) 货车一共行驶了多少千米?

一架飞机进行特技表演, 起飞后的高度变化如下表:

高度变化	记作
上升 4.5 km	+4.5 km
下降 3.2 km	-3.2 km
上升 1.1 km	+1.1 km
下降 1.4 km	-1.4 km



此时飞机比起飞点高了多少千米?

对这个问题,可以这样计算:

$$\begin{aligned} & 4.5 - 3.2 + 1.1 - 1.4 \\ &= 1.3 + 1.1 - 1.4 \\ &= 2.4 - 1.4 \\ &= 1 \text{ (km)}. \end{aligned}$$

还可以这样计算:

$$\begin{aligned} & 4.5 + (-3.2) + 1.1 + (-1.4) \\ &= 1.3 + 1.1 + (-1.4) \\ &= 2.4 + (-1.4) \\ &= 1 \text{ (km)}. \end{aligned}$$

比较以上两种算法,你发现了什么?

有理数的加减混合运算可以统一成加法运算,如算式“ $4.5 - 3.2 + 1.1 - 1.4$ ”
可以看成 $4.5, -3.2, 1.1, -1.4$ 这 4 个数的和,因此在进行加减混合运算时可
运用加法交换律和结合律简化运算.例如,

$$\begin{aligned} & 4.5 + (-3.2) + 1.1 + (-1.4) \\ &= 4.5 + 1.1 + [(-3.2) + (-1.4)] \\ &= 5.6 + (-4.6) \\ &= 1. \end{aligned}$$

例2 计算:

$$(1) \left(-\frac{1}{3}\right) - 15 + \left(-\frac{2}{3}\right); \quad (2) (-12) - \left(-\frac{6}{5}\right) + (-8) - \frac{7}{10}.$$

解: (1) $\left(-\frac{1}{3}\right) - 15 + \left(-\frac{2}{3}\right)$

$$\begin{aligned} &= \left(-\frac{1}{3}\right) + (-15) + \left(-\frac{2}{3}\right) \\ &= \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) + (-15) \\ &= (-1) + (-15) \\ &= -16; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & (-12) - (-\frac{6}{5}) + (-8) - \frac{7}{10} \\
 & = -12 + \frac{6}{5} - 8 - \frac{7}{10} \\
 & = -12 - 8 + \frac{6}{5} - \frac{7}{10} \\
 & = -20 + \frac{1}{2} \\
 & = -\frac{39}{2}.
 \end{aligned}$$

还可以怎样
计算?



做一做

下表是某年某市汽油价格的调整情况:

时间	1月14日	3月25日	6月1日	6月30日	7月28日	9月1日	9月29日	11月9日
价格变化/ (元/吨)	-140	+290	+400	+600	-220	+300	-190	+480

注: 正号表示比前一次上涨, 负号表示比前一次下降.

与上一年年底相比, 11月9日汽油价格是上升了还是下降了? 每吨变化了多少元?

随堂练习

计算:

$$(1) 33.1 - (-22.9) + (-10.5);$$

$$(2) (-8) - (-15) + (-9) - (-12);$$

$$(3) \frac{1}{2} + (-\frac{2}{3}) - (-\frac{4}{5}) + (-\frac{1}{2});$$

$$(4) \frac{10}{3} + (-\frac{11}{4}) - (-\frac{5}{6}) + (-\frac{7}{12}).$$

习题 2.8

知识技能

1. 计算:

$$(1) 27 - 18 + (-7) - 32;$$

$$(2) \frac{1}{3} + (-\frac{1}{5}) - 1 + \frac{2}{3};$$

$$(3) 0.5 + (-\frac{1}{4}) - (-2.75) + \frac{1}{2}; \quad (4) -\frac{2}{3} + (-\frac{1}{6}) - (-\frac{1}{4}) - \frac{1}{2}.$$

问题 解决

2. 某市客运管理部门对“十一”国庆假期七天客流变化量进行了不完全统计，数据如下（用正数表示客流量比前一天上升数，用负数表示下降数）：

日期	1日	2日	3日	4日	5日	6日	7日
变化/万	20	-3	-10	-3	2	9	3

与9月30日相比，10月7日的客流量是上升了还是下降了？变化了多少？

3. 10名学生参加体检，体重的测量结果（单位：kg）如下：

47, 48, 37.5, 42, 45, 40, 38.5, 34.5, 38, 42.5.

这10名学生的平均体重是多少？你是怎样算的？

图2-6是流花河的水文资料（单位：m），取河流的警戒水位作为0点，那么图中的其他数据可以分别记作什么？

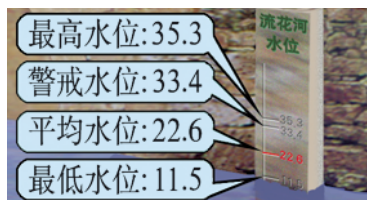


图2-6

下表是今年雨季流花河一周内的水位变化情况（上周末的水位处于警戒水位）.

星期	一	二	三	四	五	六	日
水位变化/m	+0.20	+0.81	-0.35	+0.03	+0.28	-0.36	-0.01

注：正号表示水位比前一天上升，负号表示水位比前一天下降.

(1) 本周哪一天河流的水位最高？哪一天河流的水位最低？它们位于警戒水位之上还是之下？与警戒水位的距离分别是多少米？

(2) 与上周末相比，本周末河流的水位是上升了还是下降了？

(3) 完成下面的本周水位记录表：

星期	一	二	三	四	五	六	日
水位/m	33.6						

(4) 以警戒水位为 0 点, 用折线统计图表示本周的水位情况.

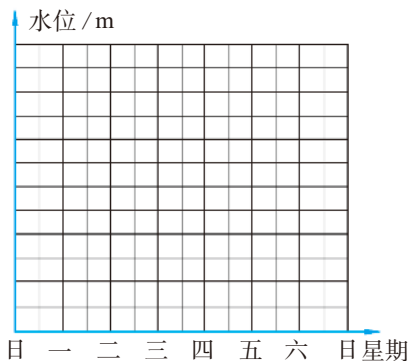


图 2-7

随堂练习

光明学校六(1)班学生的平均身高是 156 cm.

(1) 下表给出了这个班 6 名同学的身高情况. 试完成下表:

姓 名	小明	小彬	小丽	小亮	小颖	小山
身 高 / cm	155			150		161
身高与平均身高的差值 / cm	-1	+2	0		+3	

(2) 谁最高? 谁最矮?

(3) 最高与最矮的学生身高相差多少?

习题 2.9

知识技能

1. 计算:

$$(1) 7 + (-2) - 3.4;$$

$$(2) (-21.6) + 3 - 7.4 + (-\frac{2}{5});$$

$$(3) 31 + (-\frac{5}{4}) + 0.25;$$

$$(4) 7 - (-\frac{1}{2}) + 1.5;$$

$$(5) 49 - (-20.6) - \frac{3}{5};$$

$$(6) (-\frac{6}{5}) - 7 - (-3.2) + (-1).$$

问题 解决

2. 一个病人每天上午需要测量一次血压, 下表是这个病人星期一至星期五收缩压的变化情况. 这个病人上个星期日的收缩压为 160 单位.

星 期	一	二	三	四	五
收缩压的变化 (与前一天比较)	升 30 单位	降 20 单位	升 17 单位	升 18 单位	降 20 单位

- (1) 请算出星期五这个病人的收缩压;
- (2) 请用折线统计图表示这个病人这 5 天的收缩压情况.

7 有理数的乘法

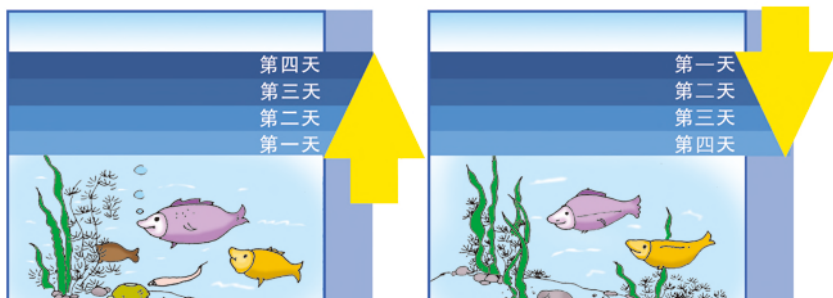


图 2-8

甲水库的水位每天升高 3 cm, 乙水库的水位每天下降 3 cm, 4 天后甲、乙水库水位的总变化量各是多少?

如果把上升 3 cm 记作 +3 cm, 下降 3 cm 记作 -3 cm, 那么 4 天后甲水库的水位变化量为

$$3+3+3+3=3 \times 4=12 (\text{cm});$$

乙水库的水位变化量为

$$(-3)+(-3)+(-3)+(-3)=(-3) \times 4=-12 (\text{cm}).$$

议一议

$$\begin{aligned}(-3) \times 4 &= -12, \\ (-3) \times 3 &= \underline{\hspace{2cm}}, \\ (-3) \times 2 &= \underline{\hspace{2cm}}, \\ (-3) \times 1 &= \underline{\hspace{2cm}}, \\ (-3) \times 0 &= \underline{\hspace{2cm}}.\end{aligned}$$

当因数 (-3) 不变, 另一个因数依次减小1时, 积是怎样变化的?



根据你发现的规律, 猜一猜下列各式的积应该是多少.

$$\begin{aligned}(-3) \times (-1) &= \underline{\hspace{2cm}}, \\ (-3) \times (-2) &= \underline{\hspace{2cm}}, \\ (-3) \times (-3) &= \underline{\hspace{2cm}}, \\ (-3) \times (-4) &= \underline{\hspace{2cm}}.\end{aligned}$$

上面各式中, 积的符号与各因数的符号有什么关系? 积的绝对值与各因数的绝对值有什么关系? 再换几个数试一试.

有理数乘法 (multiplication) 法则

两数相乘, 同号得正, 异号得负, 绝对值相乘.

任何数与0相乘, 积仍为0.

例1 计算:

$$\begin{array}{ll}(1) (-4) \times 5; & (2) (-5) \times (-7); \\ (3) \left(-\frac{3}{8}\right) \times \left(-\frac{8}{3}\right); & (4) (-3) \times \left(-\frac{1}{3}\right).\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}\text{解: } (1) (-4) \times 5 & (2) (-5) \times (-7) \\ = -(4 \times 5) & = +(5 \times 7) \\ = -20; & = 35; \\ \text{(异号得负, 绝对值相乘)} & \text{(同号得正, 绝对值相乘)}\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}(3) \left(-\frac{3}{8}\right) \times \left(-\frac{8}{3}\right) & (4) (-3) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \\ = +\left(\frac{3}{8} \times \frac{8}{3}\right) & = +(3 \times \frac{1}{3}) \\ = 1; & = 1.\end{array}$$

如果两个有理数的乘积为 1, 那么称其中的一个数是另一个的**倒数** (reciprocal), 也称这两个有理数**互为倒数**. 例如, 3 与 $\frac{1}{3}$ 互为倒数, $-\frac{3}{8}$ 与 $-\frac{8}{3}$ 互为倒数.

例 2 计算:

(1) $(-4) \times 5 \times (-0.25)$;

(2) $(-\frac{3}{5}) \times (-\frac{5}{6}) \times (-2)$.

解: (1) $(-4) \times 5 \times (-0.25)$
 $= [-(4 \times 5)] \times (-0.25)$
 $= (-20) \times (-0.25)$
 $= +(20 \times 0.25)$
 $= 5$;

(2) $(-\frac{3}{5}) \times (-\frac{5}{6}) \times (-2)$
 $= [+ (\frac{3}{5} \times \frac{5}{6})] \times (-2)$
 $= \frac{1}{2} \times (-2)$
 $= -1$.

议一议

几个有理数相乘, 因数都不为 0 时, 积的符号怎样确定? 积的绝对值怎样确定? 有一个因数为 0 时, 积是多少?

几个不等于 0 的数相乘, 积的符号由负因数的个数来决定. 当负因数的个数是奇数时, 积的符号为_____. 当负因数的个数是偶数时, 积的符号为_____. 积的绝对值等于各个因数的绝对值的_____.

几个数相乘, 有一个因数为 0 时, 积就为_____.

随堂练习

1. 计算:

(1) $(-8) \times \frac{21}{4}$;

(2) $\frac{4}{5} \times (-\frac{25}{6}) \times (-\frac{9}{10})$;

(3) $\frac{2}{3} \times (-\frac{5}{4})$;

(4) $(-\frac{24}{13}) \times (-\frac{16}{7}) \times 0 \times \frac{4}{3}$;

(5) $\frac{5}{4} \times (-1.2) \times (-\frac{1}{9})$;

(6) $(-\frac{3}{7}) \times (-\frac{1}{2}) \times (-\frac{8}{15})$.

2. 一个数与_____的积等于它的相反数.

习题 2.10

知识技能

1. 计算:

$$(1) 0 \times (-2012);$$

$$(2) (-8) \times 1.25;$$

$$(3) \frac{7}{10} \times (-\frac{3}{14});$$

$$(4) (-\frac{3}{16}) \times (-\frac{8}{9});$$

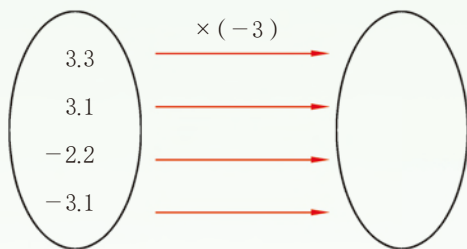
$$(5) 7.5 \times (-8.2) \times 0 \times (-19.1);$$

$$(6) (-\frac{14}{3}) \times \frac{5}{7};$$

$$(7) (-0.12) \times \frac{1}{12} \times (-100);$$

$$(8) 7 \times (-1 + \frac{3}{14}).$$

2. 把下图中第一个圈内的每个数分别乘 -3 , 将结果写在第二个圈内相应的位置.



(第 2 题)

问题解决

3. 某地气象统计资料表明, 高度每增加 1 000 m, 气温就降低大约 6°C . 现在地面气温是 37°C , 则 10 000 m 高空的气温大约是多少?

联系拓广

4. 利用有理数的乘法法则完成下表, 你能发现什么规律?

\times	3	2	1	0	-1	-2	-3
3	9	6	3	0	-3		
2	6	4	2				
1	3	2	1				
0							
-1							
-2							
-3							

(第 4 题)

做一做

计算下列各题，并比较它们的结果.

(1) $(-7) \times 8$ 与 $8 \times (-7)$;

$(-\frac{5}{3}) \times (-\frac{9}{10})$ 与 $(-\frac{9}{10}) \times (-\frac{5}{3})$.

(2) $[(-4) \times (-6)] \times 5$ 与 $(-4) \times [(-6) \times 5]$;

$[\frac{1}{2} \times (-\frac{7}{3})] \times (-4)$ 与 $\frac{1}{2} \times [(-\frac{7}{3}) \times (-4)]$.

(3) $(-2) \times [(-3) + (-\frac{3}{2})]$ 与 $(-2) \times (-3) + (-2) \times (-\frac{3}{2})$;

$5 \times [(-7) + (-\frac{4}{5})]$ 与 $5 \times (-7) + 5 \times (-\frac{4}{5})$.

想一想

在有理数运算中，乘法的交换律、结合律以及乘法对加法的分配律还成立吗？请你换一些数试一试.

请用字母表示乘法的交换律、结合律以及乘法对加法的分配律 (distributive property of multiplication).

乘法的交换律: _____.

乘法的结合律: _____.

乘法对加法的分配律: _____.

例3 计算:

(1) $(-\frac{5}{6} + \frac{3}{8}) \times (-24)$;

(2) $(-7) \times (-\frac{4}{3}) \times \frac{5}{14}$.

解: (1) $(-\frac{5}{6} + \frac{3}{8}) \times (-24)$

$= (-\frac{5}{6}) \times (-24) + \frac{3}{8} \times (-24)$

$= 20 + (-9)$

$= 11$;

$$\begin{aligned}
 (2) & (-7) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times \frac{5}{14} \\
 & = (-7) \times \frac{5}{14} \times \left(-\frac{4}{3}\right) \\
 & = \left(-\frac{5}{2}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \\
 & = \frac{10}{3}.
 \end{aligned}$$

随堂练习

1. 计算:

$$(1) 30 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right);$$

$$(2) \left(0.25 - \frac{2}{3}\right) \times (-36);$$

$$(3) \left(\frac{1}{8} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) \times (-24);$$

$$(4) \left(\frac{7}{9} - \frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right) \times \frac{12}{5}.$$

2. 计算:

$$(1) (-2) \times (-8) \times (-125);$$

$$(2) 8 \times \left(-\frac{4}{5}\right) \times \frac{1}{16};$$

$$(3) \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{2}{7} \times \left(-\frac{3}{4}\right);$$

$$(4) 0.25 \times (-3.1) \times (-8).$$

习题 2.11

知识技能

1. 计算:

$$(1) \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) \times 24;$$

$$(2) (-4) \times (-5) \times 0.25;$$

$$(3) 100 \times (-3) \times (-5) \times 0.01;$$

$$(4) \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{18}\right) \times 36;$$

$$(5) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) \times 64;$$

$$(6) [9 \times (-4)] \times \left(-\frac{1}{4}\right);$$

$$(7) 2.25 \times (-2.3) \times \frac{3}{25};$$

$$(8) (-2.1) \times 6.5 \times \left(-\frac{3}{7}\right).$$

联系拓广

※2. 用“>”“<”“=”填空:

$$(1) \text{若 } a < 0, \text{ 则 } a \underline{\hspace{2cm}} 2a;$$

$$(2) \text{若 } a < c < 0 < b, \text{ 则 } a \times b \times c \underline{\hspace{2cm}} 0.$$

8 有理数的除法

$(-12) \div (-3)$ 等于多少?

由 $(-3) \times 4 = -12$, 得

$(-12) \div (-3) = \underline{\quad\quad}$.

除法是乘法的
逆运算.



想一想

根据除法是乘法的逆运算, 你会计算下列各式吗?

$$(-18) \div 6 = \underline{\quad\quad\quad}, \quad 5 \div \left(-\frac{1}{5}\right) = \underline{\quad\quad\quad},$$

$$(-27) \div (-9) = \underline{\quad\quad\quad}, \quad 0 \div (-2) = \underline{\quad\quad\quad}.$$

观察上面的算式及计算结果, 你有什么发现? 换一些算式再试一试.

两个有理数相除, 同号得 $\underline{\quad\quad}$, 异号得 $\underline{\quad\quad}$, 并把绝对值 $\underline{\quad\quad}$.

0 除以任何非 0 的数都得 $\underline{\quad\quad}$.

注意: 0 不能作除数.

例 1 计算:

$$(1) (-15) \div (-3);$$

$$(2) (-12) \div \left(-\frac{1}{4}\right);$$

$$(3) (-0.75) \div 0.25;$$

$$(4) (-12) \div \left(-\frac{1}{12}\right) \div (-100).$$

解: (1) $(-15) \div (-3) = +(15 \div 3) = 5$;

$$(2) (-12) \div \left(-\frac{1}{4}\right) = +\left(12 \div \frac{1}{4}\right) = 48;$$

$$(3) (-0.75) \div 0.25 = -(0.75 \div 0.25) = -3;$$

$$\begin{aligned} (4) & (-12) \div \left(-\frac{1}{12}\right) \div (-100) \\ & = +\left(12 \div \frac{1}{12}\right) \div (-100) \\ & = 144 \div (-100) \end{aligned}$$

$$= -(144 \div 100)$$

$$= -1.44.$$

做一做

比较下列各组算式的计算结果：

(1) $1 \div (-\frac{2}{5})$ 与 $1 \times (-\frac{5}{2})$;

(2) $0.8 \div (-3)$ 与 $0.8 \times (-\frac{1}{3})$;

(3) $(-\frac{1}{4}) \div (-\frac{1}{60})$ 与 $(-\frac{1}{4}) \times (-60)$.

你能得出什么结论？

有理数的除法
运算可以转化成乘法
法进行.

除以一个数等于乘这个数的倒数.

例2 计算：

(1) $(-18) \div (-\frac{2}{3})$;

(2) $16 \div (-\frac{4}{3}) \div (-\frac{9}{8})$.

解：(1) $(-18) \div (-\frac{2}{3})$

(2) $16 \div (-\frac{4}{3}) \div (-\frac{9}{8})$

$$= (-18) \times (-\frac{3}{2})$$

$$= 16 \times (-\frac{3}{4}) \times (-\frac{8}{9})$$

$$= 18 \times \frac{3}{2}$$

$$= 16 \times \frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$$

$$= 27;$$

$$= \frac{32}{3}.$$

随堂练习

计算：

(1) $\frac{5}{21} \div (-\frac{1}{7})$;

(2) $(-1) \div (-1.5)$;

(3) $(-3) \div (-\frac{2}{5}) \div (-\frac{1}{4})$;

(4) $(-3) \div [(-\frac{2}{5}) \div (-\frac{1}{4})]$.

习题 2.12

知识技能

1. 计算:

$$\begin{array}{ll} (1) 0 \div (-0.12); & (2) (-0.5) \div (-\frac{1}{4}); \\ (3) \frac{1}{2} \div (-\frac{1}{12}); & (4) (-1.25) \div \frac{1}{4}; \\ (5) \frac{4}{7} \div (-12); & (6) (-3.2) \div \frac{96}{5}. \end{array}$$

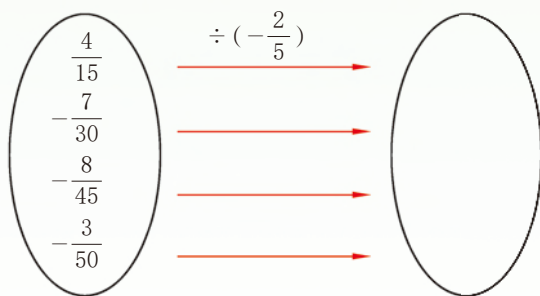
2. 计算:

$$\begin{array}{ll} (1) (-378) \div (-7) \div (-9); & (2) (-\frac{1}{12}) \div (-\frac{2}{3}) \div \frac{9}{8}; \\ (3) 3 \div (-\frac{3}{10}) \div \frac{1}{12}; & (4) (-0.75) \div \frac{5}{4} \div (-0.3). \end{array}$$

3. 求下列各数的倒数, 并用“<”把它们连接起来:

$$-\frac{5}{12}, 3.7, |-\frac{1}{6}|, 2, -1.8.$$

4. 把下图中第一个圈内的每个数分别除以 $-\frac{2}{5}$, 将结果写在第二个圈内相应的位置.



(第4题)

问题解决

5. 小红与小莉利用温差测量一座山峰的高度. 小红在山顶测得气温是 $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$, 同时小莉在山脚测得气温是 $5\text{ }^{\circ}\text{C}$. 已知这个地区高度每增加 100 m , 气温大约降低 $0.6\text{ }^{\circ}\text{C}$. 这座山峰的高度大约是多少米?

9 有理数的乘方

某种细胞每经过 30 min 便由 1 个分裂成 2 个. 经过 5 h, 这种细胞由 1 个能分裂成多少个?

1 个细胞经过 30 min 分裂成 2 个, 经过 1 h 分裂成 2×2 个, 经过 1.5 h 分裂成 $2 \times 2 \times 2$ 个……

经过 5 h 要分裂 10 次, 分裂成

$$\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2 \times 2}_{10 \text{ 个 } 2} = 1\,024 \text{ (个)}.$$

为了简便, 可将 $\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2 \times 2}_{10 \text{ 个 } 2}$ 记为 2^{10} .

一般地, n 个相同的因数 a 相乘, 记作 a^n , 即

$$\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ 个 } a} = a^n.$$

这种求 n 个相同因数 a 的积的运算叫做**乘方** (power), 乘方的结果叫做**幂** (power), a 叫做**底数** (base number), n 叫做**指数** (exponent), a^n 读作“ a 的 n 次幂” (或 “ a 的 n 次方”).



例 1 计算:

$$(1) 5^3; \quad (2) (-3)^4; \quad (3) \left(-\frac{1}{2}\right)^3.$$

解: (1) $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$;

(2) $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$;

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$.

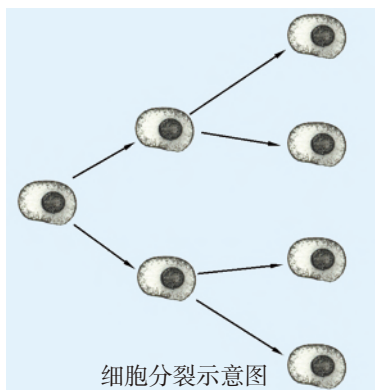


图 2-9

例2 计算:

$$(1) -(-2)^3; \quad (2) -2^4; \quad (3) -\frac{3^2}{4}.$$

解: (1) $-(-2)^3 = -(-8) = 8;$

(2) $-2^4 = -16;$

(3) $-\frac{3^2}{4} = -\frac{9}{4}.$

随堂练习

1. (1) 在 7^4 中, 底数是_____, 指数是_____;

(2) 在 $(-\frac{1}{3})^5$ 中, 底数是_____, 指数是_____.

2. 计算:

$$(1) (-3)^3; \quad (2) (-1.5)^2; \quad (3) (-\frac{1}{7})^2; \quad (4) -(-3)^2.$$

习题 2.13

知识技能

1. (1) 在 $(-6)^3$ 中, 底数是_____, 指数是_____;

(2) 在 $(-\frac{6}{5})^4$ 中, 底数是_____, 指数是_____.

2. 计算:

$$(1) 7^2; \quad (2) (-6)^3; \quad (3) (\frac{2}{3})^3;$$

$$(4) -3^2; \quad (5) -\frac{2^3}{5}; \quad (6) -(-\frac{3}{4})^3.$$

数学理解

3. 你能举出有关乘方运算的实例吗?

4. 一个数的平方为 16, 这个数可能是几? 一个数的平方可能是 0 吗?

联系拓广

※5. 设 n 为正整数, 计算:

$$(1) (-1)^{2n}; \quad (2) (-1)^{2n+1}.$$

例3 计算:

$$(1) 10^2, 10^3, 10^4, 10^5; \quad (2) (-10)^2, (-10)^3, (-10)^4, (-10)^5.$$

解: (1) $10^2 = 100$, $10^3 = 1\ 000$, $10^4 = 10\ 000$, $10^5 = 100\ 000$;

(2) $(-10)^2 = 100$, $(-10)^3 = -1\ 000$,

$(-10)^4 = 10\ 000$, $(-10)^5 = -100\ 000$.

想一想

观察例3的结果,你能发现什么规律?与同伴进行交流.

做一做

有一张厚度是 0.1 mm 的纸,将它对折1次后,厚度为 2×0.1 mm.

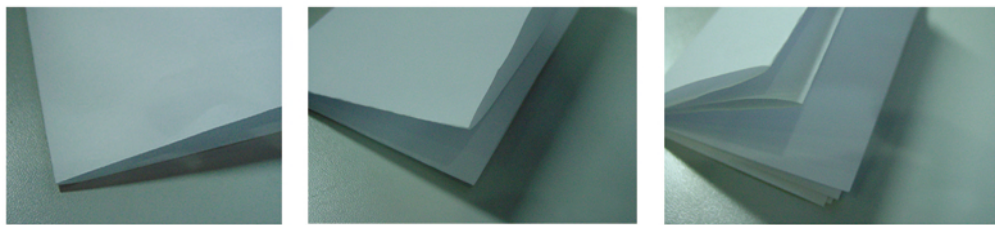


图 2-10

- (1) 对折2次后,厚度为多少毫米?
- (2) 假设对折20次,厚度为多少毫米?

这张纸对折20次后有多少层楼高?

想一想

你见过拉面师傅拉面条吗?拉面师傅将一根粗面条拉长、两头捏合,再拉长、捏合,重复这样,就拉成许多根细面条了.据报道,在一次比赛中,某拉面师傅用 1 kg 面粉拉出约 209 万根面条,你知道是怎样得出这个结果的吗?



随堂练习

1. 计算:

$$(1) -\left(\frac{3}{2}\right)^2; \quad (2) -\left(-\frac{3}{2}\right)^2; \quad (3) -5^3; \quad (4) -\frac{4^3}{3}.$$

2. 判断下面各式结果的符号, 你能发现什么规律?

$$(1) (-5)^4; \quad (2) (-5)^5; \quad (3) -(-5)^6; \quad (4) -(-5)^7.$$

读一读

棋盘摆米

古时候, 在某个王国里有一位聪明的大臣, 他发明了国际象棋, 献给了国王, 国王从此迷上了下棋. 为了对聪明的大臣表示感谢, 国王答应满足这个大臣的一个要求. 大臣说:

“就在这个棋盘上放一些米粒吧. 第1格放1粒米, 第2格放2粒米, 第3格放4粒米, 然后是8粒、16粒、32粒……一直到第64格.” “你真傻! 就要这么一点米粒?!” 国王哈哈大笑. 大臣说: “就怕您的国库里没有这么多米!”



你认为国王的国库里有这么多米吗?

事实上, 按照这个大臣的要求, 放满一个棋盘上的64个格子需要

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$$

粒米. $2^{64}-1$ 到底多大呢? 借助计算机中的计算器进行计算, 可知答案是一个20位数:

18 446 744 073 709 551 615.

你能估算出这些米粒有多少千克吗? 试一试.

习题 2.14

知识技能

1. 计算:

$$\begin{array}{lll} (1) -3^4; & (2) -(-3)^3; & (3) -\left(\frac{2}{3}\right)^4; \\ (4) \left(\frac{4}{5}\right)^2; & (5) -\frac{3}{2^2}; & (6) -\left(-\frac{2}{5}\right)^3. \end{array}$$

问题 解决

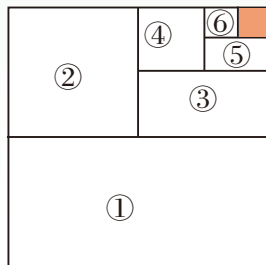
2. 1 m 长的木棒，第 1 次截去一半，第 2 次截去剩下部分的一半，如此截下去，第 7 次后剩下的木棒有多长？

联系 拓广

3. 如图，将一张边长为 1 的正方形纸片分割成 7 个部分，部分 ② 是部分 ① 面积的一半，部分 ③ 是部分 ② 面积的一半，依次类推。

(1) 阴影部分的面积是多少？

※(2) 受此启发，你能求出 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^6}$ 的值吗？



(第 3 题)

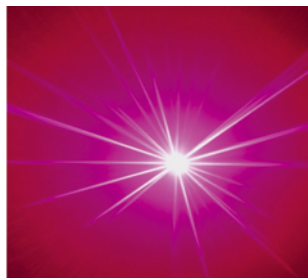
10 科学记数法



第六次全国人口普查时，我国全国总人口约为 1 370 000 000 人



太阳半径约为 696 000 000 m



光的速度约为 300 000 000 m/s

图 2-11

我们可以借用乘方的形式表示大数. 例如：

1 370 000 000 可以表示成 1.37×10^9 ；

696 000 000 可以表示成 6.96×10^8 ；

300 000 000 可以表示成 3×10^8 .

有简单的
表示方法吗？



一般地，一个大于 10 的数可以表示成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 是正整数，这种记数方法叫做科学记数法 (scientific notation)。

例 用科学记数法表示下列数据:

- (1) 赤道长约为 40 000 000 m;
- (2) 地球表面积约为 510 000 000 km².

解: (1) 40 000 000 m = 4×10^7 m;
(2) 510 000 000 km² = 5.1×10^8 km².

做一做

(1) 调查本校图书馆某个书架所存放图书的数量. 中国国家图书馆所藏的书需要多少个这样的书架? 用科学记数法表示结果.

(2) 调查本校的人数, 如果每人借阅 10 本书, 那么中国国家图书馆的藏书大约可以供多少所这样学校的学生借阅? 用科学记数法表示结果.



图 2-12

随堂练习

1. 用科学记数法表示: 10 000, 1 000 000 和 100 000 000.
2. 一个正常人的心跳平均每分钟 70 次, 一年大约跳多少次? 用科学记数法表示这个结果. 一个正常人一生的心跳次数能达到 1 亿次吗?

习题 2.15

知识技能

1. 用科学记数法表示下列数据:
 - (1) 水星的半径为 2 440 000 m;
 - (2) 木星的赤道半径约为 71 400 000 m;

(3) 地球上的陆地面积约为 $149\,000\,000\text{ km}^2$;

(4) 地球上的海洋面积约为 $361\,000\,000\text{ km}^2$.

2. 下列用科学记数法表示的数据, 原来各是什么?

(1) 北京故宫的占地面积约为 $7.2 \times 10^5\text{ m}^2$;

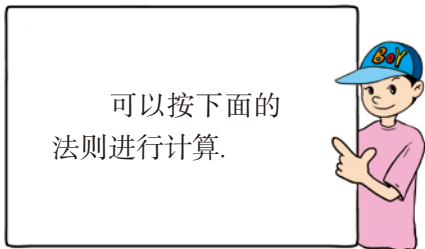
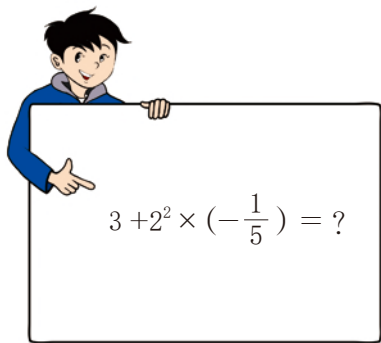
(2) 人体中约有 2.5×10^{13} 个红细胞;

(3) 全球每年大约有 $5.77 \times 10^{14}\text{ m}^3$ 的水从海洋和陆地转化为大气中的水汽.

问题 解决

3. 一棵生长了 20 年的大树, 仅能制成 5 000~8 000 双一次性筷子. 如果每人每天用一双一次性筷子, 调查你所在地区的人口数, 估算一下一年我们要为此砍多少棵这样的大树 (用科学记数法表示). 如果是一个 1 000 万人口的城市呢?

11 有理数的混合运算



先算乘方, 再算乘除, 最后算加减;
如果有括号, 先算括号里面的.

$$3 + 2^2 \times \left(-\frac{1}{5}\right) = 3 + 4 \times \left(-\frac{1}{5}\right) = 3 - \frac{4}{5} = \frac{11}{5}.$$

例 1 计算: $18 - 6 \div (-2) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$.

解: $18 - 6 \div (-2) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

$$\begin{aligned}
 &= 18 - (-3) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \\
 &= 18 - 1 \\
 &= 17.
 \end{aligned}$$

例2 计算： $(-3)^2 \times \left[\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{5}{9}\right) \right]$.

解法一： $(-3)^2 \times \left[\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{5}{9}\right) \right] = 9 \times \left(-\frac{11}{9}\right) = -11$.

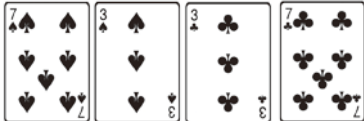
解法二： $(-3)^2 \times \left[\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{5}{9}\right) \right]$


$$\begin{aligned}
 &= 9 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 9 \times \left(-\frac{5}{9}\right) \\
 &= -6 + (-5) \\
 &= -11.
 \end{aligned}$$

做一做

你会玩“24点”游戏吗？

从一副扑克牌（去掉“大王”“小王”）中任意抽取4张，根据牌面上的数字进行混合运算（每张牌上的数字只能用一次），使得运算结果为24或-24. 其中红色扑克牌代表负数，黑色扑克牌代表正数，J, Q, K 分别代表数字11, 12, 13.

(1) 小明抽到了 ，他用下面的方法凑成了24:

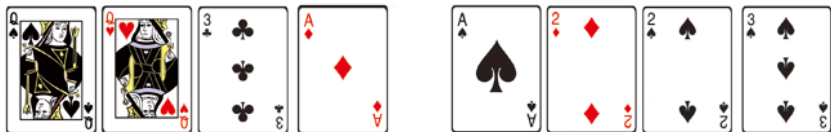


$$7 \times (3 + 3 \div 7) = 24.$$

如果抽到的是 ，你能凑成24吗？



(2) 请分别将下面的每组扑克牌凑成 24.



随堂练习

计算:

$$(1) 8 + (-3)^2 \times (-2);$$

$$(2) 100 \div (-2)^2 - (-2) \div (-\frac{2}{3});$$

$$(3) -4 \div (-\frac{3}{4}) \times (-3);$$

$$(4) -\frac{1}{3} \div (-\frac{1}{3})^2 - 4 \times (-\frac{1}{2})^3.$$

习题 2.16

知识技能

1. 计算:

$$(1) 36 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})^2;$$

$$(2) 12.7 \div (-\frac{8}{19}) \times 0;$$

$$(3) 4 \times (-3)^2 + 6;$$

$$(4) (-\frac{3}{4}) \times (-8 + \frac{2}{3} - \frac{1}{3});$$

$$(5) (-2)^3 - 13 \div (-\frac{1}{2});$$

$$(6) 0 - 2^3 \div (-4)^3 - \frac{1}{8};$$

$$(7) -\frac{3}{2} \times [(-\frac{2}{3})^2 - 2];$$

$$(8) (-2)^3 \times 0.5 - (-1.6)^2 \div (-2)^2;$$

$$(9) [(-3)^2 - (-5)^2] \div (-2);$$

$$(10) 16 \div (-2)^3 - (-\frac{1}{8}) \times (-4).$$

问题解决

2. 与你的同伴玩“24点”游戏.

12 近似数

下图是小明收集到的 9 片树叶，他要将这些树叶制成标本。在标本中需要注明每片树叶的长度，他测量得到其中一片树叶的长度为 6.7 cm.

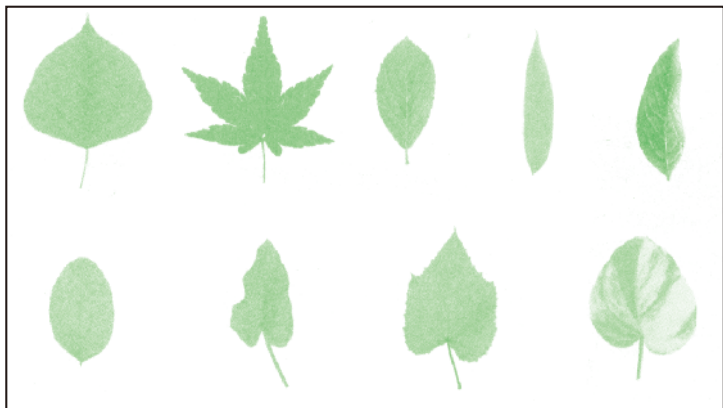


图 2-13

上例中，小明收集到 9 片树叶，这里的数字 9 确切地反映了树叶的片数，它是一个准确数。而小明测得的其中一片树叶的长度 6.7 cm，与实际物体的长度有差别，它是一个近似数（approximate number）。

在许多情况下，很难取得准确数，或者没有必要使用准确数，而可以使用近似数。

想一想

生活中哪些数是准确数？哪些数是近似数？举例说明。

近似数与准确数的接近程度，可以用精确度表示。为了得到所需精确度的近似数，常采用四舍五入法。如按四舍五入法对圆周率 π 取近似数，有

π 取 3，就是精确到个位；

π 取 3.1，就是精确到十分位，或叫做精确到 0.1；

- π 取 3.14, 就是精确到_____位, 或叫做精确到_____;
- π 取 3.142, 就是精确到_____位, 或叫做精确到_____;
- π 取 3.141 6, 就是精确到_____位, 或叫做精确到_____.

一般地, 一个近似数四舍五入到哪一位, 就说这个近似数精确到哪一位.

例 1 按括号内的要求, 用四舍五入法对下列各数取近似数:

- (1) 270.18 (精确到个位); (2) 0.037 6 (精确到 0.001);
- (3) 27.04 (精确到 0.1); (4) 0.518 (精确到 0.01).
- 解:** (1) $270.18 \approx 270$; (2) $0.037\ 6 \approx 0.038$;
- (3) $27.04 \approx 27.0$; (4) $0.518 \approx 0.52$.

例 2 下列由四舍五入法得到的近似数, 各精确到哪一位?

- (1) 100.17; (2) 0.185; (3) 42.3 万; (4) 960 万.

- 解:** (1) 100.17 精确到百分位;
- (2) 0.185 精确到千分位;
- (3) 42.3 万精确到千位;
- (4) 960 万精确到万位.

随堂练习

1. 按括号内的要求, 用四舍五入法对下列各数取近似数:

- (1) 7.93 (精确到个位); (2) 127.32 (精确到十分位);
- (3) 1.576 (精确到 0.01); (4) 0.812 04 (精确到万分位);
- (5) 426 500 (精确到万位); (6) 489 (精确到百位).

2. 下列由四舍五入法得到的近似数, 各精确到哪一位?

- (1) 150.1; (2) 0.618;
- (3) 3.141 59; (4) 4.001 3;
- (5) 360; (6) 32.14 万.

读一读

进一步认识近似数

近似数的产生大致有以下几种情形：一是对数值的精确度要求不高，如第六次全国人口普查时，我国的人口总数大约为 13.7 亿。二是在测量时，受测量工具和技术的限制，一般只能得到近似数。例如，测量同一片树叶的长度，用最小单位为厘米的直尺测量结果为 6.7 cm，用最小单位为毫米的直尺测量结果为 6.68 cm，得到的数据都是近似数。三是在计算中，有时只能得到一个近似数，如 $10 \div 3$ 得到商 3.33。

取近似数除了我们通常采用的四舍五入法外，还有进一法和去尾法等，应根据实际情况的需要选择适当的方法。例如，某班 45 名同学去公园划船，每条船可坐 4 人，一共需租几条船？由 $45 \div 4 = 11.25$ ，此时，要用“进一法”来取近似数，即应租 12 条船。又如，小明有 3.9 元钱，每支圆珠笔 1.5 元，小明一共可买几支这样的圆珠笔？由 $3.9 \div 1.5 = 2.6$ ，此时要用“去尾法”来取近似数，即可买 2 支这样的圆珠笔。

习题 2.17

知识技能

1. 按括号内的要求，用四舍五入法对下列各数取近似数：

- (1) 0.003 87 (精确到 0.000 1)； (2) 572.8 (精确到个位)；
(3) 123.7 万 (精确到万位)； (4) 0.376 48 (精确到千分位)。

2. 下列由四舍五入法得到的近似数，各精确到哪一位？

- (1) 5.67； (2) 0.038 09； (3) 4.700； (4) 1.23 万。

数学理解

3. 按括号内的要求，用四舍五入法对下列各数取近似数，并用科学记数法表示。

- (1) 145 761 (精确到千位)； (2) 4 684 785 (精确到十万位)。

13 用计算器进行运算

图 2-14 是一种科学计算器的面板。

显示器用来显示输入的数据和计算结果。显示器因计算器的种类不同而不同，有单行显示的，也有双行显示的。图 2-14 所示的计算器为双行显示。

计算器键盘的每个键上都标有这个键的功能。比如，在图 2-14 所示的计算器中，**ON/C** 是开机与清零键，按一下这个键，计算器就处于开机、清零状态。**+****-****×****÷** 等标有运算符号的键是运算功能键。例如按一下 **+** 这个键，计算器就执行加法运算。**=** 键的功能是完成运算。

键盘上有些键的上方还注明这个键的其他功能（称为第二功能），这个功能通常用不同的颜色标明以区别于这个键的第一功能。所有第二功能的使用，均应先按一下 **2ndF** 键，再按一下第二功能对应的键。比如，图 2-14 所示的面板中，先按 **2ndF** 键，再按 **ON/C** 键，这时计算器执行的是 **ON/C** 键上方的 **OFF** 键的功能。**OFF** 键是关闭计算器键。

下面我们以此面板为例，说明用计算器如何进行有理数运算。

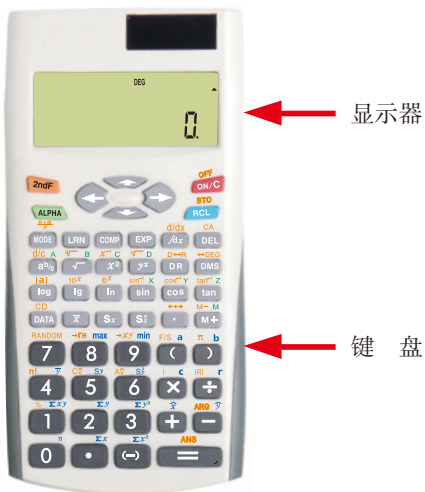


图 2-14

任务	按键顺序
$41.9 \times (-0.6)$	4 1 . 9 × (-) 0 . 6 =
$23 \times \frac{6}{5}$	2 3 × 6 a ^{b/c} 5 =
1.2^2	1 . 2 x ² =
12^4	1 2 y ^x 4 =

例 用计算器计算：

$$(1) (3.2 - 4.5) \times 3^2 - \frac{2}{5};$$

$$(2) [3 \times (-2)^3 + 1] \div (-\frac{6}{5}).$$

解：(1) 按键顺序为



计算器显示结果为 -12.1 ，所以 $(3.2 - 4.5) \times 3^2 - \frac{2}{5} = -12.1$ 。

(2) 按键顺序为



计算器显示结果为 $19.1\bar{6}$ (即 $19\frac{1}{6}$)。

此时，若按 a^b/c 键，则结果切换为小数格式 $19.166\ 666\ 67$ 。这一结果是一个近似数。在用计算器计算时，所得到的结果有时候是近似数。

做一做

测量一种圆柱形饮料罐的底面半径和高，精确到 0.1 cm 。用计算器计算出这个饮料罐的容积 (π 取 3.14)，结果精确到 1 cm^3 ，并将你的结果与商标上的数据进行比较。

随堂练习

1. 用计算器求下列各式的值：

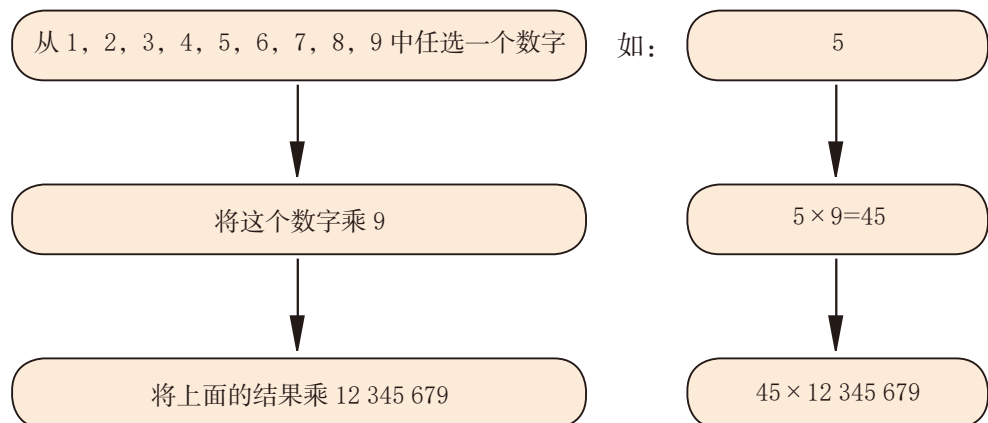
$$(1) 12.236 \div (-2.3);$$

$$(2) 13^5;$$

$$(3) -155^3;$$

$$(4) \frac{1}{2} \times (3.87 - 2.21) \times 15^2 + 1.3^5.$$

2. 按照下面的步骤做一做:



多选几个数试一试, 你发现了什么规律? 与同伴交流你的理由.

习题 2.18

知识技能

1. 用计算器求下列各式的值:

(1) $(-4.57) \times (-2.18)$;

(2) $(-8.73) \div 7.5$;

(3) $(-3.54)^4$;

(4) $2^4 \times (3.17 - 1.25)^2 + 35.43$.

问题解决

2. 写出一个四位数, 它的各个数位上的数字都不相等 (如 6 731). 用这个四位数各个数位上的数字组成一个最大数和一个最小数, 并用最大数减去最小数, 得到一个新的四位数. 对于新得到的四位数, 重复上面的过程, 又得到一个新的四位数. 一直重复下去, 你发现了什么? 请利用计算器帮助你进行探索.

3. (1) 请测量一下你校体育课上所用篮球的圆周, 精确到 0.1 cm, 并用计算器算出此篮球的直径 (π 取 3.14), 结果精确到 1 cm;

(2) 根据规定, 青少年比赛专用篮球的圆周为 69~71 cm, 你所测篮球的圆周是否符合这一标准?

※4. 如果有一根很长的绳子, 它能绕地球赤道一周 (约 40 000 km). 利用计算器探索, 将这根绳子连续对折多少次后能使每段绳长小于 1 m?

回顾与思考

1. 请你构思一个生活中的场景,使其尽可能多地包含负数、数轴、绝对值、有理数的运算内容.
2. 举例说明你是怎样获得有理数加法或减法的运算法则的.
3. 举例说明有理数的运算律.
4. 有理数的运算与小学学过的有关数的运算有什么联系吗?你能举例说明吗?
5. 生活中你遇到过用科学记数法表示的“大数”吗?查找资料,制作一份与“大数”有关的知识小报,与同学进行交流.
6. 生活中随处可见各种数据,哪些是准确的?哪些是近似的?举例说明.
7. 用适当的方式整理本章有关知识,并进行全班交流.

复习题

知识技能

1. 下表记录了某星期内股市的涨跌情况,请完成下表:

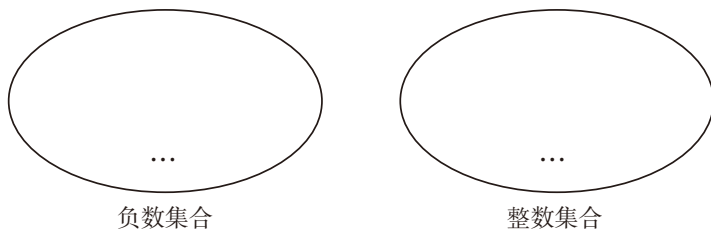
时间	涨跌情况	用正负数表示
星期一	上涨 100 点	+100
星期二	下跌 50 点	
星期三	上涨 60 点	
星期四	下跌 30 点	
星期五	上涨 2 点	

2. 用数轴上的点表示下列各有理数,并求其相反数和绝对值:

$$-0.5, -3.5, 7, -4.5, -4.$$

3. 下面两个圈分别表示负数集合和整数集合,请将下列各数填在适当的圈中:

$$-5\frac{1}{2}, 0, 2, -7, 1.25, -\frac{7}{3}, -3, -\frac{3}{4}.$$



4. 比较下列每组数的大小:

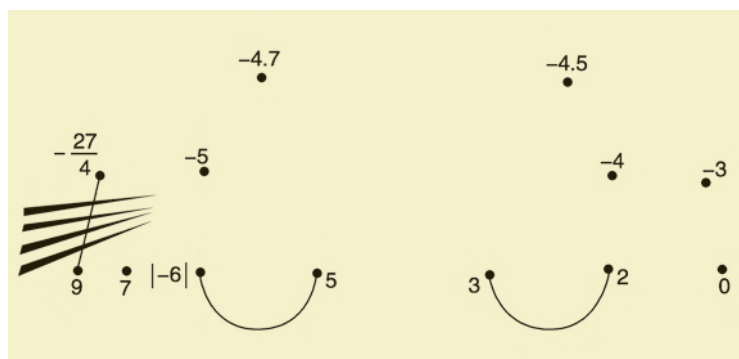
(1) $\frac{1}{100}$, -0.009 ;

(2) $-\frac{8}{7}$, $-\frac{7}{8}$;

(3) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$;

(4) $-2\frac{1}{3}$, -2.3 .

5. 从下图中最小的数开始, 由小到大依次用线段连接各数. 看看你画出了什么.



(第5题)

6. 计算:

(1) $(-8) - (-1)$;

(2) $45 + (-30)$;

(3) $-1.5 - (-11.5)$;

(4) $-\frac{1}{4} - (-\frac{1}{2})$;

(5) $15 - [1 - (-20 - 4)]$;

(6) $-40 - 28 - (-19) + (-24)$;

(7) $22.54 + (-4.4) + (-12.54) + 4.4$;

(8) $(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}) - (\frac{1}{3} - \frac{5}{6})$;

(9) $2.4 - (-\frac{3}{5}) + (-3.1) + \frac{4}{5}$;

(10) $(-\frac{6}{13}) + (-\frac{7}{13}) - (-2)$;

(11) $\frac{3}{4} - (-\frac{11}{6}) + (-\frac{7}{3})$;

(12) $11 + (-22) - 3 \times (-11)$;

(13) $(-0.1) \div \frac{1}{2} \times (-100)$;

(14) $(-\frac{3}{4}) \times (-\frac{2}{3} - \frac{1}{3}) \times 0$;

(15) $(-2)^3 - 3^2$;

(16) $23 \div [(-2)^3 - (-4)]$;

(17) $(\frac{3}{4} - \frac{7}{8}) \div (-\frac{7}{8})$;

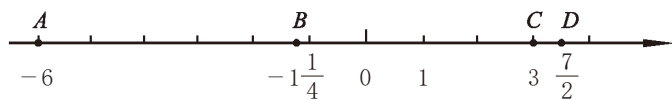
(18) $(-60) \times (\frac{3}{4} + \frac{5}{6})$.

7. 请用科学记数法表示下表中的数据:

名称	围绕太阳公转的轨道半长径/km
水星	58 000 000
金星	110 000 000
地球	150 000 000
火星	230 000 000
木星	780 000 000
土星	1 500 000 000
天王星	2 900 000 000
海王星	4 500 000 000
冥王星	5 900 000 000

8. 计算: $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 99 - 100$.

9. 点 A, B, C, D 所表示的数如图所示, 回答下列问题:



- (1) C, D 两点间的距离是多少?
- (2) A, B 两点间的距离是多少?
- (3) A, D 两点间的距离是多少?

数学理解

10. “一只闹钟一昼夜误差在 $\pm 20\text{s}$ 之内.” 这句话是什么含义?

11. 下列说法是否正确? 请将错误的改正过来.

- (1) 所有的有理数都能用数轴上的点表示;
- (2) 符号不同的两个数互为相反数;
- (3) 有理数分为正数和负数;
- (4) 两数相加, 和一定大于任何一个数;
- (5) 两数相减, 差一定小于被减数.

12. 写出符合下列条件的数:

- (1) 最小的正整数;

- (2) 最大的负整数；
 (3) 大于 -3 且小于 2 的所有整数；
 (4) 绝对值最小的有理数；
 (5) 绝对值大于 2 且小于 5 的所有负整数；
 (6) 在数轴上，与表示 -1 的点的距离为 2 的所有数.

13. 填空：

- (1) 两个互为相反数的数（ 0 除外）的商是 _____ ；
 (2) 两个互为倒数的数的积是 _____ .

14. 观察下面的每组数，按某种规律在横线上填上适当的数，并说明你的理由.

- (1) $-23, -18, -13, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$ ；
 (2) $\frac{2}{8}, -\frac{3}{16}, \frac{4}{32}, -\frac{5}{64}, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$ ；
 (3) $2, -4, 8, -16, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$ ；
 (4) $-2, -4, 0, -2, 2, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 不超过 $(-\frac{5}{3})^3$ 的最大整数是多少？

16. 绝对值大于 1 而小于 5 的所有整数的和是多少？

17. 与同伴做下面的游戏：每个人从一副扑克牌（去掉“大王”“小王”和 J, Q, K）中选择 3 张黑色牌和 3 张红色牌（黑色牌代表正分，红色牌代表负分），使得 6 张牌的总分为零. 两人轮流从同伴手中抽 1 张牌，10 次以后，计算每人手中牌的总分，得分高者获胜.

- (1) 你希望抽到哪种颜色的牌？你希望哪种颜色的牌不被抽走？
 (2) 游戏结束后，你手中牌的总分与同伴手中牌的总分有什么关系？
 (3) 你可能得到的最高分是多少？

问题 解决

18. 某商店去年四个季度盈亏情况如下（盈余为正）：128.5 万元、 -140 万元、 -95.5 万元、 280 万元. 这个商店去年总的盈亏情况如何？

19. 矿井下 A, B, C 三处的高度分别是 -37.4 m, -129.8 m, -71.3 m, A 处比 B 处高多少米？C 处比 B 处高多少米？A 处比 C 处呢？

20. 小明记录了本小组同学的身高（单位：cm）：

158, 163, 154, 160, 165, 162, 157, 160.

请你计算这个小组同学的平均身高.

21. 用计算器计算下列各式，将结果填写在横线上.

$99\,999 \times 11 = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $99\,999 \times 12 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

$$99\,999 \times 13 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$99\,999 \times 14 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(1) 你发现了什么?

(2) 不用计算器, 你能直接写出 $99\,999 \times 19$ 的结果吗?

- ※22. 下面的五个时钟显示了同一时刻国外四个城市时间和北京时间, 你能根据右表给出的国外四个城市与北京的时差, 分别在时钟下标明五个城市的名称吗?

城市	时差/h
纽约	-13
悉尼	+2
伦敦	-8
罗马	-7



联系拓展

23. 如果字母 a 表示一个有理数, 那么它的相反数如何表示? 如果 a 的相反数比 a 大, 那么 a 是什么数?

※24. 下列各式一定成立吗?

(1) $a^2 = (-a)^2$;

(2) $a^3 = (-a)^3$;

(3) $-a^2 = |-a^2|$;

(4) $a^3 = |a^3|$.

※25. (1) 如果数 a 的绝对值等于 a , 那么 a 可能是正数吗? 可能是零吗? 可能是负数吗?

(2) 如果数 a 的绝对值大于 a , 那么 a 可能是正数吗? 可能是零吗? 可能是负数吗?

(3) 一个数的绝对值可能小于它本身吗?

※26. 求出 a 和 2 在数轴上对应的点之间的距离, 你能发现所得的距离与这两个数的差有什么关系吗?

第三章 整式及其加减

随便想一个自然数，将这个数乘 5 减 7，再把结果乘 2 加 14，无论开始想的自然数是什么，按照上面方法计算得到的数的个位数字一定是 0。你相信吗？不妨试试看！

借助字母、符号你能表示圆的面积公式吗？能表示加法运算的交换律吗？你还能用字母、符号表示什么？用字母、符号组成的表达式能和数一样进行运算吗？

通过本章的学习，你将会借助字母表示数或数量关系，利用它们发现一些有趣的规律，解决一些实际问题。



学习目标

- 进一步理解字母表示数的意义
- 能进行整式的加减运算
- 形成用符号表示数或数量关系并获得、解释一般性结论的意识
- 充分感受抽象、归纳等思想方法

$$2(5x - 7) + 14$$



$$s = \frac{1}{2}gt^2$$



1 用字母表示数



图 3-1

按图 3-1 所示的方式用火柴棒搭正方形.

- (1) 搭 1 个正方形需要 _____ 根火柴棒.
- (2) 搭 2 个正方形需要 _____ 根火柴棒, 搭 3 个正方形需要 _____ 根火柴棒.
- (3) 搭 10 个这样的正方形需要多少根火柴棒?
- (4) 搭 100 个这样的正方形需要多少根火柴棒? 你是怎样得到的?
- (5) 如果用字母 x 表示所搭正方形的个数, 那么搭 x 个这样的正方形需要多少根火柴棒? 与同伴进行交流.

小明

搭第一个正方形用 4 根火柴棒, 每增加一个正方形增加 3 根火柴棒, 那么搭 x 个正方形就需要 $[4+3(x-1)]$ 根火柴棒.

小彬

搭上面的一排和下面的一排各用了 x 根火柴棒, 搭竖直方向用了 $(x+1)$ 根火柴棒, 那么搭 x 个正方形就需要 $[x+x+(x+1)]$ 根火柴棒.

做一做

- (1) 根据你的计算方法, 搭 200 个这样的正方形需要 _____ 根火柴棒.
- (2) 利用小明的计算方法, 我们用 200 代替 $4+3(x-1)$ 中的 x , 可以得到

$$4 + 3 \times (200 - 1) = 601.$$

你的结果与小明的结果一样吗?

议一议

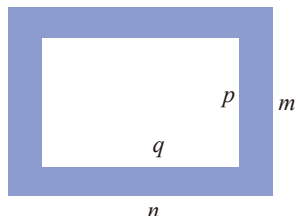
在上面的活动中, 我们借助字母描述了正方形的个数和火柴棒的根数之间的关系. 在以前的学习中, 你在哪些地方曾用到字母表示数? 这些字母表示的是些什么数?

字母可以表示任何数.

用字母表示数, 能把数量和数量关系一般而又简明地表达出来, 为研究和叙述问题带来方便.

随堂练习

- 如果用 a 表示一个有理数, 那么 a 的相反数可以表示为 _____; 当 $a \neq 0$ 时, a 的倒数可以表示为 _____.
- 用 1 米³水的水费是 3.22 元, 用 1 千瓦·时的电费是 0.55 元, 用 x 米³水、 y 千瓦·时电, 共计水电费 _____ 元.
- 如图, 用字母表示图中阴影部分的面积.



(第 3 题)

习题 3.1

知识技能

1. 填空:

- 今年李华 m 岁, 去年李华 _____ 岁, 5 年后李华 _____ 岁;
- a 的 15% 减去 70 可以表示为 _____;

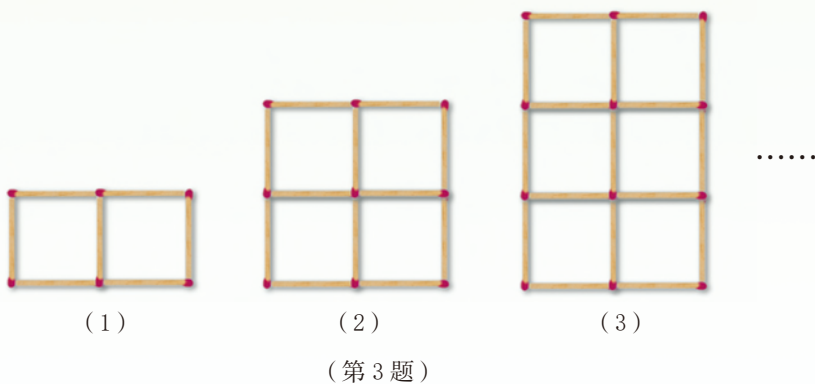
- (3) 某商店上月收入 a 元, 本月的收入比上月的 2 倍还多 10 元, 本月的收入是 _____ 元;
- (4) 小彬用 t s 走了 s m, 他的速度为 _____ m/s;
- (5) 分数乘法法则可以用字母表示为 $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$. 同分母分数的减法法则可以用字母表示为 _____;
- (6) 一个正方体的棱长是 $(a-1)$ m^①, 它的表面积是 _____ m², 体积是 _____ m³.

数学理解

2. 在课上用火柴棒搭正方形的游戏中, 小颖得出这样的结果: 搭 x 个这样的正方形需要 $[4x - (x-1)]$ 根火柴棒. 你认为她的结果对吗? 你能说出她是怎么想的吗?

问题解决

3. 用火柴棒按下面的方式搭图形, 并按照这样的规律搭下去.



- (1) 填写下表:

图形编号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	...
火柴棒根数							...

- (2) 搭第 n 个图形需要多少根火柴棒?

① 当式子后面有单位时, 通常要用括号把式子括起来.

例2 用文字语言叙述下列代数式:

(1) $x+y$;

(2) $\frac{1}{3}(x-y)$;

(3) $(x+y)^2$;

(4) x^3+y^3 .

解: (1) x 与 y 两数的和;

(2) x 与 y 两数差的 $\frac{1}{3}$;

(3) x 与 y 两数和的平方;

(4) x 与 y 两数的立方和.

随堂练习

1. 设字母 a 表示一个数, 用代数式表示:

(1) 比这个数大 5 的数;

(2) 比这个数的 $\frac{3}{4}$ 小 8 的数;

(3) -2 与这个数的和;

(4) 这个数与 9 的和的立方.

2. (1) 一个两位数的个位数字是 a , 十位数字是 b , 用代数式表示这个两位数;

(2) 你能用代数式表示一个三位数吗? 试一试.

3. 用文字语言叙述下列代数式:

(1) $x-y$;

(2) $5(x+y)$;

(3) $(x-y)^2$;

(4) x^2-y^2 .

读一读

“代数”的由来

“用字母表示数”是代数的基础. 初等代数主要以引进符号和未知数为特征, 它的基本内容是解方程.

“代数”(algebra)一词最初来源于公元9世纪阿拉伯数学家、天文学家阿尔·花拉子米(al-Khowārizmī, 约780—约850)一本著作的名称. 公元820年前后, 阿尔·花拉子米写了一本名为《Kitab al-jabr w'al-muqabala》的书, 书中讨论的内容主要是初等代数及各种实用算术问题. 阿尔·花拉子米认为, 他在这本小小的著作里所选的材料是数学中最容易和最有用处的, 同时也是人们在处理日常事务中所经常用到的.

该书于1183年被译成拉丁文传入欧洲, 在翻译中把“al-jabr”译为拉丁文“algebra”, 拉丁文“algebra”一词后来被许多国家采用, 英文译作“algebra”.

1859年, 我国数学家李善兰首次把“algebra”译成“代数”. 后来清代学者华蘅芳和英国人傅兰雅合译英国瓦里斯的《代数学》, 卷首有“代数之法, 无论何数, 皆可以任何记号代之”, 说明了所谓“代数”, 就是用符号来代表数的一种方法.

习题 3.2

知识技能

1. 用代数式表示:

(1) f 的 11 倍再加上 2 可以表示为 _____;

(2) 数 a 与它的 $\frac{1}{8}$ 的和可以表示为 _____;

(3) 一个教室有 2 扇门和 4 扇窗户, n 个这样的教室共有 _____ 扇门和 _____ 扇窗户;

(4) 产量由 m kg 增长 15% 后, 达到 _____ kg.

2. 用文字语言叙述下列代数式:

(1) $15x - 6y$;

(2) $x^3 + \frac{3}{4}y$;

(3) x^2y^3 ;

(4) $x^3 - 3$.

数学理解

3. 某班共有 x 名学生, 其中女生人数占 45%, 那么男生人数是 ().

(A) $45\%x$

(B) $(1 - 45\%)x$

(C) $\frac{x}{45\%}$

(D) $\frac{x}{1 - 45\%}$

例 3 甲、乙两地相距 150 km, 一辆汽车的行驶速度为 a km/h. 用代数式表示:

(1) 这辆汽车从甲地到乙地需要行驶多长时间?

(2) 若速度增加 2 km/h, 则需要多长时间? 加速后可以早到多长时间?

解: (1) 根据时间、路程和速度三者之间的关系, 可知这辆汽车从甲地到乙地需要行驶 $\frac{150}{a}$ h.

(2) 如果速度增加 2 km/h, 那么行驶速度就是 $(a + 2)$ km/h, 所以从甲地到乙地需要行驶 $\frac{150}{a+2}$ h. 加速后可以早到 $(\frac{150}{a} - \frac{150}{a+2})$ h.

例 4 某公园的门票价格是：成人票每张 10 元，学生票每张 5 元. 一个旅游团有 x 名成人和 y 名学生，用代数式表示这个旅游团应付的门票费.

解：这个旅游团应付的门票费是 $(10x+5y)$ 元.

想一想

你能结合其他实例解释代数式 $10x+5y$ 的意义吗？

如果用 x (m/s) 表示小明跑步的速度，用 y (m/s) 表示小明走路的速度，那么 $10x+5y$ 表示他跑步 10 s 和走路 5 s 所经过的路程；如果用 x 和 y 分别表示 1 元和 5 角硬币的枚数，那么 $10x+5y$ 就表示 x 枚 1 元硬币和 y 枚 5 角硬币共是多少角钱.

你还能举出其他的例子吗？

随堂练习

- 假设轮船在静水中的速度是 x km/h，水流的速度是 2 km/h，用代数式表示：
 - 轮船顺水航行的速度；
 - 轮船逆水航行的速度；
 - 轮船顺水航行 4 h 所经过的路程；
 - 轮船逆水航行 5 h 所经过的路程.
- 红星农场有 m 公顷水稻要收割，原计划每天收割 s 公顷，后又增调若干台收割机前来支援，每天比计划多收割 50 公顷，用代数式表示：
 - 按原计划需要多少天收割完？
 - 增调收割机后，多少天能够收割完？
 - 增调收割机后，能提前几天收割完？
- 结合实例解释代数式 $6p$ 的意义.

习题 3.3

知识技能

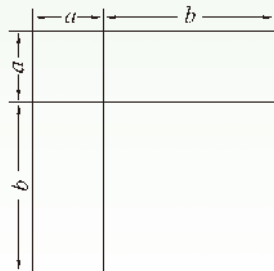
- 设甲每小时行走 5 km，乙每小时行走 4 km，两人同时由同地出发，用代数式表示：

(1) 两人反向行走, a h 后他们之间的距离是多少?

(2) 两人同向行走, a h 后他们之间的距离是多少?

2. 一个工厂原有工人 a 人, 今年增加了一些工人, 增加人数是原来工人人数的 6% , 现在这个工厂共有多少工人?

3. 图中大正方形是由两个小正方形和两个长方形拼成的, 这个大正方形的面积是多少?



(第3题)

数学理解

4. 结合实例解释下列代数式的意义:

(1) $\frac{m}{5}$ 可以解释为_____;

(2) $a+b$ 可以解释为_____.

在计算机上可以设置运算程序, 输入一组数据, 计算机就会呈现运算结果, 就好像一个“数值转换机”.

下面是一组“数值转换机”, 请填写下表, 并写出图 3-2 的输出结果, 写出图 3-3 的运算过程.

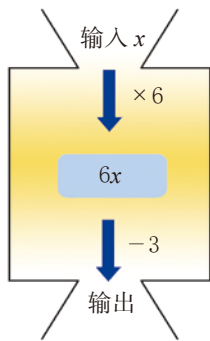


图 3-2

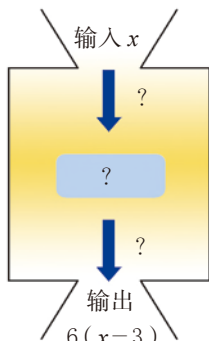


图 3-3

输入	-2	$-\frac{1}{2}$	0	0.26	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{2}$	4.5
图 3-2 的输出							
图 3-3 的输出							

当 x 取某个确定的数值时, 利用“数值转换机”所设定的程序, 就可以计算出代数式 $6x-3$ 的一个结果.

一般地, 用数值代替代数式中的字母, 计算所得的结果叫做代数式的值.

例 5 当 $x = 3$, $y = -2$ 时, 求代数式 $2x^2 - xy - y^2$ 的值.

解: 当 $x = 3$, $y = -2$ 时,

$$\begin{aligned} & 2x^2 - xy - y^2 \\ &= 2 \times 3^2 - 3 \times (-2) - (-2)^2 \\ &= 18 + 6 - 4 \\ &= 20. \end{aligned}$$

议一议

填写下表, 并观察下列两个代数式的值的变化情况.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$5n+6$								
n^2								

- (1) 随着 n 的值逐渐增大, 两个代数式的值如何变化?
- (2) 估计一下, 当 n 的值由 1 开始逐渐增大时, 哪个代数式的值先超过 100?

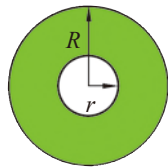
随堂练习

1. 求下列代数式的值:

(1) $x^2 - 3x - 4$, 其中 $x = \frac{1}{3}$;

(2) $-3a^2b$, 其中 $a = -3$, $b = 5$.

2. 如图, 你能表示并求出图中阴影部分的面积吗? (假设 $R = 15$ cm, $r = 5$ cm)



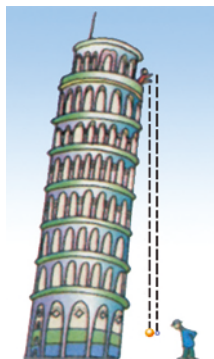
(第 2 题)

3. 物体自由下落的高度 h (m) 和下落时间 t (s) 的关系, 在地球上大约是 $h = 4.9t^2$, 在月球上大约是 $h = 0.8t^2$.

(1) 填写下表:

t	0	2	4	6	8	10
$h = 4.9t^2$						
$h = 0.8t^2$						

- (2) 物体在哪儿下落得快?
- (3) 当 $h = 20$ m 时, 比较物体在地球上和在月球上自由下落所需的时间.



习题 3.4

知识技能

1. 填表:

x	0	-0.25	$\frac{3}{4}$	-1	1	3
$\frac{7+4x}{2}$						

2. 根据下面 a, b, c 的值, 求代数式 $b^2 - 4ac$ 的值:

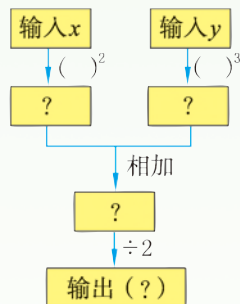
(1) $a = 3, b = -1, c = 2$;

(2) $a = 3, b = 5, c = -2$;

(3) $a = 4, b = -4, c = 1$.

3. 右图是一个“数值转换器”的示意图, 请写出运算过程并填写下表:

x	-1	0	1	2
y	1	-0.5	0	0.5
输出				



(第3题)

数学理解

4. 填写下表, 并观察下列两个代数式的值的变化情况.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$-8n+5$								
$-n^2$								

(1) 随着 n 的值逐渐变大, 两个代数式的值如何变化?

(2) 估计一下, 哪个代数式的值先小于 -100 ?

问题解决

5. 生活中有两种表示温度的方法——摄氏温度($^{\circ}\text{C}$)和华氏温度($^{\circ}\text{F}$). 如果用 c 表示摄氏温度, f 表示华氏温度, 那么 c 和 f 之间的关系是: $c = \frac{5}{9}(f - 32)$. 某日伦敦和纽约的最高气温分别是 72°F 和 88°F , 请把它们换算成摄氏温度.

6. 遗传是影响一个人身高的因素之一. 国外有学者曾提出用父母身高预测子女身高的经验公式: 儿子成年后的身高 $= \frac{a+b}{2} \times 1.08$, 女儿成年后的身高 $= \frac{0.923a+b}{2}$, 其中 a (m) 为父亲身高, b (m) 为母亲身高.

- (1) 六年级男生小刚的爸爸身高为 1.72 m, 妈妈身高为 1.65 m, 试预测小刚成年后的身高;
 (2) 根据公式, 预测一下自己的身高.

联系拓广

※7. 当 $a = -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2$ 时, $a^2 - a$ 是正数还是负数? 当 $|a| > 2$ 时, $a^2 - a$ 是正数还是负数?

3 整 式

小明房间的窗户如图 3-4 所示, 其中上方的装饰物由两个四分之一圆和一个半圆组成 (它们的半径相同).

- (1) 装饰物所占的面积是多少?
 (2) 窗户中能射进阳光的部分的面积是多少?
 (窗框面积忽略不计)

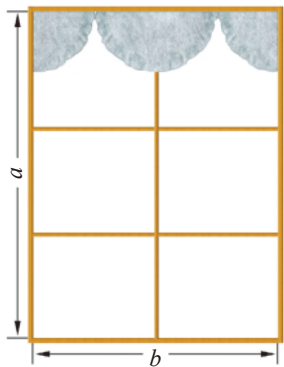


图 3-4

做一做

(1) 如图 3-5, 一个十字形花坛铺满了草皮, 这个花坛草地面积是多少?

(2) 当水结冰时, 其体积大约会比原来增加 $\frac{1}{9}$, $x \text{ m}^3$ 的水结成冰后体积是多少?

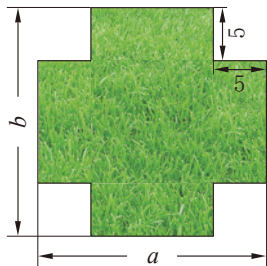


图 3-5

(3) 如图 3-6, 一个长方体的箱子紧靠墙角, 它的长、宽、高分别是 a , b , c . 这个箱子露在外面的表面积是多少?

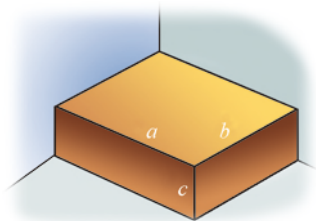


图 3-6

(4) 某件商品的成本价为 a 元, 按成本价提高 15% 后标价, 又以 8 折 (即按标价的 80%) 销售, 这件商品的售价为多少元?

像 $\frac{\pi}{16}b^2$, $\frac{10}{9}x$, $0.8(1+15\%)a$ 等, 都是数与字母的乘积, 这样的代数式叫做**单项式** (monomial). 单独一个数或一个字母也是单项式.

单项式中的数字因数叫做这个**单项式的系数** (coefficient). 如 $\frac{\pi}{16}b^2$ 的系数是 $\frac{\pi}{16}$, $\frac{10}{9}x$ 的系数是 $\frac{10}{9}$. 所有字母的指数和叫做这个**单项式的次数**^① (degree of monomial). 如 $\frac{\pi}{16}b^2$ 是 2 次的, $12a^3b$ 是 4 次的.

当一个单项式的系数是 1 或 -1 时, “1” 通常省略不写, 但 “ -1 ” 的符号 “ $-$ ” 不能省略. 如 $1a$ 写成 a , $-1x^2y^3$ 写成 $-x^2y^3$. 此外, 字母因数的指数如果是 1, 通常也省略不写. 如 a^1 , $3x^1y^2$ 通常写成 a , $3xy^2$.



议一议

代数式 $ab - \frac{\pi}{16}b^2$, $ab - 100$, $ab + bc + ac$ 是单项式吗? 为什么? 与同伴进行交流.

代数式 $ab - \frac{\pi}{16}b^2$ 是单项式 ab 与 $-\frac{\pi}{16}b^2$ 的和, 代数式 $ab - 100$ 是单项式 ab 与 -100 的和, 代数式 $ab + bc + ac$ 是单项式 ab , bc 和 ac 的和. 几个单项

① 单独一个非零数的次数是 0.

式的和叫做**多项式** (polynomial).

在多项式中, 每个单项式叫做**多项式的项** (term), 不含字母的项叫做**常数项** (constant term). 如多项式 $ab - 100$ 有两项, 分别是 ab 和 -100 , 其中 -100 是常数项.

单项式和多项式统称**整式** (integral expression).

做一做

小红和小兰房间窗户的装饰物如图 3-7 所示, 它们分别由两个四分之一圆和四个半圆组成 (半径分别相同).

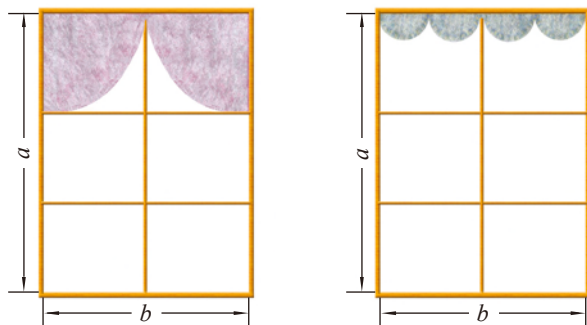


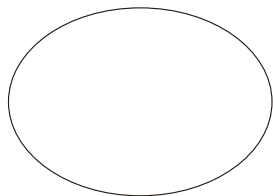
图 3-7

- (1) 窗户中能射进阳光的部分的面积分别是多少? (窗框面积忽略不计)
- (2) 观察(1)中所得到的结果, 它们是单项式还是多项式? 如果是多项式, 它的项数是多少?

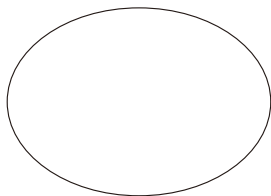
随堂练习

下列代数式中哪些是单项式? 哪些是多项式? 分别填入所属的圈中, 并指出其中各单项式的系数和次数.

$$-15a^2b, \frac{3x^2}{\pi}, 2x-3y, 4a^2b^2-4ab+b^2, -a, x^3+2y-x.$$



单项式



多项式

习题 3.5

知识技能

1. 下列代数式中哪些是单项式？哪些是多项式？其中单项式的系数和次数分别是多少？多项式中若有常数项，请把它指出来。

$$7h, xy^3+1, 2ab+6, \frac{2}{5}x-by^3.$$

2. 下列多项式分别有几项？每项的系数和次数分别是多少？

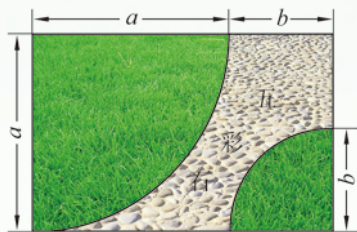
$$(1) -\frac{1}{3}x-x^2y+2\pi;$$

$$(2) x^3-2x^2y^2+3y^2.$$

3. 小明和小亮各收集了一些废电池，如果小明再多收集 6 个，他的废电池个数就是小亮的 2 倍。根据题意列出整式：若小明收集了 x 个废电池，则小亮收集了 _____ 个废电池。

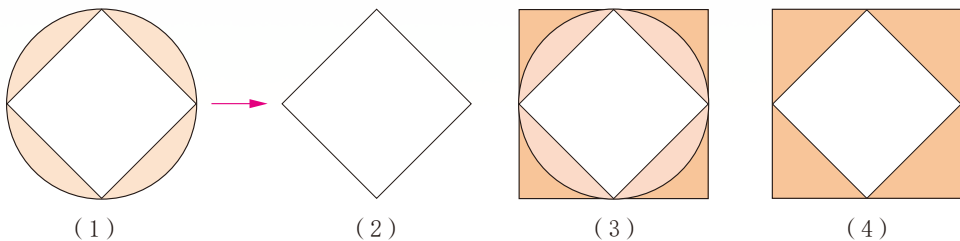
问题解决

4. 某小区一块长方形的造型如图所示(单位: m)，其中两个扇形表示绿地，两块绿地用五彩石隔开，那么需铺多大面积的五彩石？



(第 4 题)

5. 如图(1)(2)，某餐桌桌面可由圆形折叠成正方形(图中阴影表示可折叠部分)。已知折叠前圆形桌面的直径为 a m，折叠成正方形后其边长为 b m。如果一块正方形桌布的边长为 a m，并按图(3)所示把它铺在折叠前的圆形桌面上，那么桌布垂下部分的面积是多少？如果按图(4)所示把这块桌布铺在折叠后的正方形桌面上呢？



(第 5 题)

4 合并同类项

图 3-8 中的大长方形由两个小长方形组成，求大长方形的面积.

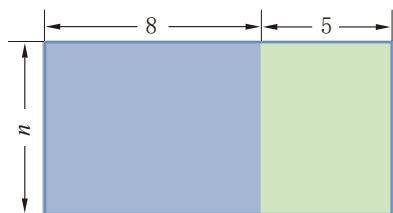


图 3-8

大长方形的面积可以用代数式表示为 $8n + 5n$ ，也可以表示为 $(8 + 5)n$ ，从而 $8n + 5n = (8 + 5)n = 13n$. 这就是说，当我们计算 $8n + 5n$ 时，可以先将这两项的系数相加，再乘 n 就能合并成一项了. 利用乘法对加法的分配律也可以得到这个结果.

与此类似，根据乘法对加法的分配律可得

$$-7a^2b + 2a^2b = (-7 + 2)a^2b = -5a^2b.$$

$8n$ 和 $5n$ 都含字母 n ，并且 n 的指数都是 1； $-7a^2b$ 和 $2a^2b$ 都含字母 a 和 b ，并且 a 的指数都是 2， b 的指数都是 1. 像 $8n$ 与 $5n$ ， $-7a^2b$ 与 $2a^2b$ 这样，所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项，叫做同类项 (like terms). 常数项都是同类项.

把同类项合并成一项，叫做合并同类项 (unite like terms). 如：

$$8n + 5n = 13n, \quad -7a^2b + 2a^2b = -5a^2b.$$

议一议

x 与 y ， a^2b 与 ab^2 ， $-3pq$ 与 $3qp$ ， abc 与 ac ， a^2 与 a^3 是不是同类项？

做一做

合并同类项：

(1) $-xy^2 + 3xy^2$ ；

合并同类项的依据是
乘法对加法的分配律.

$$(2) 7a + 3a^2 + 2a - a^2 + 3.$$

合并同类项时，把同类项的系数相加，字母和字母的指数不变。

例 1 合并同类项：

$$(1) 3a + 2b - 5a - b;$$

$$(2) -4ab + 8 - 2b^2 + 4ab - 8.$$

解：(1) $3a + 2b - 5a - b$

$$= (3a - 5a) + (2b - b)$$

$$= (3 - 5)a + (2 - 1)b$$

$$= -2a + b;$$

$$(2) -4ab + 8 - 2b^2 + 4ab - 8$$

$$= (-4ab + 4ab) + (8 - 8) - 2b^2$$

$$= (-4 + 4)ab - 2b^2$$

$$= -2b^2.$$

随堂练习

1. 下列各组中的两项是不是同类项？为什么？

$$(1) 2x^2y \text{ 与 } 5x^2y;$$

$$(2) \frac{1}{3}ab^3 \text{ 与 } -\frac{4}{3}ab^3;$$

$$(3) mn \text{ 与 } -mn;$$

$$(4) \frac{1}{4}st \text{ 与 } 5ts;$$

$$(5) 12x^3y^2 \text{ 与 } -2x^2y^3;$$

$$(6) 2x^2 \text{ 与 } 2x^3;$$

$$(7) a^3 \text{ 与 } 5^3;$$

$$(8) -125 \text{ 与 } 12.$$

2. 下列合并同类项是否正确？如果不正确，请指出错误的地方。

$$(1) 3x + 3y = 6xy;$$

$$(2) 8x + 4 = 12x;$$

$$(3) 16y^2 - 7y^2 = 9;$$

$$(4) 19a^2b - 9ab^2 = 10;$$

$$(5) 7ab - 7ba = 0;$$

$$(6) 3x^3 + 2x^3 = 5x^6.$$

3. 合并同类项：

$$(1) 10y^2 + y^2;$$

$$(2) -6m^2n + 6m^2n;$$

$$(3) 15x + 4x - 20x;$$

$$(4) \frac{1}{2}m - \frac{1}{2}m + 1;$$

$$(5) 0.6ab^2 - ab^2 + 0.4a^2b;$$

$$(6) \frac{1}{4}p - 0.3q - \frac{1}{2}p + 0.3q.$$

习题 3.6

知识技能

1. 找出下列多项式中的同类项:

(1) $5x^2y - 3y^2 - x - 4 + x^2y + 2x - 9$;

(2) $4ab - 7a^2b^2 - 8ab^2 + 5a^2b^2 - 9ab + a^2b^2$.

2. 合并同类项:

(1) $3f + 2f - 7f$;

(2) $x - f + 5x - 4f$;

(3) $2a + 3b + 6a + 9b - 8a + 12b$;

(4) $3pq + 7pq + 4pq + pq$;

(5) $30a^2b + 2b^2c - 15a^2b - 4b^2c$;

(6) $7xy - 8xy + 5xy - 12xy$.

3. (1) 一个三角形的三边长分别为 $3x$ cm, $4x$ cm, $5x$ cm, 求它的周长;

(2) 三个连续整数中, 最小的一个是 n , 这三个数的和是多少?

(3) 某公园的成人票价每张是 20 元, 学生票价每张是 8 元. 甲旅游团有 x 名成人和 y 名学生; 乙旅游团的成人数是甲旅游团的 2 倍, 学生数是甲旅游团的 $\frac{1}{2}$. 两个旅游团的门票费用总和为多少元?

数学理解

4. 你能写出 $2xyz^3$ 的几个同类项吗?

5. 如果把 $(a+b)$ 看做一个整体, 就可以把 $2(a+b)$ 与 $-\frac{1}{3}(a+b)$ 看做同类项; 把 $(x-y)$ 看做一个整体, 就可以把 $3(x-y)^2$ 与 $(x-y)^2$ 看做同类项, 这便于代数式的化简. 合并下列各式中的同类项:

(1) $2(a+b) + 3(a+b) - 5(a+b)$;

(2) $3(x-y)^2 - 6(x+y)^2 - 2(x-y)^2 + 7(x+y)^2$.

例 2 先化简, 再求值:

$$5x^2 - 8x + 1 + x^2 + 7x - 6x^2, \text{ 其中 } x = \frac{1}{3}.$$

解: $5x^2 - 8x + 1 + x^2 + 7x - 6x^2$
 $= (5x^2 + x^2 - 6x^2) + (-8x + 7x) + 1$
 $= -x + 1.$

当 $x = \frac{1}{3}$ 时, 原式 $= -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$.

例 3 求代数式 $0.2a - \frac{1}{2}c^2 + abc - \frac{1}{5}a + 0.5c^2$ 的值, 其中 $a = -\frac{1}{6}$, $b = 2$, $c = 9$.

$$\begin{aligned} \text{解: } & 0.2a - \frac{1}{2}c^2 + abc - \frac{1}{5}a + 0.5c^2 \\ &= (0.2a - \frac{1}{5}a) + (-\frac{1}{2}c^2 + 0.5c^2) + abc \\ &= abc. \end{aligned}$$

当 $a = -\frac{1}{6}$, $b = 2$, $c = 9$ 时, 原式 $= (-\frac{1}{6}) \times 2 \times 9 = -3$.

多项式中, 如果有同类项, 应先通过合并同类项进行化简, 然后再求值, 这样可以使计算简便.

合并同类项后的多项式中, 含有几项, 就叫做几项式, 次数最高的项的次数, 叫做多项式的次数. 例如, $2x^2 - 3x + 1$ 是二次三项式; $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 是三次四项式.



想一想

例 2 中的多项式 $5x^2 - 8x + 1 + x^2 + 7x - 6x^2$ 能不能说是二次六项式? 为什么?



随堂练习

1. 求下列代数式的值:

(1) $5x^2 + 4 - 3x^2 - 5x - 2x^2 - 5 + 6x$, 其中 $x = -3$;

(2) $3ab - 5ab^3 + 0.5a^3b - 3ab^2 + 5ab^3 - 4.5a^3b$, 其中 $a = 1$, $b = \frac{3}{2}$;

(3) $8p^2 - 7q + 6q - 7p^2 - 7$, 其中 $p = 3$, $q = -3$.

2. 判断下列多项式分别是几次几项式:

(1) $-x^2 - x + 3$;

(2) $3x^3 - x^2 + x - x^3 + 3x^2 - 2x^2 + 3$;

(3) $x^6 - 64$;

(4) $a^4b - 2a^3b^2 - 5a^2b^2 + 2b^2a^3 - b^5$.

习题 3.7

知识技能

1. 求下列代数式的值:

(1) $6x+2x^2-3x+x^2+1$, 其中 $x=-5$;

(2) $4x^2+3xy-x^2-9$, 其中 $x=2, y=-3$;

(3) $\frac{1}{3}m-\frac{3}{2}n-\frac{5}{6}n-\frac{1}{6}m$, 其中 $m=6, n=2$;

(4) $3pq-\frac{4}{5}m-4pq$, 其中 $m=5, p=\frac{1}{3}, q=-\frac{3}{2}$.

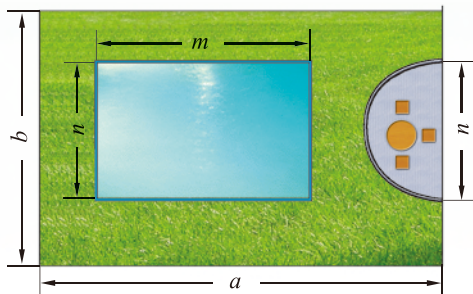
数学理解

2. 先化简, 再求值:

$4(2a-b)^2-5(2a-b)+(2a-b)^2-2(2a-b)$, 其中 $a=-\frac{1}{2}, b=3$.

问题解决


- ※3. 小明为一个长方形娱乐场提供了如图所示的设计方案, 其中半圆形休息区和长方形游泳区以外的地方都是绿地. 如果这个娱乐场需要有一半以上的绿地, 并且它的长与宽之间满足 $a=\frac{3}{2}b$, 而小明设计的 m, n 分别是 a, b 的 $\frac{1}{2}$, 那么他的设计方案符合要求吗? 你能在这个娱乐场提供一个既符合要求又美观的设计方案吗?




(第3题)

5 去括号

还记得本章第 1 节中用火柴棒搭正方形时，小彬是怎样计算火柴棒的根数的吗？




小彬

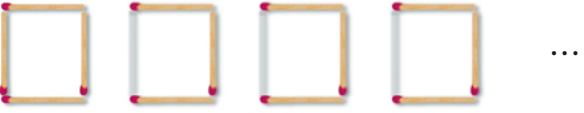


上面的一排和下面的一排各用了 x 根火柴棒，竖直方向用了 $(x+1)$ 根火柴棒，共用了 $[x+x+(x+1)]$ 根火柴棒。


下面是小颖和小刚的做法：



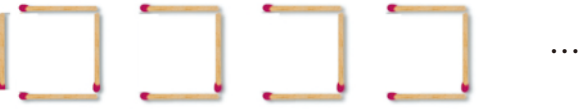
小颖



把每一个正方形都看成是用 4 根火柴棒搭成的，然后再减去多算的火柴棒根数，那么搭 x 个正方形就需要 $[4x-(x-1)]$ 根火柴棒。



小刚



把第一个正方形看成是用 3 根火柴棒加 1 根火柴棒搭成的。此后每增加一个正方形就增加 3 根火柴棒，那么搭 x 个正方形就需要 $(3x+1)$ 根火柴棒。

这三个代数式相等吗？

利用运算律去括号，并比较合并同类项后的结果。

$$\begin{aligned} x+x+(x+1) &= x+x+x+1 \\ &= 3x+1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4x - (x-1) &= 4x + (-1)(x-1) \\ &= 4x + (-1)x + (-1) \times (-1) \\ &= 4x - x + 1 \\ &= 3x + 1.\end{aligned}$$

因此，这三个代数式是相等的.

议一议

去括号前后，括号里各项的符号有什么变化？

括号前是“+”号，把括号和它前面的“+”号去掉后，原括号里各项的符号都不改变；

括号前是“-”号，把括号和它前面的“-”号去掉后，原括号里各项的符号都要改变.

想一想

本章第1节中，小明列出的多项式 $4 + 3(x-1)$ 与小彬列出的多项式 $x + x + (x+1)$ 相等吗？

例 先去括号，再合并同类项：

(1) $4a - (a - 3b)$;

(2) $a + (5a - 3b) - (a - 2b)$;

(3) $3(2xy - y) - 2xy$;

(4) $5x - y - 2(x - y)$.

解：(1) $4a - (a - 3b)$

(2) $a + (5a - 3b) - (a - 2b)$

$$= 4a - a + 3b$$

$$= a + 5a - 3b - a + 2b$$

$$= 3a + 3b;$$

$$= 5a - b;$$

(3) $3(2xy - y) - 2xy$

(4) $5x - y - 2(x - y)$

$$= (6xy - 3y) - 2xy$$

$$= 5x - y - (2x - 2y)$$

$$= 6xy - 3y - 2xy$$

$$= 5x - y - 2x + 2y$$

$$= 4xy - 3y;$$

$$= 3x + y.$$

随堂练习

1. 去括号:

$$(1) -a + (-b + c);$$

$$(2) a - (b + c);$$

$$(3) a + (-b - c);$$

$$(4) -a - (b - c).$$

2. 先去括号, 再合并同类项:

$$(1) 8x - (-3x - 5);$$

$$(2) (3x - 1) + (2 - 5x);$$

$$(3) (-4y + 3) - (-5y - 2);$$

$$(4) 3x + 1 - 2(4 - x).$$

3. 下列去括号正确吗? 如果不正确, 请加以改正.

$$(1) 3(x + 8) = 3x + 8;$$

$$(2) -(x - 6) = -x - 6;$$

$$(3) -(-b + c) = -b - c;$$

$$(4) a + 2(-b + c) = a - 2b + 2c.$$

习题 3.8

知识技能

1. 去括号:

$$(1) -(2m - 3);$$

$$(2) -(a + b) + (c - d);$$

$$(3) (-a - b) - (-c + d);$$

$$(4) a - (-b + c - d);$$

$$(5) n - 3(4 - 2m);$$

$$(6) t + \frac{2}{3}(12 - 9v);$$

$$(7) -8(3a - 2ab + 4);$$

$$(8) 4(m + p) - 7(n - 2q).$$

2. 先去括号, 再合并同类项:

$$(1) -2n - (3n - 1);$$

$$(2) a - (5a - 3b) + (2b - a);$$

$$(3) -3(2s - 5) + 6s;$$

$$(4) 1 - (2a - 1) - (3a + 3);$$

$$(5) 3(-ab + 2a) - (3a - b);$$

$$(6) 14(abc - 2a) + 3(6a + 2abc);$$

$$(7) 3(xy - 2z) + (-xy + 3z);$$

$$(8) -4(pq + pr) + (4pq + pr).$$

数学理解

3. 有这样一道题: “当 $a = 0.25$, $b = -0.37$ 时, 求代数式 $a^2 + (a^2 + ab) - 2a^2 - ab$ 的值.” 有一位同学指出, 不用条件就可以求出结果. 你认为他说得有道理吗?

4. 下列各式一定成立吗?

$$(1) -a + b = -(a - b);$$

$$(2) -a + b = -(b + a);$$

$$(3) 2 - 3x = -(3x - 2);$$

$$(4) 6x + 5 = 6(x + 5).$$

6 整式的加减

按照下面的步骤做一做：

- (1) 任意写一个两位数；
- (2) 交换这个两位数的十位数字和个位数字，又得到一个数；
- (3) 求这两个数的和。

再写几个两位数重复上面的过程. 这些和有什么规律？这个规律对任意一个两位数都成立吗？

如果用 a, b 分别表示一个两位数的十位数字和个位数字，那么这个两位数可以表示为： $10a + b$. 交换这个两位数的十位数字和个位数字，得到的数是： $10b + a$. 把这两个数相加：

$$(10a + b) + (10b + a) = \underline{\hspace{2cm}}$$

根据运算结果，你能解决上面的问题吗？

做一做

任意一个三位数可以表示为 $100a + 10b + c$.

任意写一个三位数

交换它的百位数字与个位数字，又得到一个数

两个数相减

两个数相减后的结果有什么规律？这个规律对任意一个三位数都成立吗？

议一议

在上面的两个问题中，分别涉及了整式的什么运算？说一说你是如何运算的. 与同伴进行交流.

进行整式加减运算时，如果遇到括号要先去括号，再合并同类项.

例 1 计算：

(1) $2x^2 - 3x + 1$ 与 $-3x^2 + 5x - 7$ 的和；

(2) $-x^2 + 3xy - \frac{1}{2}y^2$ 与 $-\frac{1}{2}x^2 + 4xy - \frac{3}{2}y^2$ 的差.

解：(1) $(2x^2 - 3x + 1) + (-3x^2 + 5x - 7)$

$$= 2x^2 - 3x + 1 - 3x^2 + 5x - 7$$

$$= -x^2 + 2x - 6;$$

(2) $(-x^2 + 3xy - \frac{1}{2}y^2) - (-\frac{1}{2}x^2 + 4xy - \frac{3}{2}y^2)$

$$= -x^2 + 3xy - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}x^2 - 4xy + \frac{3}{2}y^2$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 - xy + y^2.$$

随堂练习

1. 计算：

(1) $\frac{1}{2}xy - \frac{1}{4}yx - (-6x^2y^2) - 2y^2x^2$;

(2) $(-\frac{1}{3}ab) + (-\frac{1}{4}a^2) + \frac{1}{3}a^2 - (-\frac{1}{5}ab)$.

2. 计算：

(1) $(4k^2 + 7k) + (-k^2 + 3k - 1)$;

(2) $(5y + 3x - 15z^2) - (12y + 7x + z^2)$;

(3) $(-a^2 + 2ab - b^2) - (2a^2 + ab - 3b^2)$;

(4) $x - (1 - 2x + x^2) + (-1 + 3x - x^2)$.

习题 3.9

知识技能

1. 计算：

(1) $4x^3 - (-6x^3) + (-9x^3)$;

(2) $-3x^2y - (-3xy^2) + 3x^2y + 3xy^2$;

(3) $-3x^2 - 4xy - 6xy - (-y^2) - 2x^2 - 3y^2$;

(4) $-\frac{2}{3}ab + \frac{3}{4}a^2b + ab + (-\frac{3}{4}a^2b) - 1$.

2. 计算:

$$(1) (3k^2 + 7k) + (4k^2 - 3k + 1);$$

$$(2) (3x^2 + 2xy - \frac{1}{2}x) - (2x^2 - xy + x);$$

$$(3) (7a^2 + 2a + b) - (3a^2 + 2a - b);$$

$$(4) (\frac{1}{2}xy + y^2 + 1) + (x^2 - \frac{1}{2}xy - 2y^2 - 1);$$

$$(5) -(\frac{1}{3} + m^2n + m^3) - (\frac{2}{3} - m^2n - m^3);$$

$$(6) (\frac{11}{2}x^2 - 29x + 10y) - (\frac{5}{2}x^2 - 13x + 24y).$$

数学理解

3. 填空:

$$(1) (4a^2 + 3a - 2) + \underline{\hspace{2cm}} = -a^2 + 7a + 9;$$

$$(2) (3b^2 - 4ab + 6) - \underline{\hspace{2cm}} = 5b^2 + 7ab - 3.$$

问题解决

4. 从 1~9 这九个数字中选择三个数字, 由这三个数字可以组成六个两位数, 先把这六个两位数相加, 然后再用所得的和除以所选三个数字之和. 你发现了什么? 你能说明这其中的道理吗?

火车站和飞机场都为旅客提供行李打包服务. 如果将长、宽、高分别为 a m、 b m、 c m 的箱子按如图 3-9 所示的两种方式打包 (其中红色线为打包带).

- (1) 按照图 3-9(1) 所示的方式打包, 至少需要多少米的打包带?
- (2) 按照图 3-9(2) 所示的方式打包, 至少需要多少米的打包带?
- (3) 哪一种方式使用的打包带较短? 与同伴进行交流.

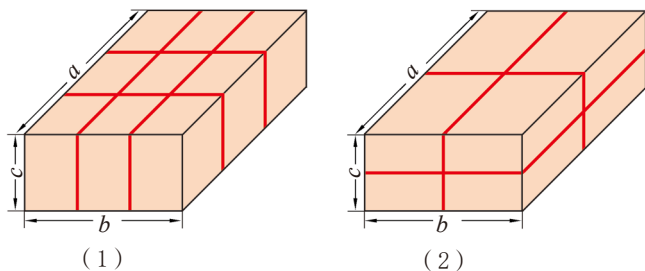


图 3-9

例2 计算:

$$(1) 7(p^3+p^2-p-1)-2(p^3+p);$$

$$(2) -\frac{1}{3}(1+3m^2n+3m^3)-\frac{2}{3}(1-\frac{3}{2}m^2n-\frac{3}{2}m^3).$$

解: (1) $7(p^3+p^2-p-1)-2(p^3+p)$

$$=7p^3+7p^2-7p-7-2p^3-2p$$

$$=5p^3+7p^2-9p-7;$$

$$(2) -\frac{1}{3}(1+3m^2n+3m^3)-\frac{2}{3}(1-\frac{3}{2}m^2n-\frac{3}{2}m^3)$$

$$=-\frac{1}{3}-m^2n-m^3-\frac{2}{3}+m^2n+m^3$$

$$=-1.$$

例3 求代数式 $\frac{1}{3}a - (\frac{1}{2}a - 4b - 6c) + 3(-2c + 2b)$ 的值, 其中 $a = -12$, $b = \frac{1}{5}$, $c = 2012$.

解: $\frac{1}{3}a - (\frac{1}{2}a - 4b - 6c) + 3(-2c + 2b)$

$$= \frac{1}{3}a - \frac{1}{2}a + 4b + 6c - 6c + 6b$$

$$= -\frac{1}{6}a + 10b.$$

当 $a = -12$, $b = \frac{1}{5}$ 时, 原式 $= -\frac{1}{6} \times (-12) + 10 \times \frac{1}{5} = 2 + 2 = 4$.

随堂练习

1. 计算:

$$(1) 2(a^2 - 2ab + b^2) - 3(a^2 - 2ab + b^2);$$

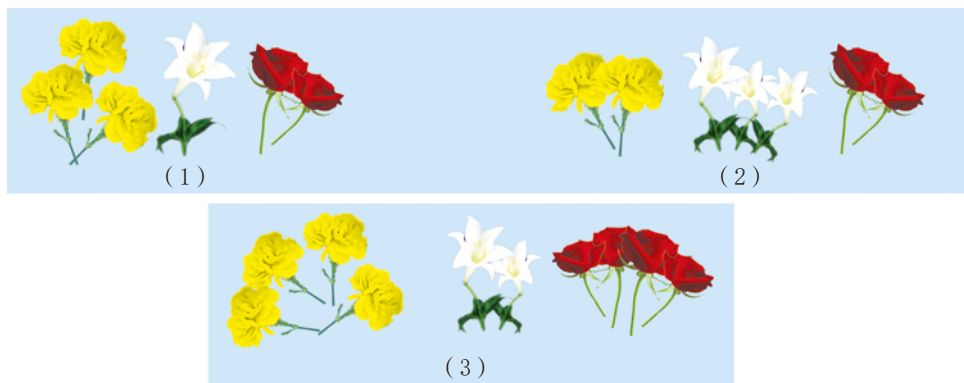
$$(2) (8xy - 3x^2) - 5xy - 2(3xy - 2x^2).$$

2. 先化简, 再求值.

$$(1) (-7 + 8x - 3x^2) - (-3x^2 - 4x + 5), \text{ 其中 } x = 1;$$

$$(2) (8x^2 - xy + 7y^2) + (-4x^2 + 3xy - 6y^2), \text{ 其中 } x = \frac{1}{2}, y = 2.$$

3. 某花店一枝黄色康乃馨的价格是 x 元, 一枝红色玫瑰的价格是 y 元, 一枝白色百合的价格是 z 元. 图中三束鲜花的价格各是多少元? 图中所有鲜花的总价是多少元?



(第3题)

习题 3.10

知识技能

1. 计算:

$$(1) (3x^2 + 4x - 1) - 3(x^2 + 3x);$$

$$(2) -5(x^2 - 3) - 2(3x^2 + 5);$$

$$(3) -(x^2y + 3xy - 4) + 3(x^2y - xy + 2);$$

$$(4) -\frac{1}{4}(2k^3 + 4k^2 - 28) + \frac{1}{2}(k^3 - 2k^2 + 4k).$$

2. 先化简, 再求值:

$$(1) 3x^2 - (2x^2 + 5x - 1) - (3x + 1), \text{ 其中 } x = 10;$$

$$(2) (xy - \frac{3}{2}y - \frac{1}{2}) - (xy - \frac{3}{2}x + 1), \text{ 其中 } x = \frac{10}{3}, y = \frac{8}{3};$$

$$(3) 4y^2 - (x^2 + y) + (x^2 - 4y^2), \text{ 其中 } x = -28, y = 18.$$

数学理解

3. 填空:

$$(1) 2(a^2 - ab + 1) + \underline{\hspace{2cm}} = -2b^2 + 8ab + 7;$$

$$(2) \underline{\hspace{2cm}} - 2(3m^2 + m + 3) = 2m^2 + 8.$$

7 探索与表达规律

图 3-10 中是按照一定的规律摆放的桌子和椅子：

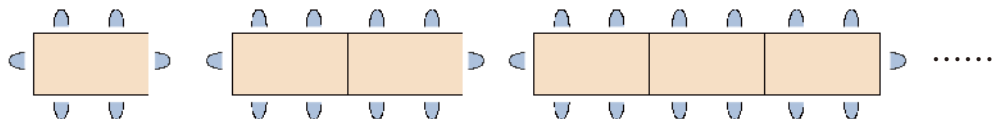


图 3-10

- (1) 1 张桌子的周围摆放 6 把椅子，2 张桌子的周围摆放 ____ 把椅子；
 (2) 按照图 3-10 中的规律继续摆放桌子和椅子，完成下表：

桌子/张	3	4	5	6	...	n
椅子/把						

议一议

图 3-11 中也是按照一定的规律摆放的桌子和椅子。

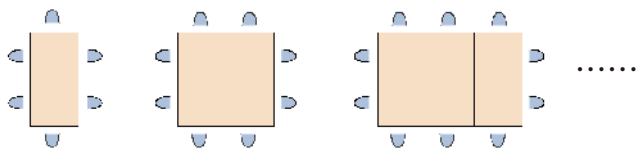


图 3-11

- (1) 2 张桌子拼在一起，周围可摆放多少把椅子？3 张桌子呢？ n 张桌子呢？
 (2) 一个大厅里有 40 张这样的长方形桌子，按照图 3-11 中的规律每 8 张拼成 1 张大桌子，则 40 张桌子可拼成 5 张大桌子，桌子的周围共可摆放多少把椅子？如果有 $8n$ 张桌子，仍按上面规律每 8 张拼成 1 张，此时桌子的周围共可摆放多少把椅子？

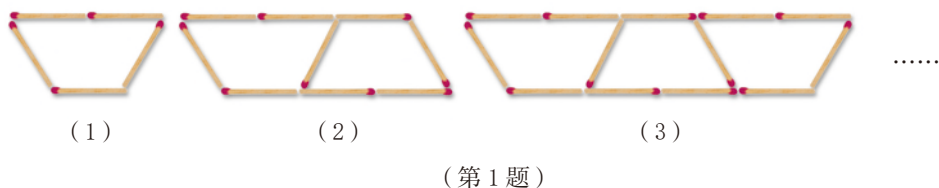
想一想

- (1) 小明也用上面的 8 张桌子拼成 1 张大桌子，但 $8n$ 张桌子的周围只能摆放 $16n$ 把椅子，你能说出他的桌子是怎么摆放的吗？

(2) 若仍用上面的桌子，每 8 张桌子拼成 1 张大桌子，你还有其他摆放桌子的方法吗？按照你的摆放方法， $8n$ 张桌子的周围共可摆放多少把椅子？

随堂练习

1. 用火柴棒按如图所示的方式搭图形.

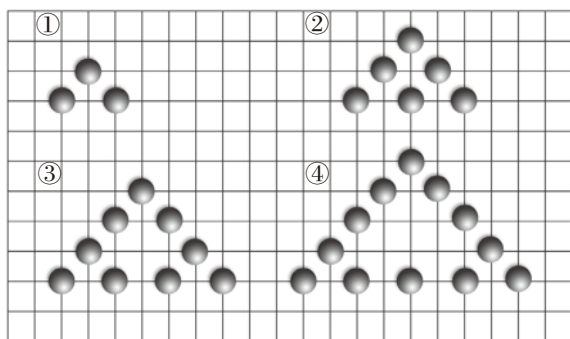


(1) 按图示规律填空：

图形编号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	...
火柴棒 / 根						...

(2) 按照这种方式搭下去，搭第 n 个图形需要_____根火柴棒.

2. 用棋子摆出下列一组图形：



(第 2 题)

- (1) 摆第 1 个图形用 _____ 枚棋子，摆第 2 个图形用 _____ 枚棋子，摆第 3 个图形用 _____ 枚棋子；
- (2) 按照这种规律摆下去，摆第 n 个图形用 _____ 枚棋子，摆第 100 个图形用 _____ 枚棋子；
- (3) 用不同方法表示第 $(n-1)$ 个图形所用的棋子数.

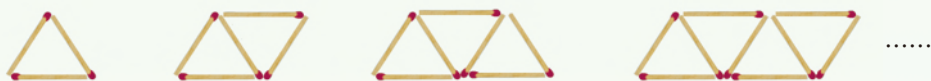
习题 3.11

数学理解

1. 生活中有许多规律可以用数学式子表达，请你多加留意并随时记录下来。

问题解决

2. 用火柴棒按下图的规律搭三角形。



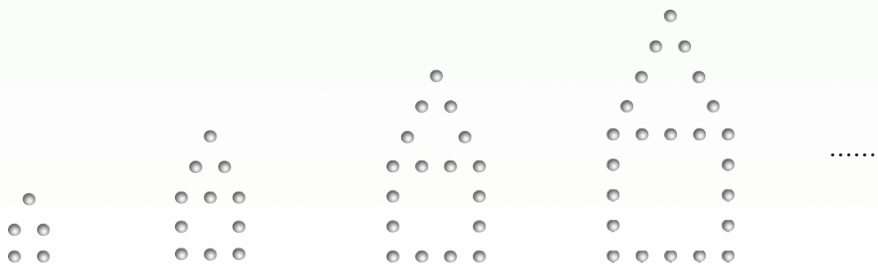
(第2题)

- (1) 填写下表：

三角形/个	1	2	3	4	5	...
火柴棒/根						...

- (2) 按这样的规律搭下去，搭 n 个这样的三角形需要多少根火柴棒？

3. 如图所示是用棋子摆成的“小屋子”：



(第3题)

- (1) 摆第 1 个“小屋子”用了 5 枚棋子，摆第 2 个用了多少枚棋子？摆第 3 个用了多少枚棋子？
- (2) 按照这样的规律继续摆下去，摆第 10 个这样的“小屋子”需要多少枚棋子？摆第 n 个需要多少枚棋子？你是如何得到的？你能用不同的方法解决这个问题吗？

(1) 日历图的套色方框中的 9 个数之和与这个方框正中间的数有什么关系?

星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

(2) 这个关系对其他这样的方框成立吗? 你能用代数式表示这个关系吗?

(3) 这个关系对任何一个月的日历都成立吗? 为什么?

(4) 你还能发现这样的方框中 9 个数之间的其他关系吗? 用代数式表示.

想一想

(1) 如果将方框改为十字形框, 你能发现哪些规律? 如果改为“H”形框呢?

星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

(2) 你还能设计其他形状的包含数字规律的数框吗?



你在心里想好一个两位数, 将十位数字乘 2, 然后加 3, 再将所得新数乘 5, 最后将得到的数加个位数字. 把你的结果告诉我, 我就知道你心里想的两位数.

我的结果是 93.

你心里想的数是 78.

我的结果是 27.

你心里想的数是 12.



你知道小明是怎样算出来的吗?

做一做

设计类似的数字游戏, 并解释其中的道理.

随堂练习

有三堆棋子，数目相等，每堆至少有 4 枚. 从左堆中取出 3 枚放入中堆，从右堆中取出 4 枚放入中堆，再从中堆中取出与左堆剩余棋子数相同的棋子数放入左堆，这时中堆的棋子数是多少？请做一做，并解释其中的道理.

习题 3.12

问题解决

1. 将连续的奇数 $1, 3, 5, 7, 9, \dots$ 排成如图所示的数表.

(1) 十字框中的五个数之和与中间数 15 有什么关系？

(2) 设中间数为 a ，如何用代数式表示十字框中五个数之和？

(3) 若将十字框上下左右移动，可框住另外五个数，这五个数还有上述的规律吗？

(4) 十字框中的五个数之和能为 2 008 吗？能为 2 010 吗？

2. 小明：“你在心里想好一个数，按照下列步骤进行运算：把这个数乘 4，然后加 8，再把所得新数乘 5，然后再加 7，最后再把得到的数乘 5. 把你的结果告诉我，我就知道你心里想的数了.” 同学们试了几次，小明都猜对了. 你知道这是为什么吗？

3. 小亮给好朋友留了一张纸条，纸条上写着一串奇怪的字母“kccr zcflb rfc jgzpypw”，但好朋友想了一下就明白了是“meet behind the library”. 你能设计类似的密码游戏吗？

1	3	5	7	9
11	13	15	17	19
21	23	25	27	29
31	33	35	37	39
		...		

(第 1 题)

联系拓广

※4. 一个三位数能不能被 3 整除，只要看这个数的各位数字的和能不能被 3 整除，这是为什么？四位数能否被 3 整除是否也有这样的规律？你还能得到哪些结论？

回顾与思考

1. 你认为用字母表示数有哪些优越性?
2. 借助字母可以表示数量关系, 你能列举一些实际问题并用字母表示其中的数量关系吗?
3. 怎样求一个代数式的值? 举例说明.
4. 设计一个情境, 使其尽可能多地包含单项式、多项式, 并指出单项式的系数、多项式的次数.
5. 举例说明如何合并同类项, 怎样去括号. 它们的依据是什么?
6. 举例说明如何进行整式的加减运算.
7. 在本章学习中, 你经历了一些探索规律的过程, 请说说你对解决这类问题的认识.
8. 用你喜欢的方式梳理本章的内容和知识结构.

复习题

知识技能

1. 用字母表示:

- (1) 加法的结合律: _____;
- (2) 乘法的结合律: _____;
- (3) 乘法对加法的分配律: _____;
- (4) 一个长方形的长为 b , 宽是长的一半, 它的周长是_____, 面积是_____;
- (5) 一个三角形的三边长都为 c , 它的周长是_____;
- (6) 一个平行四边形的一边长为 a , 这条边上的高是这条边长的 $\frac{2}{3}$, 这个平行四边形的面积是_____.

2. 小川在唱一首永远也唱不完的儿歌.

- 1 只青蛙 1 张嘴, 2 只眼睛 4 条腿, 1 声扑通跳下水;
- 2 只青蛙 2 张嘴, 4 只眼睛 8 条腿, 2 声扑通跳下水;
- 3 只青蛙 3 张嘴, 6 只眼睛 12 条腿, 3 声扑通跳下水;
-

你能用字母表示这首儿歌吗?

8. 先化简, 再求值:

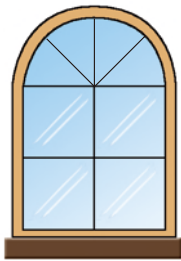
(1) $9x+6x^2-3(x-\frac{2}{3}x^2)$, 其中 $x=-2$;

(2) $\frac{1}{4}(-4x^2+2x-8)-(\frac{1}{2}x-1)$, 其中 $x=\frac{1}{2}$;

(3) $(5a^2-3b^2)+(a^2+b^2)-(5a^2+3b^2)$, 其中 $a=-1, b=1$;

(4) $2(a^2b+ab^2)-3(a^2b-3)-2ab^2-1$, 其中 $a=-2, b=2$.

9. 如图所示, 一个窗户的上部是由 4 个扇形组成的半圆形, 下部是 4 个边长都为 a 的小正方形. 请计算这个窗户的面积和窗户外框的总长.



(第 9 题)

10. 已知 $A=a^2-2ab+b^2, B=a^2+2ab+b^2$.

(1) 求 $A+B$;

(2) 求 $\frac{1}{4}(B-A)$.

数学理解

11. a 是一个有理数, $10a$ 一定大于 a 吗? $\frac{a}{3}$ 一定小于 a 吗?

※12. 在下列各式的括号内填上恰当的项:

(1) $-a+b-c+d=-a+(\quad)$;

(2) $-a+b-c+d=-(\quad)+d$;

(3) $-a+b-c+d=-a+b-(\quad)$;

(4) $-a+b-c+d=-(\quad)$.

13. 有一道题目是一个多项式减去 $x^2+14x-6$, 小明误当成了加法计算, 得到的结果是 $2x^2-x+3$. 正确的结果应该是什么?

问题解决

14. 人在运动时的心跳速率通常和人的年龄相关. 若用 a 表示一个人的年龄, 用 b 表示正常情况下这个人在运动时所能承受的每分心跳的最高次数, 则 $b=0.8(220-a)$.

(1) 正常情况下, 一个 14 岁的少年在运动时所能承受的每分心跳的最高次数是多少?

(2) 一个 45 岁的人在运动时 10 秒心跳的次数为 22 次, 他有危险吗?

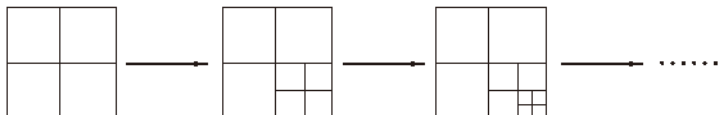
15. 一根长 80 cm 的弹簧, 将它的一端固定, 另一端挂上物体, 在正常情况下, 物体的质量每增加 1 kg, 可使弹簧伸长 2 cm.

(1) 正常情况下, 当挂着 x kg 的物体时, 弹簧的长度是多少厘米?

(2) 利用(1)中的结果, 完成下表:

物体的质量/kg	1	2	3	4
弹簧的长度/cm				

16. 一个两位数, 若交换其个位数与十位数的位置, 则所得新两位数比原两位数大 9. 这样的两位数共有多少个? 它们有什么特点?
17. 某商店出售一种商品, 其原价为 m 元, 现有如下两种调价方案: 一种是先提价 10%, 在此基础上又降价 10%; 另一种是先降价 10%, 在此基础上又提价 10%.
- (1) 用这两种方案调价的结果是否一样? 调价后的结果是不是都恢复了原价?
- (2) 两种调价方案改为: 一种是先提价 20%, 在此基础上又降价 20%; 另一种是先降价 20%, 在此基础上又提价 20%. 这时结果怎样?
- (3) 你能总结出什么规律吗?
18. 如图所示, 将一张正方形纸片第一次剪成 4 张大小相同的小正方形纸片, 第二次将其中的一张小正方形纸片按同样的方法剪成 4 张更小的正方形纸片, 如此继续剪下去.



(第 18 题)

(1) 填写下表:

剪的次数	1	2	3	4	5	...
正方形纸片的张数						...

- (2) 剪 n 次一共可以剪出多少张小正方形纸片?
- (3) 你能总结出什么规律吗?
- ※19. 将一张长方形的纸对折, 如图所示可以得到一条折痕. 继续对折, 每次对折时的折痕与上次的折痕保持平行. 连续对折 6 次后, 一共得到几条折痕? 如果对折 10 次呢? 对折 n 次呢?



(第 19 题)

联系拓广

- ※20. 当 $a = -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4$ 时, 分别求出代数式 $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的值. 你发现了什么?

※21. 观察下列式子:

① $1 \times 4 + 2 = 6 = 2 \times 3$;

② $2 \times 5 + 2 = 12 = 3 \times 4$;

③ $3 \times 6 + 2 = 20 = 4 \times 5$;

④ $4 \times 7 + 2 = 30 = 5 \times 6$;

.....

请你按照规律写出第 n 个式子.

※22. (1) 数 6^n (n 为正整数) 的个位数字是多少?

(2) 对于数 a^n (n 为正整数), 当 a 取 $0 \sim 9$ 这 10 个数中的一个时, 个位数字不受指数 n 影响的数还有哪些?

(3) 对于数 4^n , 随着正整数 n 的变化, 它的个位数字有什么变化规律?

(4) 对于数 a^n (a 取 $0, 1, 2, \dots, 9$, n 为正整数), 你还有什么发现? 你是怎么发现的?



制作一个尽可能大的无盖长方体容器

用一张正方形的纸怎样才能制成一个无盖的长方体容器？

怎样才能使制成的无盖长方体容器的容积尽可能大？

议一议

(1) 如果要用一张正方形的纸制成一个无盖的长方体容器，你觉得应当怎样剪？怎样折？与同伴进行交流。

(2) 剪去的小正方形的边长与折成的无盖长方体容器的高有什么关系？

(3) 如果设这张正方形纸的边长为 a cm，所折无盖长方体容器的高为 h cm，你能用 a 与 h 来表示这个无盖长方体容器的容积吗？

想一想

随着剪去的小正方形的边长的增大，所折无盖长方体容器的容积如何变化？

做一做

用边长为 20 cm 的正方形纸按以上方式制作无盖长方体容器。

(1) 如果剪去的小正方形的边长按整数值依次变化，即分别取 1 cm，2 cm，3 cm，4 cm，5 cm，6 cm，7 cm，8 cm，9 cm 时，折成的无盖长方体容器的容积分别是多少？请你将计算的结果填入下表，并制作折线统计图。

剪去小正方形的边长 / cm	1	2	3	4	5	6	7	8	9
无盖长方体容器的容积 / cm ³									

(2) 观察统计图，当小正方形边长变化时，所得到的无盖长方体容器的容

积是如何变化的？

(3) 观察统计图，当小正方形边长取什么值时，所得到的无盖长方体容器的容积最大？此时，无盖长方体容器的容积是多少？

议一议

改变剪去的小正方形的边长，你能制作出容积更大的无盖长方体容器吗？

做一做

(1) 如果剪去的小正方形边长按 0.5 cm 的间隔取值，即分别取 0.5 cm, 1.0 cm, 1.5 cm, 2.0 cm, 2.5 cm, 3.0 cm, 3.5 cm, 4.0 cm, … 时，折成的无盖长方体容器的容积将如何变化？请在相应的统计图中表示这个变化情况。（可以使用计算器）

(2) 观察这些数据的变化，你发现了什么？与同伴进行交流。

(3) 从统计表中可以看出，当小正方形的边长取什么值时，所得到的无盖长方体容器的容积最大？此时，无盖长方体容器的容积是多少？

想一想

你能按照上述方法制作出容积更大的无盖长方体容器吗？借助计算器验证你的猜想。

习题

1. 以小组为单位，撰写一份关于本课题的数学小论文。

※2. 用一张正方形的纸，你还有其它方法把它制成一个无盖的长方体容器吗？哪种方法制成的无盖长方体容器的容积更大？

第四章 一元一次方程

丢番图 (Diophantus) 是古希腊数学家. 人们对他的生平事迹知道得很少, 但流传着一篇墓志铭叙述了他的生平.

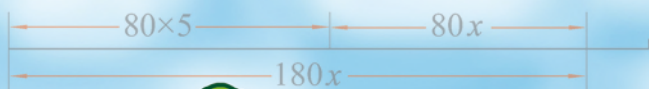
坟中安葬着丢番图, 多么令人惊讶, 它忠实地记录了其所经历的人生旅程. 上帝赐予他的童年占六分之一, 又过十二分之一他两颊长出了胡须, 再过七分之一, 点燃了新婚的蜡烛. 五年之后喜得贵子, 可怜迟到的宁馨儿, 享年仅及其父之半便入黄泉. 悲伤只有用数学研究去弥补, 又过四年, 他也走完了人生的旅途.

——出自《希腊诗文文选》(The Greek Anthology) 第 126 题

你能用方程求出丢番图去世时的年龄吗?

你对方程有什么认识? 列方程解决实际问题的关键是什么?

本章将学习一元一次方程的概念、解法和应用, 充分感受方程的模型思想.



学习目标

- 感受方程是刻画现实生活中等量关系的有效模型
- 掌握等式的基本性质, 能解一元一次方程
- 能用一元一次方程解决生活中的实际问题
- 在探索一元一次方程解法的过程中, 感受转化思想



1 等式与方程



如果设小刚的年龄为 x 岁，那么“乘 2 再减 5”就是_____，由此可以得到方程：_____。

小颖种了一株树苗，开始时树苗高为 40 cm，栽种后树苗每周长高约 5 cm，大约几周后树苗长高到 1 m？

如果设 x 周后树苗长高到 1 m，那么可以得到方程：_____。

甲、乙两地相距 22 km，小明从甲地出发到乙地，每小时比原计划多行走 1 km，因此提前 12 min 到达乙地。小明原计划每小时行走多少千米？

如果设小明原计划每小时行走 x km，那么可以得到方程：_____。

根据第六次全国人口普查统计数据，截至 2010 年 11 月 1 日 0 时，全国每 10 万人中具有大学文化程度的人数为 8 930 人，与 2000 年第五次全国人口普查相比增长了 147.30%。2000 年第五次全国人口普查时每 10 万人中约有多少人具有大学文化程度？

如果设 2000 年第五次全国人口普查时每 10 万人中约有 x 人具有大学文化程度，那么可以得到方程：_____。

一个长方形操场的面积是 $5\ 850\text{ m}^2$ ，长与宽之差为 25 m ，这个操场的长和宽分别是多少米？

如果设这个操场的宽为 $x\text{ m}$ ，那么长为 $(x+25)\text{ m}$ ，由此可以得到方程：

议一议

(1) 由上面的问题你得到了哪些方程？其中哪些是你熟悉的方程？与同伴进行交流。

(2) 方程 $2x-5=21$ ， $40+5x=100$ ， $x(1+147.30\%)=8\ 930$ 有什么共同点？

在一个方程中，只含有一个未知数，且未知数的指数都是 1，这样的方程叫做一元一次方程 (linear equation with one unknown)。

当 $x=13$ 时，方程 $2x-5=21$ 的左边 $=2\times 13-5=21$ ，右边 $=21$ ，因此左边=右边。

使方程左、右两边的值相等的未知数的值，叫做方程的解。^❶ 例如， $x=13$ 是方程 $2x-5=21$ 的解。求方程的解的过程叫做解方程。

随堂练习

1. 根据题意，列出方程：

(1) 在一卷公元前 1600 年左右遗留下来的古埃及草卷中，记载着一些数学问题。

其中一个问题翻译过来是：“啊哈，它的全部，它的 $\frac{1}{7}$ ，其和等于 19。”你能求出问题中的“它”吗？

(2) 某农场计划植树 600 棵，前 3 天平均每天植树 110 棵。若要 5 天内完成任务，则后 2 天平均每天要植树多少棵？

2. $x=2$ 是下列方程的解吗？

(1) $3x+(10-x)=20$ ；

(2) $2x^2+6=7x$ 。

❶ 我国古代称未知数为元，只含有一个未知数的方程叫做一元方程，一元方程的解也叫根。

习题 4.1

知识技能

1. 根据题意，列出方程：

(1) 一个数的 $\frac{1}{7}$ 与 3 的差等于 9，求这个数.

(2) 从正方形的铁皮上截去 2 cm 宽的一个长方形条，余下的面积是 80 cm^2 ，那么原来的正方形铁皮的边长是多少？

数学理解

2. 请用自己的年龄编一个问题，并列方程.

问题解决

3. 根据题意，列出方程：

(1) 根据第六次全国人口普查统计数据，截至 2010 年 11 月 1 日 0 时，全国每 10 万人中只具有小学文化程度的人数为 26 779 人，与 2000 年第五次全国人口普查相比减少了 24.99%. 2000 年第五次全国人口普查时每 10 万人中约有多少人只具有小学文化程度？

(2) 某商店对超过 15 000 元的物品提供分期付款服务，顾客可以先付 3 000 元，以后每月付 1 500 元. 王叔叔想用分期付款的形式购买价值 19 500 元的电脑，他需要用多长时间才能付清全部贷款？

为了解方程，我们先来研究等式的两个基本性质.

天平保持平衡.

天平两边同时添加相同质量的砝码，天平仍然平衡.

天平两边同时拿去相同质量的砝码，天平仍然平衡.



图 4-1

如果将天平看成等式，那么从上图可以得到：

等式的基本性质1 等式两边同时加上（或减去）同一个代数式，所得结果仍是等式.

想一想

如果天平两边砝码的质量同时扩大相同的倍数或同时缩小为原来的几分之一，那么天平还保持平衡吗？

等式的基本性质2 等式两边同时乘同一个数（或除以同一个不为0的数），所得结果仍是等式.

利用等式的基本性质可以解一元一次方程.

例1 解下列方程：

$$(1) x+2=5; \quad (2) 3=x-5.$$

解：(1) 方程两边同时减去2，得

$$x+2-2=5-2,$$

于是 $x=3.$

(2) 方程两边同时加上5，得

$$3+5=x-5+5,$$

于是 $8=x.$

习惯上，我们写成

$$x=8.$$

例2 解下列方程：

$$(1) -3x=15; \quad (2) -\frac{n}{3}-2=10.$$

解：(1) 方程两边同时除以-3，得

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{15}{-3},$$

化简，得 $x=-5.$

把求出的解代入原方程，可以知道你的解对不对.



(2) 方程两边同时加上 2, 得

$$-\frac{n}{3}-2+2=10+2,$$

化简, 得

$$-\frac{n}{3}=12,$$

方程两边同时乘 -3 , 得

$$-\frac{n}{3} \times (-3) = 12 \times (-3),$$

化简, 得

$$n = -36.$$

想一想

现在你能帮小刚解开上节课的那个谜吗?

随堂练习

1. 回答下列问题, 并说明理由:

(1) 从 $x=y$ 能得到 $x+5=y+5$ 吗?

(2) 从 $x=y$ 能得到 $\frac{x}{4}=\frac{y}{4}$ 吗?

(3) 从 $a+2=b+2$ 能得到 $a=b$ 吗?

(4) 从 $-3a=-3b$ 能得到 $a=b$ 吗?

2. 解下列方程:

(1) $x-9=8$;

(2) $5-y=-16$;

(3) $3x-4=-13$;

(4) $\frac{2}{3}x-1=5$.

习题 4.2

知识技能

1. 用适当的数或代数式填空, 使所得的结果仍是等式, 并说明是根据等式的哪个基本性质变形的:

(1) 如果 $3x-2=7$, 那么 $3x=7+$ _____;

(2) 如果 $3x=2x+7$, 那么 $3x-$ _____ $=7$;

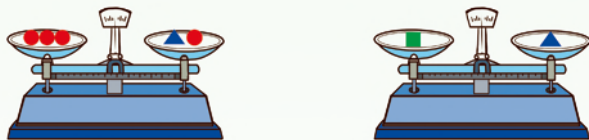
- (3) 如果 $1.5a=4$, 那么 $6a=$ _____;
- (4) 如果 $-3x=18$, 那么 $x=$ _____;
- (5) 如果 $a-3=b-3$, 那么 $a=$ _____;
- (6) 如果 $-\frac{a}{3}=\frac{b}{3}$, 那么 $a=$ _____.

2. 解下列方程:

- (1) $21+x=36$; (2) $8=7-2y$;
- (3) $\frac{5}{12}x-\frac{1}{3}=-\frac{1}{4}$; (4) $\frac{1}{9}=\frac{x}{3}-\frac{1}{6}$.

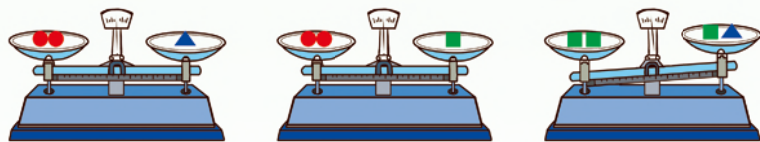
数学理解

3. 设“●”“▲”“■”表示三种不同的物体, 现用天平称了两次, 情况如图所示:



(第3题)

则下列图中不正确的是 ().



(A)

(B)

(C)

4. 小颖碰到这样一道解方程的题: $2x=5x$, 她在方程的两边都除以 x , 竟然得到 $2=5$. 你能说出她错在哪里吗?

问题解决

5. 足球的表面是由若干黑色五边形皮块和白色六边形皮块围成的, 黑、白皮块的数目比为 $3:5$. 一个足球的表面一共有 32 个皮块, 黑色皮块和白色皮块各有多少?



2 解一元一次方程

解方程： $5x-2=8$.

方程两边都加上 2，得

$$5x-2+2=8+2,$$

也就是

$$5x=8+2.$$

比较这个方程与原方程，可以发现，这个变形相当于

$$\begin{array}{l} 5x-2=8, \\ \quad \quad \quad \downarrow \\ 5x=8+2. \end{array}$$

可以看做把原方程中的 -2 改变符号后，从方程的一边移到另一边，这种变形叫做**移项**（transposition of terms）.

因此，方程 $5x-2=8$ 也可以这样解：

移项，得 $5x=8+2$,

合并同类项，得 $5x=10$,

方程两边同除以 5，得 $x=2$.

例 1 解下列方程：

(1) $2x+6=1$;

(2) $3x+3=2x+7$.

解：(1) 移项，得 $2x=1-6$,

合并同类项，得 $2x=-5$,

方程两边同除以 2，得 $x=-\frac{5}{2}$.

(2) 移项，得 $3x-2x=7-3$,

合并同类项，得 $x=4$.

想一想

解方程过程中移项有什么作用？移项时要注意什么问题？

例 2 解方程： $\frac{1}{4}x = -\frac{1}{2}x + 3$.

解：移项，得 $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x = 3$,

合并同类项，得 $\frac{3}{4}x = 3$,

方程两边同除以 $\frac{3}{4}$ （或同乘 $\frac{4}{3}$ ），得 $x = 4$.

随堂练习

解下列方程：

(1) $10x - 3 = 9$;

(2) $5x - 2 = 7x + 8$;

(3) $x = \frac{3}{2}x + 16$;

(4) $1 - \frac{3}{2}x = 3x + \frac{5}{2}$.

习题 4.3

知识技能

1. 解下列方程：

(1) $4x - 2 = 3 - x$;

(2) $-7x + 2 = 2x - 4$;

(3) $-x = -\frac{2}{5}x + 1$;

(4) $2x - \frac{1}{3} = -\frac{x}{3} + 2$.

2. 根据下列条件列出方程，然后解出来：

(1) 某数的 $\frac{3}{5}$ 比 9 小 6;

(2) 某数的 3 倍减去 2，等于这个数的 5 倍加上 3.

问题解决

3. 你会解本章第 1 节中所列的哪些方程？试试看.



1 听果奶多少钱?

如果设 1 听果奶 x 元, 那么可列出方程

$$4(x+0.5) + x = 20 - 3.$$

想一想

- (1) 上面这个方程列得对吗? 为什么? 你还能列出不同的方程吗?
- (2) 怎样解所列的方程?

例 3 解方程: $4(x+0.5) + x = 17.$

解: 去括号, 得

$$4x + 2 + x = 17,$$

移项, 得

$$4x + x = 17 - 2,$$

合并同类项, 得

$$5x = 15,$$

方程两边同除以 5, 得

$$x = 3.$$

你知道 1 听果奶多少钱吗? 解出你所列的方程.



例 4 解方程: $-2(x-1) = 4.$

解法一: 去括号, 得

$$-2x + 2 = 4,$$

移项, 得

$$-2x = 4 - 2,$$

合并同类项, 得

$$-2x = 2,$$

方程两边同除以 -2 ，得 $x = -1$.

解法二：方程两边同除以 -2 ，得 $x - 1 = -2$ ，

移项，得 $x = -2 + 1$ ，

合并同类项，得 $x = -1$.

议一议

上述两种解方程的方法有什么区别？与同伴进行交流.

随堂练习

解下列方程：

(1) $5(x-1) = 1$;

(2) $2 - (1-x) = -2$;

(3) $11x + 1 = 5(2x + 1)$;

(4) $4x - 3(20 - x) = 3$;

(5) $5(x + 8) - 5 = 0$;

(6) $-3(x + 3) = 24$.

习题 4.4

知识技能

1. 解下列方程：

(1) $12(2 - 3x) = 4x + 4$;

(2) $6 - 3(x + \frac{2}{3}) = \frac{2}{3}$;

(3) $2(200 - 15x) = 70 + 25x$;

(4) $3(2x + 1) = 12$.

2. 根据下列条件列出方程，然后解出来：

(1) 某数减去 5 的差的 4 倍是 12；

(2) 某数的一半与 3 的和等于 -1 .

3. 如果用 c 表示摄氏温度 ($^{\circ}\text{C}$)， f 表示华氏温度 ($^{\circ}\text{F}$)，那么 c 与 f 之间的关系

是： $c = \frac{5}{9}(f - 32)$. 已知 $c = 15^{\circ}\text{C}$ ，求 f .

4. 你会解习题 4.1 中的哪些方程？试试看.

问题解决

5. 一个两位数，十位数字是个位数字的 2 倍，将两个数字对调后得到的两位数比原来的数小 36，求这个两位数.

例5 解方程： $\frac{1}{7}(x+14)=\frac{1}{4}(x+20)$.

解法一：去括号，得 $\frac{1}{7}x+2=\frac{1}{4}x+5$,

移项，得 $2-5=\frac{1}{4}x-\frac{1}{7}x$,

合并同类项，得 $-3=\frac{3}{28}x$,

两边同除以 $\frac{3}{28}$ (或同乘 $\frac{28}{3}$)，得 $-28=x$.

即 $x=-28$.

解法二：去分母，得 $4(x+14)=7(x+20)$,

去括号，得 $4x+56=7x+140$,

移项，得 $4x-7x=140-56$,

合并同类项，得 $-3x=84$,

方程两边同除以 -3 ，得 $x=-28$.

想一想

解一元一次方程有哪些步骤？与同伴进行交流。

解一元一次方程，一般要通过去分母、去括号、移项、合并同类项、未知数的系数化为1等步骤，把一个一元一次方程“转化”成 $x=a$ 的形式。

例6 解方程： $\frac{1}{5}(x+15)=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}(x-7)$.

解：去分母，得 $6(x+15)=15-10(x-7)$,

去括号，得 $6x+90=15-10x+70$,

移项，得 $6x+10x=15+70-90$,

合并同类项，得 $16x=-5$,

方程两边同除以16，得 $x=-\frac{5}{16}$.

随堂练习

解下列方程：

$$(1) \frac{2}{5}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}x - \frac{1}{6};$$

$$(2) \frac{7x-1}{8} = \frac{3}{4};$$

$$(3) \frac{3-x}{2} = \frac{x+4}{3};$$

$$(4) \frac{1}{3}(x+1) = \frac{1}{7}(2x-3);$$

$$(5) \frac{2x-1}{3} = \frac{x+2}{4} - 1;$$

$$(6) \frac{1}{7}(2x+14) = 4 - 2x.$$

习题 4.5

知识技能

1. 解下列方程：

$$(1) \frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4};$$

$$(2) \frac{7x-5}{4} = \frac{3}{8};$$

$$(3) \frac{1}{4}(x+1) = \frac{1}{3}(x-1);$$

$$(4) \frac{2x-1}{6} = \frac{5x+1}{8};$$

$$(5) \frac{1}{2}x - 7 = \frac{9x-2}{6};$$

$$(6) \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}(3-2x) = 1;$$

$$(7) \frac{2x+1}{3} - \frac{5x-1}{6} = 1;$$

$$(8) \frac{1}{2}(x-1) = 2 - \frac{1}{5}(x+2).$$

数学理解

2. 当 x 取什么值时，代数式 $4x-3$ 与 $\frac{1}{2}(3x+4)$ 的值相等？

问题解决

3. (1) 如果三个连续整数之和是 33，那么这三个整数各是多少？

(2) 如果三个连续奇数之和是 21，那么其中最小的奇数是多少？

例7 解方程： $2\left[\frac{4}{3}x - \left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}\right)\right] = \frac{5}{6}x$.

解：去括号，得 $2\left(\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{6}x$,

$$\frac{8}{3}x - \frac{4}{3}x + 1 = \frac{5}{6}x,$$

去分母，得 $16x - 8x + 6 = 5x$,

移项，得 $16x - 8x - 5x = -6$,

合并同类项，得 $3x = -6$,

方程两边同除以3，得 $x = -2$.

例8 解方程： $\frac{0.5 - 0.3x}{0.2} = \frac{0.3 - 0.5x}{0.3}$.

解：原方程整理得 $\frac{5 - 3x}{2} = \frac{3 - 5x}{3}$,

去分母，得 $3(5 - 3x) = 2(3 - 5x)$,

去括号，得 $15 - 9x = 6 - 10x$,

移项，得 $10x - 9x = 6 - 15$,

合并同类项，得 $x = -9$.

想一想

例8是否还有其他解法？哪个解法更简便？

议一议

回忆上节课总结的解一元一次方程的步骤，对照本节课两个例题的解法，你有什么体会？与同伴进行交流。

随堂练习

解方程：

$$(1) \frac{1}{3}x + 0.5\left(\frac{1}{3}x - 4\right) = 2;$$

$$(2) 2.4 - \frac{y-4}{2.5} = 3;$$

$$(3) \frac{x+2}{0.4} - \frac{2x-1}{0.2} = -0.5;$$

$$(4) y + \frac{1}{2}(y+1) = 2 - \frac{1}{5}(y-1).$$

读一读

方程小史

古埃及是数学的发源地之一。早在公元前 1650 年，古埃及人就在纸草书（纸草是生长在尼罗河流域的一种水草，古埃及人将它的茎叶压成薄片用来写字）上写下了含有未知数的问题。12 世纪前后，我国数学家用“天元术”来解题，即先要“立天元为某某”，相当于“设 x 为某某”。14 世纪初，元朝数学家朱世杰创立了“四元术”（四元指天、地、人、物，相当于四个未知数，如 x, y, z, w ），这是中国古代数学的一次飞跃。

习题 4.6

知识技能

1. 解下列方程：

$$(1) \frac{2(x+3)}{5} = \frac{3}{2}x - \frac{2(x-7)}{3};$$

$$(2) \frac{x-2}{0.2} - \frac{x+1}{0.5} = 3;$$

$$(3) \frac{1}{2}\left[x - \frac{1}{2}(x+1)\right] = \frac{2}{3}(x-1);$$

$$(4) \frac{1}{0.3}(x+6) = \frac{1}{0.7}(2x-3);$$

$$(5) \frac{3}{10}(200+x) - \frac{1}{5}(300-x) = 300 \times \frac{9}{25};$$

$$(6) 30\%x + 70\%(200-x) = 200 \times 54\%.$$

3 一元一次方程的应用

今年小亮 11 岁，小亮的爸爸 39 岁. 多少年后爸爸的年龄是小亮年龄的 3 倍?

(1) 这个问题中的已知数是什么? 未知数是什么?

(2) 设 x 年后爸爸的年龄是小亮年龄的 3 倍, 你能用代数式表示 x 年后小亮的年龄和爸爸的年龄吗? 试填写下表:

	小亮的年龄	爸爸的年龄
今年		
x 年后		

(3) 在这个问题中有什么等量关系? 你能利用问题中的等量关系列出方程吗? 与同伴进行交流.

下面是小颖和小明的做法:

列方程时, 关键是找出问题中的等量关系.



列方程, 得

	小亮的年龄	爸爸的年龄
今年	11	39
x 年后	$11+x$	$39+x$

$$39+x=3(11+x).$$



列方程, 得

	小亮的年龄	爸爸的年龄
今年	11	39
x 年后	$11+x$	$3(11+x)$

$$3(11+x)-39=x.$$

想一想

小颖和小明所列的方程正确吗？他们分别根据什么等量关系的方程？

做一做

在上面的问题中，多少年前，小亮的年龄是爸爸年龄的 $\frac{1}{5}$ ？

议一议

经过若干年后，小亮的年龄能等于爸爸年龄的 $\frac{4}{5}$ 吗？这个问题给你的启发是什么？

随堂练习

1. 小川今年 6 岁，他的祖父 72 岁，几年后小川的年龄是他祖父年龄的 $\frac{1}{4}$ ？
2. 某商场今年 5 月份的销售额是 200 万元，这比去年 5 月份销售额的 2 倍少 40 万元。去年 5 月份的销售额是多少万元？

习题 4.7

问题解决

1. 小明编了一道这样的题：我是 4 月出生的，我的年龄的 2 倍加上 8，正好是我出生那一月的总天数。你猜我有几岁？请你求出小明的年龄。
2. 某造纸厂为节约木材，大力扩大再生纸的生产。这家工厂去年、前年共生产再生纸 3 000 t，已知去年的产量比前年的 2 倍还多 150 t。这家工厂前年生产再生纸多少吨？
3. 甲、乙两队开展足球对抗赛，规定每队胜一场得 3 分，平一场得 1 分，负一场得 0 分。甲队与乙队一共进行了 10 场比赛，甲队保持不败记录，一共得了 22 分。甲队胜了多少场？平了多少场？



图 4-2

将一个底面直径为 20 cm、高为 9 cm 的圆柱锻压成底面直径为 10 cm 的圆柱. 假设在锻压过程中圆柱的体积保持不变, 那么圆柱的高变成了多少?

在这个问题中有如下的等量关系:

锻压前的体积 = 锻压后的体积.

设锻压后圆柱形钢材的高为 x cm, 填写下表:

	锻压前	锻压后
底面半径 / cm		
高 / cm		
体积 / cm^3		

根据等量关系, 列出方程: _____.

解这个方程, 得 $x =$ _____.

因此, 高变成了 _____ cm.

例 1 用一根长为 10 m 的铁丝围成一个长方形.

(1) 使得这个长方形的长比宽多 1.4 m, 此时长方形的长、宽各为多少米?

(2) 使得这个长方形的长比宽多 0.8 m, 此时长方形的长、宽各为多少米? 这个长方形与(1)中的长方形相比, 面积有什么变化?

(3) 使得这个长方形的长与宽相等, 即围成一个正方形, 此时正方形的边长是多少米? 它的面积与(2)中的长方形的面积相比又有什么变化?

分析：由题意知，长方形的周长始终是不变的，即

$$\text{长方形的周长} = 10 \text{ m.}$$

在解决这个问题过程中，要抓住这个等量关系.

解：(1) 设此时长方形的宽为 x m，则它的长为 $(x+1.4)$ m. 根据题意，得

$$2(x+x+1.4) = 10.$$

解这个方程，得 $x = 1.8.$

$$1.8 + 1.4 = 3.2.$$

此时长方形的长为 3.2 m，宽为 1.8 m.

(2) 设此时长方形的宽为 x m，则它的长为 $(x+0.8)$ m. 根据题意，得

$$2(x+x+0.8) = 10.$$

解这个方程，得 $x = 2.1.$

$$2.1 + 0.8 = 2.9.$$

此时长方形的长为 2.9 m，宽为 2.1 m，它的面积为 $2.9 \times 2.1 = 6.09 (\text{m}^2)$ ，

(1) 中长方形的面积为 $3.2 \times 1.8 = 5.76 (\text{m}^2)$. 这时长方形的面积比 (1) 中长方形的面积增大 $6.09 - 5.76 = 0.33 (\text{m}^2)$.

(3) 设正方形的边长为 x m. 根据题意，得

$$4x = 10.$$

解这个方程，得 $x = 2.5.$

这个正方形的边长为 2.5 m，它的面积为 $2.5 \times 2.5 = 6.25 (\text{m}^2)$ ，比 (2) 中长方形的面积增大 $6.25 - 6.09 = 0.16 (\text{m}^2)$.

周长相同的长方形的面积可以是不同的.



随堂练习

1. 要锻造一个直径为 10 cm、高为 8 cm 的圆柱形毛坯，应截取直径为 8 cm 的圆钢多长？
2. 地球上的海洋面积约为陆地面积的 2.4 倍，地球的表面积约为 5.1 亿平方千米，求地球上的海洋面积和陆地面积（四舍五入到 0.1 亿平方千米）.

读一读

“瞎转圈”的道理

有人曾经做过一个很有趣的实验：在草坪上整齐地排列着 100 名飞行员，把他们的眼睛都蒙起来，然后叫他们一直向前走。起初，他们走得还直；接着一些人渐渐向右偏转，另一些人向左偏转，逐渐转起圈来，最后他们又踏上了自己已走过的路径。实际上，很久以前人们就已经注意到：在荒漠中没有携带指南针的旅行家，都不能走成直线方向，而是绕着圆圈打转，接连多次回到他的出发点。

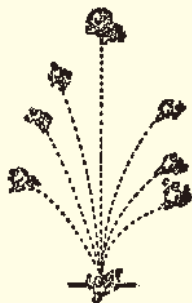


图 4-3

上面的现象看来仿佛有点神秘，其实道理并不复杂，人走路的时候，只有两腿肌肉工作得完全相同，他才可以不需要用眼睛就能走成直线。但实际上，绝大多数人的双腿肌肉发育得并不相同。举一个例子来说，一位步行者左腿比右腿迈的步子大，除非用眼睛来帮助修正走路的方向，否则他就要向右边斜过去，直至走成两个同心圆（如图 4-4 所示）。如果他左右两腿走路的时候踏脚线间的距离大约是 10 cm，即 0.1 m，那么当这个人走完一个圆周时，他右腿走的路程是 $2\pi R$ m，左腿走的路程是 $2\pi(R+0.1)$ m，两腿行走长度的差为 $2\pi \times 0.1 = 0.2\pi$ (m)。

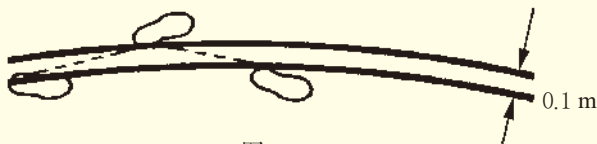


图 4-4

另一方面，如果他行走一圈的平均步长为 0.7 m，那么走完一圈所走步数可以近似地等于 $\frac{2\pi R}{0.7}$ ，即左右腿所走步数都可以近似地看做 $\frac{2\pi R}{2 \times 0.7}$ 。把这个结果乘两腿步长差 x (m)，就应为两腿行走一圈长度的差 0.2π m，即

$$\frac{2\pi R x}{2 \times 0.7} = 0.2\pi.$$

$$R x = 0.14.$$

如果这个人左腿每一步比右腿多 0.4 mm，那么蒙上眼睛后他所走圆周的半径满足方程 $0.0004 R = 0.14$ ，即 R 大约为 350 m。

习题 4.8

数学理解

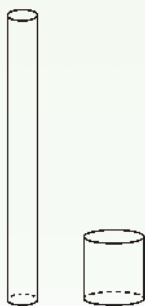
1. 两个圆柱体容器如图所示，它们的直径分别为 4 cm 和 8 cm，高分别为 39 cm 和 10 cm. 我们先在第二个容器中倒满水，然后将其倒入第一个容器中. 问：倒完以后，第一个容器中的水面离瓶口有多少厘米？

小明是这样做的：设倒完以后，第一个容器中的水面离瓶口有 x cm. 列方程

$$\pi \times 2^2 \times (39 - x) = \pi \times 4^2 \times 10.$$

解得 $x = -1$.

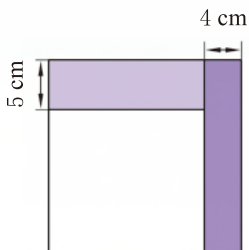
你能对他的结果作出合理解释吗？



(第 1 题)

问题解决

2. 某农场有实验田 $2\,250\text{ m}^2$ ，种植甲、乙、丙三种农作物. 已知甲、乙、丙三种农作物的种植面积比为 1:5:9. 求三种农作物的种植面积.
3. 如图所示，小明将一张正方形纸片剪去一个宽为 4 cm 的长条后，再从剩下的长方形纸片上剪去一个宽为 5 cm 的长条. 如果两次剪下的长条面积正好相等，那么每个长条的面积为多少？



(第 3 题)



一家商店将某种服装按成本价提高 40% 后标价，又以 8 折优惠卖出，结果每件服装仍获利 15 元. 这种服装每件的成本价是多少元？

想一想

设每件服装的成本价为 x 元，你能用含 x 的代数式表示其他的量吗？问题中有怎样的等量关系？

每件服装的标价为：_____；

每件服装的实际售价为：_____；

每件服装的利润为：_____；

由此，列出方程：_____.

解这个方程，得 $x =$ _____.

因此每件服装的成本价是_____元.

例 2 某商场将某种商品按原价的 8 折出售，此时商品的利润率是 10%. 已知这种商品的进价为 1 800 元，那么这种商品的原价是多少？

分析： 利润率 = $\frac{\text{利润}}{\text{成本}} = \frac{\text{售价} - \text{成本}}{\text{成本}}$. 在解决这个问题的过程中，要抓住这个等量关系. 由于本例中只提到售价、进价和利润率，因此我们可以用“进价”代替“成本”.

解： 设商品原价是 x 元，根据题意，得

$$\frac{80\%x - 1\,800}{1\,800} = 10\%.$$

解这个方程，得 $x = 2\,475$.

因此，这种商品的原价为 2 475 元.

随堂练习

商店将一种夹克按成本价提高 50% 后标价，后因季节关系按标价的 8 折出售，每件以 180 元卖出. 这种夹克每件的成本价是多少元？

习题 4.9

数学理解

1. 到商场了解打折销售的情况，自己编写一道可以用方程解决的应用题，并给出解答.

问题解决

2. 某种产品现在每件的成本是 40 元，比原来的成本降低了 20%，原来的成本是多少元？
3. 某商场有一种电视机，每台的原价为 2 500 元，现以 8 折销售. 如果想使降价前后的销售额都为 10 万元，那么销售量应增加多少？



某文艺团体为“希望工程”募捐组织了一场义演，共售出 1 000 张票，筹得票款 6 950 元. 成人票与学生票各售出多少张？

议一议

上面的问题中包含哪些等量关系？

售出的票包括成人票和学生票，所得票款包括成人票款和学生票款，因此这个问题中包含下面两个等量关系：

$$\text{成人票数} + \text{学生票数} = 1\,000 \text{ 张}, \quad \textcircled{1}$$

$$\text{成人票款} + \text{学生票款} = 6\,950 \text{ 元}. \quad \textcircled{2}$$

设售出的学生票为 x 张，填写下表：

	学 生	成 人
票数/张		
票款/元		

根据等量关系 ②，可列出方程：_____.

解这个方程，得 $x =$ _____.

因此，售出成人票 _____ 张，学生票 _____ 张.

设所得的学生票款为 y 元，填写下表：

	学 生	成 人
票数/张		
票款/元		

根据等量关系 ①，可列出方程：_____.

解这个方程，得 $y =$ _____.

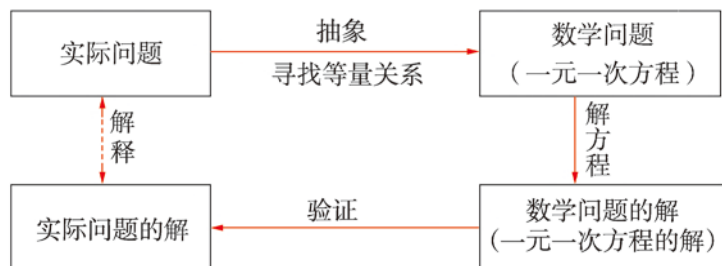
因此，售出成人票 _____ 张，学生票 _____ 张.

想一想

如果票价不变，那么售出 1 000 张票所得票款可能是 6 930 元吗？为什么？

议一议

用一元一次方程解决实际问题的步骤是什么？



随堂练习

- 小明用 172 元钱买了两种书，共 10 本，单价分别为 18 元、10 元。每种书小明各买了多少本？
- 在一个房间里有四条腿的椅子和三条腿的凳子共 16 个，如果椅子腿数和凳子腿数加起来共 60 条，那么椅子和凳子各有多少个？

习题 4.10

数学理解

- 在“希望工程”义演的问题中，如果票价和售出的总票数都不变，所得票款可能是 6 932 元吗？如果可能，成人票比学生票多售出多少张？

问题解决

- 蜘蛛有 8 条腿，蜻蜓有 6 条腿。现有蜘蛛、蜻蜓若干只，它们共有 120 条腿，且蜻蜓的只数是蜘蛛的 2 倍。蜘蛛、蜻蜓各有多少只？
- 星星果汁店中的 A 种果汁的单价比 B 种果汁贵 1 元，小彬和同学要了 3 杯 B 种果汁、2 杯 A 种果汁，一共花了 16 元。这两种果汁的单价分别是多少元？
- 一个书架宽 88 cm，某一层上摆满了第一册的数学书和语文书，共 90 本。小明量得一本数学书厚 0.8 cm，一本语文书厚 1.2 cm。你知道这层书架上的数学书和语文书各是多少本吗？



小明每天早上要在 7:50 之前赶到距家 1 000 m 的学校. 一天, 小明以 80 m/min 的速度出发, 5 min 后, 小明的爸爸发现他忘了带语文书. 于是, 爸爸立即以 180 m/min 的速度去追小明, 并且在途中追上了他.

- (1) 爸爸追上小明用了多长时间?
- (2) 追上小明时, 距离学校还有多远?

分析: 当爸爸追上小明时, 两人所行的路程相等. 在解决这个问题时, 要抓住这个等量关系.

设爸爸追上小明用了 x min, 有

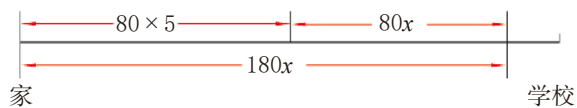


图 4-5

画出线段图,
关系就清楚了.



解: (1) 设爸爸追上小明用了 x min, 根据题意, 得

$$180x = 80x + 80 \times 5,$$

解这个方程, 得 $x = 4$.

因此, 爸爸追上小明用了 4 min.

(2) 因为 $180 \times 4 = 720$ (m),

$$1\ 000 - 720 = 280$$
 (m).

所以, 追上小明时, 距离学校还有 280 m.

想一想

如果小明的爸爸以 120 m/min 的速度去追小明（其他条件不变），那么小明的爸爸能够在途中追上小明吗？与同伴进行交流。

随堂练习

育英学校六年级学生步行到郊外旅行. 六（1）班的学生组成前队，步行速度为 4 km/h ，六（2）班的学生组成后队，速度为 6 km/h . 前队出发 1 h 后，后队才出发，同时后队派一名联络员骑自行车在两队之间不间断地来回进行联络，他骑车的速度为 12 km/h .

- (1) 后队出发后，经过多长时间可以追上前队？
- (2) 联络员出发后追上前队时，距离后队有多远？

习题 4.11

数学理解

1. 给定方程 $2.5x + 2.5(x + 2) = 55$ ，你能联系生活实际编写一道数学问题吗？

问题解决

2. 小彬和小明每天早晨坚持跑步，小彬每秒跑 4 m ，小明每秒跑 6 m .
 - (1) 如果他们站在百米跑道的两端同时相向起跑，那么几秒后两人相遇？
 - (2) 如果小明站在百米跑道的起点处，小彬站在他前面 10 m 处，两人同时同向起跑，几秒后小明能追上小彬？
3. 一个自行车队进行训练，训练时所有队员都以 35 km/h 的速度前进. 突然，1号队员加快速度，以 45 km/h 的速度独自前进，行进 10 km 后掉转车头，仍以 45 km/h 的速度往回骑，直到与其他队员会合. 1号队员从离队开始到与其他队员重新会合，经过了多长时间？

项目	年利率 (%)
整存整取定期款	
二年	4.40
三年	5.00
五年	5.50

为了准备小颖 5 年后上大学的学费 1 万元，她的妈妈现在想为她储蓄。她考虑从下面三种储蓄方式中选择一种：

- (1) 直接存一个 5 年期；
- (2) 先存一个 3 年期，3 年后将本息和^①再转存一个 2 年期；
- (3) 先存一个 2 年期，2 年后将本息和再转存一个 3 年期。

你认为按哪种储蓄方式开始存入的本金比较少？

设开始存入本金 x 元。

(1) 如果按照第一种储蓄方式，那么可列方程：_____。

解这个方程，得 $x \approx$ _____。

(2) 如果按照第二种储蓄方式，那么

单位：元

	本 金	利 息	本息和
先存 3 年期	x	$x \times 5\% \times 3$	$x(1 + 5\% \times 3) = 1.15x$
转存 2 年期	$1.15x$	$1.15x \times 4.4\% \times 2$	$1.15x \times (1 + 4.4\% \times 2)$

3 年后，本息和为

$$x(1 + 5\% \times 3) = 1.15x.$$

^① 客户存入银行的钱叫做本金。银行付给客户的酬金叫做利息。本金与利息的和叫做本息和。存入的时间叫做期数，每一个期数内的利息与本金的比叫做利率。利息 = 本金 × 利率 × 期数。

转存 2 年期满后，本息和要达到 10 000 元，由此可得

$$1.15x \times (1 + 4.4\% \times 2) = 10\,000.$$

解这个方程，得

$$x \approx 7\,992.33.$$

利用计算器
帮助你解决问题.

就是说，开始大约存入 7 992.33 元，3 年期满后再转存 2 年期，到期后本息和可达到 10 000 元.

(3) 如果按照第三种储蓄方式，那么

单位：元

	本 金	利 息	本 息 和
先存 2 年期	x		
转存 3 年期			

可列方程：_____.

解这个方程，得 $x \approx$ _____.

因此，按第_____种储蓄方式，开始存入的本金比较少.

随堂练习

李阿姨购买了 25 000 元某公司的 1 年期债券，1 年后得到本息和 26 300 元. 这种债券的年利率是多少？

习题 4.12

问题解决

小明的爸爸前年存了一个 2 年期存款，年利率为 4.40%，今年到期后得到利息 176 元，小明的爸爸前年存了多少元钱？

回顾与思考

1. 等式的基本性质是什么？你认为在解方程的步骤中，哪些是依据了等式的基本性质？
2. 解一元一次方程的一般步骤有哪些？请举例说明。
3. 在列方程解决实际问题的过程中，你认为最关键的是什么？
4. 在解决实际问题的过程中，你怎样判断一个方程的解是否符合要求？请举例说明。
5. 请你举一个生活中的实例，并运用一元一次方程解决它。
6. 用你自己喜欢的方式梳理本章的知识。

复习题

知识技能

1. 解下列方程：

$$(1) \frac{5}{12}x - \frac{x}{4} = \frac{1}{3};$$

$$(2) \frac{2}{3} - 8x = 3 - \frac{1}{2}x;$$

$$(3) 0.5x - 0.7 = 6.5 - 1.3x;$$

$$(4) 3(x-7) - 5(4-x) = 15;$$

$$(5) \frac{1}{6}(3x-6) = \frac{2}{5}x - 3;$$

$$(6) \frac{y-1}{2} = 2 - \frac{y+2}{5};$$

$$(7) \frac{1}{3}(1-2x) = \frac{2}{7}(3x+1);$$

$$(8) \frac{0.1x+0.3}{0.2} + 2.5 = \frac{0.4x-1}{0.5}.$$

2. 在公式 $s = s_0 + vt$ 中，已知 $s = 100$ ， $s_0 = 25$ ， $v = 10$ ，求 t 的值。

3. (1) x 等于什么数时，代数式 $\frac{x+1}{2} - \frac{x+7}{5}$ 的值等于 -2 ？

(2) x 等于什么数时，代数式 $1 - \frac{x+3}{2}$ 与 $3x - \frac{x+2}{4}$ 的值互为相反数？

数学理解

4. 儿子今年 13 岁，父亲今年 40 岁，是否有哪一年父亲的年龄恰好是儿子年龄的 4 倍？为什么？

问题 解决

5. 王雷到鞋店花了 188 元买了一双皮鞋, 这双皮鞋是按标价打 8 折后售出的, 这双皮鞋的标价是多少元?
6. 李老师存了一笔 3 年期的储蓄 (3 年期的年利率为 5.00%), 3 年后本息和为 5 750 元. 他开始存入了多少元?
7. 把 100 写成两个数的和, 使第一个数加 3, 与第二个数减 3 的结果相等. 这两个数分别是多少?
8. 小刚和小明骑自行车去郊外游玩, 事先决定早晨 8:00 从家里出发, 预计每小时行 7.5 km, 上午 10:00 可到达目的地. 出发前他们又决定上午 9:30 到达目的地, 那么每小时要行多少千米?
9. 爷爷与孙子下棋, 爷爷赢 1 盘记 1 分, 孙子赢 1 盘记 3 分, 下了 8 盘后两人得分相等. 他们各赢了多少盘?
10. 一份文件需要打印, 小李独立做需要 6 h 完成, 小王独立做需要 8 h 完成. 如果他们两人共同做, 需要多长时间完成?
11. 一台收割机收割一块麦田, 上午收割了麦田的 25%, 下午收割了剩下麦田的 20%, 结果还剩下 6 公顷麦田未收割. 这块麦田一共有多少公顷?
12. 某航空公司规定: 乘坐飞机普通舱旅客一人最多可免费托运 20 kg 行李, 超过部分每千克按飞机票价的 1.5% 购买行李票. 一名旅客托运了 35 kg 行李, 机票连同行李费共付 1 323 元, 求这名旅客的机票票价.
13. 某商店售出两件衣服, 每件售价都是 60 元, 其中一件赚 25%, 而另一件亏 25%, 那么这家商店是赚了还是亏了, 或是不赚也不亏呢?
14. 甲列车从 A 地出发开往 B 地, 速度是 60 km/h, 乙列车同时从 B 地出发开往 A 地, 速度是 90 km/h. 已知 A, B 两地相距 200 km, 两车相遇时距离 A 地多远?
15. 用一根绳量井深, 把绳 3 折来量, 井外余绳 4 尺; 把绳 4 折来量, 井外余绳 1 尺. 井深和绳长各是多少尺?
16. 朝阳学校组织六年级同学去春游, 如果租用 45 座的客车, 则有 15 人没有座位; 如果租用同样数量的 60 座的客车, 则除多出 1 辆外, 其余客车恰好坐满. 已知租用 45 座的客车日租金为每辆 250 元, 租用 60 座的客车日租金为每辆 300 元, 租用哪种客车更合算? 租几辆车?
- ※17. 把 99 拆成 4 个数, 使得第一个数加 2, 第二个数减 2, 第三个数乘 2, 第四个数除以 2, 得到的结果都相等. 应该怎样拆?

联系 拓广

- ※18. 已知 $x=5$ 是方程 $ax-8=20+a$ 的解, 求 a 的值.



探寻神奇的幻方

幻方的历史很悠久，传说最早出现在夏禹时代的“洛书”。把洛书用今天的数学符号翻译出来，就是一个三阶幻方（图1）。

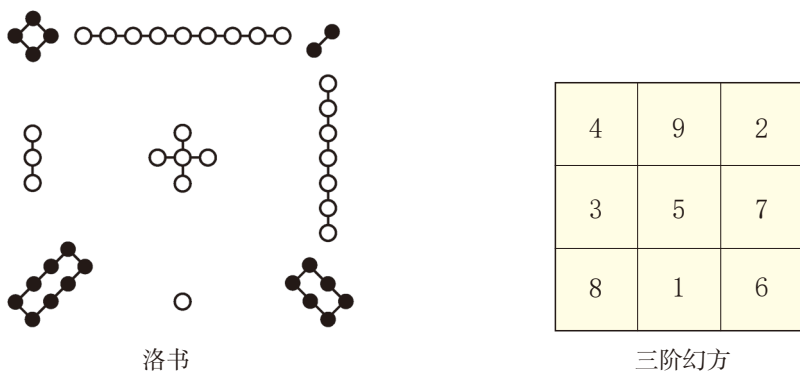


图1

议一议

(1) 在图1的三阶幻方中，你能发现哪些相等的关系？横行、竖行、对角线的三个数之和分别是多少？

(2) 如果把和相等的每一组数分别连线，这些线段会构成一个怎样的图形？你得到的图形有什么特点？

(3) 你能否改变图1所示三阶幻方中数字的位置，使它们仍然满足你发现的那些相等关系？

(4) 在你构造的三阶幻方中，最核心的位置是什么？有没有“成对”的数？

(5) 图1所示三阶幻方中心方格中的数5与每行、每列和每条对角线上的三个数之和之间有什么关系？

(6) 你还有什么新的发现？

想一想

10	2	9
6	7	8
5	12	4

图 2

将九个数填在 3×3 (三行三列) 的方格中, 如果满足每个横行、每个竖列和每条对角线上的三个数之和都相等, 这样的图为广义的三阶幻方.

(1) 图 2 所示广义的三阶幻方是否仍然满足你发现的那些规律?

(2) 在图 3 和图 4 所示的广义的三阶幻方中分别给出了 3 个数, 你能将其余六个数全填上吗?

3	4	-1

图 3

-6	-5	
-11		

图 4

议一议

用 $-8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8$ 这九个数如何构造一个广义的三阶幻方?

(1) 在 $-8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8$ 这九个数中, 三个不同的数相加, 和等于 0 的算式有哪些? (经过运用加法交换律后相同的式子视为同一个算式)

(2) 图 5 中心方格中的数在计算每行、每列及每条对角线上的三个数相加时使用几次? 由此你认为中心方格中的数应填几?

(3) 图 5 四个角上的数在计算每行、每列及每条对角线上的三个数相加时使用几次? 满足这一条件的数有哪些? 填这几个数时应注意什么? 由此你又想到了什么?

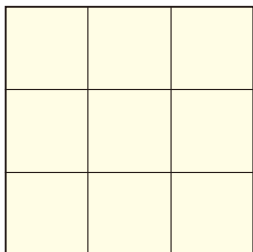


图 5

做一做

用 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27 这九个数构造一个广义的三阶幻方.

读一读

幻方

传说大禹治水时, 在黄河支流洛水中浮现出一只大乌龟, 背上有一个很奇怪的图案, 古人认为这是一种祥瑞, 预示着洪水将被彻底制伏. 后人称这个图案为“洛书”, 即现在的三阶幻方.

我国宋代数学家杨辉是世界上第一个从数学角度对幻方进行详细研究的学者, 并取得了丰硕成果. 他总结出了洛书幻方构造的方法, 可以用图 6 解释.

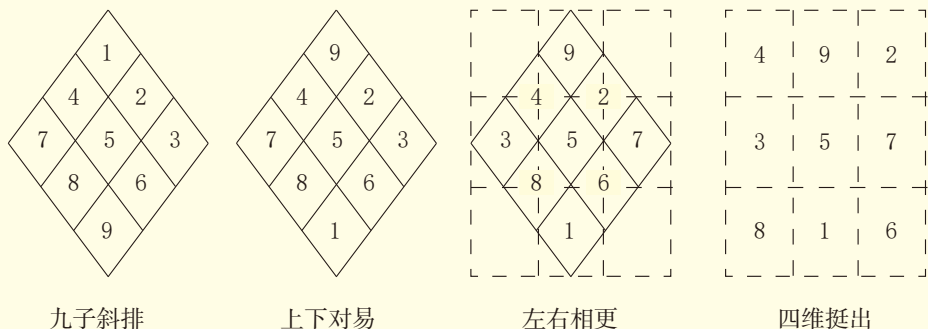


图 6

法国数学家德·梅齐利亚克 (Bachet de Meziriac, 1581—1638) 创造了一种构造奇数阶幻方的方法——阶梯法, 也叫楼梯法. 把正方形从四周向外扩展成阶梯状, 然后把 $1 \sim n^2$ 个正整数顺阶梯方向先码放好, 再把正方形以外的部分平移到正方形以内其对边部分中去, 即构成幻方. 以三阶幻方为例, 其构造过程如图 7 所示.

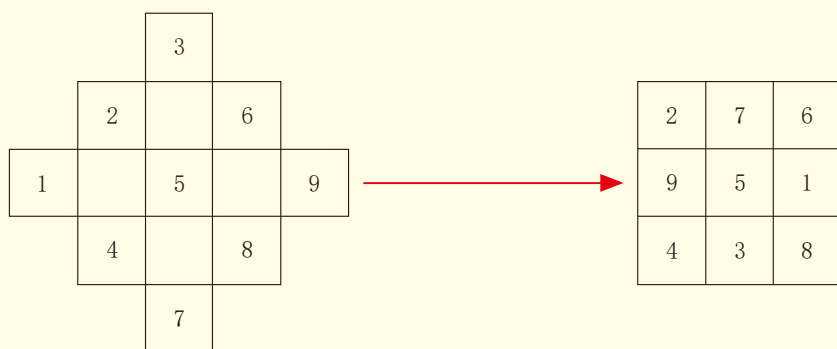


图 7

幻方不仅有奇数阶幻方, 还有偶数阶幻方; 但偶数阶幻方没有中心点, 因此构造比较复杂, 且并非任意偶数阶幻方都存在.

下图是在德国著名艺术家、数学家丢勒 (Albrecht Dürer, 1471—1528) 1514 年的一幅版画上出现的四阶幻方图, 据说是欧洲第一幅完整的四阶幻方图.

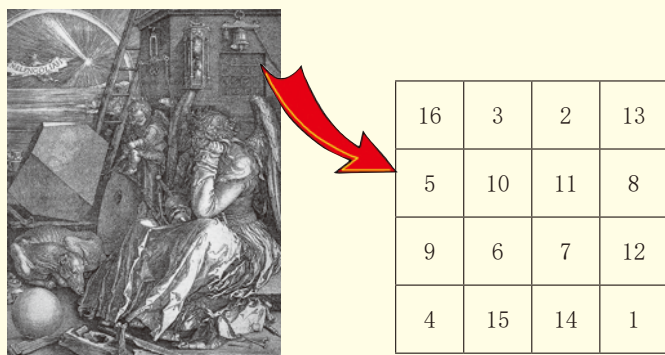


图 8

正因为幻方中蕴涵着奇妙的数学美, 因此吸引了很多人进行研究. 幻方还被数学家建议作为与“外星人”联系的特殊语言之一!

习题

1. 在下面两个广义的三阶幻方中，每个都给出了3个数，请你将其余6个数填上.

2	9	
		10

(1)

4	8	
		2

(2)

(第1题)

- 利用一个 3×3 的方框在日历图上任意套出9个数，重新排列这9个数能否构造一个广义的三阶幻方？为什么？
- 自行选取一组数构造一个三阶幻方，使得每行、每列和每条对角线上的三个数之和都等于60.

总复习题

- 整理本学期学过的知识与方法，用一张图把它们表示出来，并与同伴进行交流。
- 在自己经历过的解决问题活动中，选择一个最具有挑战性的问题，写下解决它的过程，包括遇到的困难、克服困难的方法与过程及所获得的体会，并解释选择这个问题的原因。
- 通过本学期的数学学习，你有哪些收获？有哪些需要改进的地方？

知识技能

1. 下面哪个几何体的截面形状可能是圆？

- (1) 圆柱； (2) 圆锥；
(3) 棱柱； (4) 球。

2. 在数轴上将下列各数表示出来：

- (1) $-3\frac{1}{4}$, 2.5, 0, $-\frac{4}{3}$;
(2) (1)中数的相反数；
(3) 所有绝对值小于5的整数。

3. 比较下列各组数的大小：

- (1) -9 与 -8 ； (2) -0.25 与 -1 ；
(3) $|7.6|$ 与 $|-7.6|$ ； (4) 0 与 $-|-7|$ ；
(5) $-\frac{1}{2}$ 与 $-\frac{2}{5}$ ； (6) $|-13.5|$ 与 $|-2.7|$ 。

4. 计算：

- (1) $1 + \frac{5}{6} - \frac{19}{12}$ ； (2) $3 \times (-9) + 7 \times (-9)$ ；
(3) $(\frac{5}{4} - \frac{7}{6}) \times (-\frac{8}{7})$ ； (4) $(-54) \div 6 \div (-3)$ ；
(5) $2 \times [5 + (-2)^3]$ ； (6) $-(\frac{2}{13} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}) \times 78$ ；
(7) $(-\frac{2}{3}) \times \frac{27}{8} \div (\frac{3}{2})^3$ ； (8) $\frac{1}{30} - (-\frac{2}{3} + \frac{3}{5}) \div (-2)$ 。

5. 去括号，并合并同类项：

- (1) $3b^2 - (a^2 + b^2) - b^2$ ； (2) $x + (2x - 1) - (\frac{x}{3} + 3)$ ；
(3) $-2(ab - 3a^2) + (5ab - a^2)$ ； (4) $2a^2 - \frac{1}{2}(ab + a^2) - 8ab$ ；

$$(5) -(b-4)+4(-b-3); \quad (6) \frac{1}{2}(x^2-y)+\frac{1}{3}(x-y^2)+\frac{1}{6}(x^2+y^2).$$

6. 下列整式中哪些是单项式？哪些是多项式？它们的次数分别是多少？

$$(1) 2x^2-4x-1;$$

$$(2) -7a^2bc;$$

$$(3) -\frac{1}{3}a^2b+\frac{2}{3}ab^2-\frac{1}{4}a^3+\frac{1}{4}b^3;$$

$$(4) -\frac{1}{6}xy;$$

$$(5) -\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}y+\frac{1}{3};$$

$$(6) pqr-p^2r+q^2r.$$

7. 计算：

$$(1) -(-\frac{1}{3}x+y)+(\frac{1}{6}x-y);$$

$$(2) (2s+1)-3(s^2-s+2);$$

$$(3) -2(a^2b-\frac{1}{4}ab^2+\frac{1}{2}a^3)-(-2a^2b+3ab^2);$$

$$(4) -\frac{1}{2}(5mn-2m^2+3n^2)+(-\frac{3}{2}mn+2m^2+\frac{n^2}{2});$$

$$(5) (a^3+\frac{1}{5}a^2b+3)-\frac{1}{2}(a^2b-6);$$

$$(6) -3(\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{3}y^3+\frac{1}{6})+2(\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}y^3+\frac{1}{4}).$$

8. 解下列方程：

$$(1) 16x-40=9x+16;$$

$$(2) 4x=\frac{20}{3}x+16;$$

$$(3) 2(3-x)=-4(x+5);$$

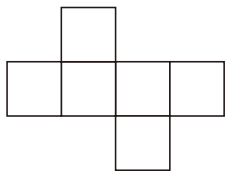
$$(4) 3(-2x-5)+2x=9;$$

$$(5) \frac{1}{2}(x-4)-(3x+4)=-\frac{15}{2};$$

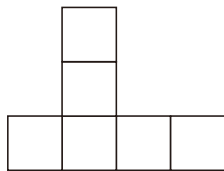
$$(6) \frac{x-7}{4}-\frac{5x+8}{3}=1.$$

数学理解

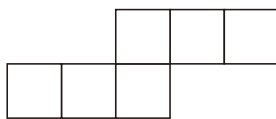
9. 下面的哪些图形可以折成一个正方体？先想一想，再折一折。



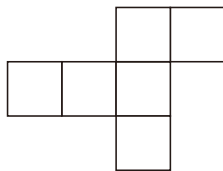
(1)



(2)



(3)



(4)

(第9题)

10. 如果一个几何体从正面、左面、上面看到的形状图都是正方形，那么这个几何体可能是什么形状？

11. 一个几何体由若干大小相同的小正方体搭成，从上面看到的这个几何体的形状图如图所示，其中小正方形中的数字表示在这个位置小正方体的个数。请你画出从正面和从左面看到的这个几何体的形状图。

3		3
1	2	3

(第11题)

12. 小明让小彬随便想一个数，并将此数乘5，加7，然后乘2，再减4，最后将结果告诉他。他只要将这个结果减10，再除以10，就能知道小彬所想的数。你知道这是为什么吗？

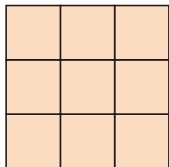
问题 解决

13. 某大楼地上共有12层，地下共有4层，请用正负数表示这栋楼每层的楼层号。某人乘电梯从地下3层升至地上7层，电梯一共升了多少层？
14. 体育课上全班女生进行了百米测验，达标成绩为18 s。下面是第一小组8名女生的成绩记录，其中“+”号表示成绩大于18 s，“-”号表示成绩小于18 s。

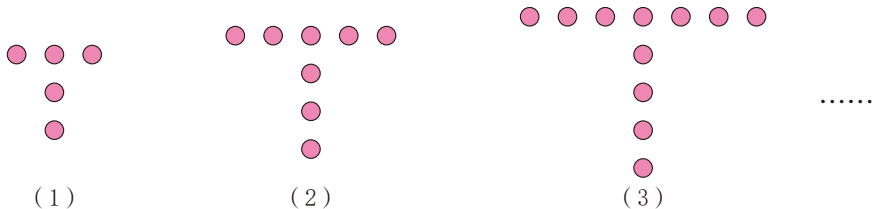
-1	+0.8	0	-1.2	-0.1	0	+0.5	-0.6
----	------	---	------	------	---	------	------

这个小组女生的达标率为多少？平均成绩为多少秒？

15. 冰箱开始启动时内部温度为 10°C ，如果每小时冰箱内部的温度降低 5°C ，那么3 h后冰箱内部的温度是多少？
16. 在如图所示的9个方格内填入5个2和4个-2，使每行、每列、斜对角的三个数的乘积都是8。
17. 随便写出一个十位数字与个位数字不相等的两位数，把它的十位数字与个位数字对调后得到另一个两位数，并用较大的两位数减去较小的两位数，所得差一定能被9整除吗？为什么？
18. 下面是用棋子摆成的“T”形图：



(第16题)



(第18题)

- (1) 摆成第1个“T”字需要多少枚棋子？第2个呢？
- (2) 按这样的规律摆下去，摆成第10个“T”字需要多少枚棋子？第 n 个呢？
19. 华氏温度 $f(^{\circ}\text{F})$ 与摄氏温度 $c(^{\circ}\text{C})$ 之间存在着如下的关系： $f = \frac{9}{5}c + 32$ 。
- (1) 一个人的体温有可能达到 100°F 吗？
- (2) 如果某地早晨的温度为 5°C ，那么此地早晨的华氏温度是多少度？

20. 王强参加了一场 3 000 m 的赛跑, 他以 6 m/s 的速度跑了一段路程后, 又以 4 m/s 的速度跑完了其余的路程, 一共花了 10 min. 王强以 6 m/s 的速度跑了多少米?
21. 有一块棱长为 0.6 m 的正方体钢坯, 想将它锻成横截面是 0.008 m^2 的长方体钢材, 锻成的钢材有多高?
22. 某公司销售甲、乙两种球鞋, 去年共卖出 12 200 双. 今年甲种球鞋卖出的量比去年多 6%, 乙种球鞋卖出的量比去年减少 5%, 两种球鞋的总销量增加了 50 双. 去年甲、乙两种球鞋各卖了多少双?
23. 有一根竹竿和一条绳子, 绳子比竹竿长 0.5 m. 将绳子对折后, 它比竹竿短了 0.5 m. 这根竹竿和这条绳子的长各是多少米?
24. 新春佳节, 小明与小颖去看望李老师, 李老师用一种特殊的方式给他们分糖. 李老师先拿给小明 1 块, 然后把糖盒里所剩糖的 $\frac{1}{7}$ 给他, 再拿给小颖 2 块, 又把糖盒里所剩糖的 $\frac{1}{7}$ 给她. 这样两人得到的糖块数相同. 李老师的糖盒中原来有多少块糖?
25. 一列匀速行驶的火车用 26 s 的时间通过一个长 256 m 的隧道 (即从车头进入入口到车尾离开出口), 这列火车又以 16 s 的时间通过了长 96 m 的隧道. 求列车的长度.

联系拓广

- ※26. 分别计算下列三组数和的绝对值与绝对值的和, 比较所得结果, 你发现了什么? 你有什么样的猜想?

(1) 2, 3; (2) $\frac{1}{4}$, -5; (3) -7, $-\frac{2}{3}$.

- ※27. (1) 计算并填表:

x	1	10	100	1 000	10 000
$\frac{2x-10}{x}$					

- (2) 你有什么发现?

出版说明

为了更好地满足五四学制实验区义务教育教学的需要，2003年山东省教育厅决定以全国中小学教材审定委员会初审通过的义务教育课程标准实验教科书为基础，委托山东教育出版社等单位改编、出版一套五四学制的义务教育课程标准实验教科书。该套实验教科书经全国中小学教材审定委员会初审通过后供山东省的烟台、威海、淄博、莱芜等五四学制地区的学生选用，受到了广大师生的欢迎和肯定。

2011年7月，教育部启动了义务教育课程标准实验教科书的修订送审工作，为了做好五四学制实验教科书初中《数学》的修订送审工作，山东教育出版社与北京师范大学出版社签署了合作协议。五四学制实验教科书《数学》（六~九年级）的修订、编写依据教育部制定的义务教育数学课程标准（2011年版），以马复主编的北师大版六三学制义务教育教科书《数学》（七~九年级）为基础，吸取了五四学制实验区多年来在教学实践中探索、积累的丰硕成果。

本套教科书的六年级上下册于2012年5月经教育部审定通过，供五四学制地区的学生选用。参加本册改编的人员有马复、韩际清、云鹏、刘崇渭、王德刚、赵水祥、陈杰、辛珍文、柳圣明，由马复、韩际清主编。

本书的改编、出版得到了山东省教育厅、山东出版集团、山东省教学研究室、烟台市教育科学研究院、威海市教育教学研究中心、淄博市教研室、莱芜市教研室以及泰安、青岛、济宁等教研单位的领导，特别是北京师范大学出版社的领导和学科专家的大力帮助和支持，在此表示由衷的感谢。

欢迎广大师生在使用过程中提出修改意见和建议，以利于教科书的不断改进和完善。

山东教育出版社

2012年5月