教育部审定 2017

盲校义务教育实验教科书

数学

七年级　上册

人民教育出版社

盲校义务教育实验教科书

数学

七年级　上册

人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心　编著

人民教育出版社
·北京·

主　　编：薛　彬　李海东
本册主编：李海东
主要编写人员：张艳娇　章建跃　薛　彬　宋莉莉
刘长明
责任编辑：刘长明
美术编辑：王俊宏

盲校义务教育实验教科书　数学　七年级　上册
人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心
编著

出版发行　人民教育出版社 出版发行
（北京市海淀区中关村南大街17号院1号楼　邮编：100081）
网　　址　http://www.pep.com.cn
经　　销　全国新华书店经销
印　　刷　×××印刷厂印装
版　　次　2017年8月第1版
印　　次　　　年　月第　次印刷
开　　本　890毫米×1240毫米　1/16
印　　张　13.25
字　　数　141千字
书　　号　ISBN 978-7-107-30050-9
定　　价　15.40元
价格依据文件号：京发改规[2016]13号

绿色印刷　保护环境　爱护健康

亲爱的同学们：

你们手中的这本教科书采用绿色印刷标准印制，在它的封底印有“绿色印刷产品”标志。从2013年秋季学期起，北京地区出版并使用的义务教育阶段中小学教科书全部采用绿色印刷。

按照国家环境标准（HJ2503-2011）《环境标志产品技术要求　印刷　第一部分：平版印刷》，绿色印刷选用环保型纸张、油墨、胶水等原辅材料，生产过程注重节能减排，印刷产品符合人体健康要求。

让我们携起手来，支持绿色印刷，选择绿色印刷产品，共同关爱环境，一起健康成长！

北京市绿色印刷工程

主编的话

同学们，欢迎大家使用这套数学教科书，它是我们根据《盲校义务教育数学课程标准（2016 年版）》编写的，希望它能成为你们学习数学的好帮手.

为什么要学习数学呢？主要的理由有两方面：

数学应用很广泛. 数学是重要的基础科学. 华罗庚说："宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，数学无处不在." 随着与计算机技术的结合，数学在我们的生活、学习、工作乃至娱乐中的作用与日俱增.

数学使人更聪明. 数学是锻炼思维的体操. 学习数学能使我们更合乎逻辑、更有条理、更精确、更深入地思考和解决问题，增强我们的想象力和创造性，有助于提高学习能力. 懂得并能运用数学，就意味着你有更多的机会和选择.

这套教科书有什么特点呢？主要有以下三个方面：

整体设计，加强联系，突出数学核心内容. 教科书围绕课程标准的核心内容整体设计，构建符合数学逻辑和学习心理的教科书体系. 循序渐进地安排核心的数学概念和重要的数学思想方法，以便同学们更好地掌握它们.

反映背景，加强应用，体现数学基本思想. 教科书精选现实生活和数学发展的典型问题为背景，让同学们感受知识的自然发展过程，感受数学的抽象思想. 通过解决具有真实背景的问题，让同学们感受数学与生活的联系，体现数学的

模型思想.

体现过程，加强探究，积累数学活动经验. 教科书在内容的呈现上努力体现数学思维规律，以问题引导学习，给同学们自主探索的机会，经历数学概念的概括过程、数学结论的形成过程，从中体会数学的研究方法，积累数学活动经验.

如何使用这套教科书学好数学呢？下面提出一些想法：

勤于思考，勇于探究，善于归纳. 数学的发展源远流长，我们所学的数学基础知识，大多是从丰富的实际背景中抽象概括而成的，这是一个由表及里、逐步深入的过程. 教科书安排了“思考”“探究”“归纳”等栏目，引导同学们经历上述过程，通过观察、实验、猜想、推理、反思、交流等活动积累学习经验，逐步学会发现、提出、分析和解决问题.

巩固基础，注重运用，提高能力. 学数学首先要充分重视概念、公式和定理等，并且要通过解题等实践活动，深化认识和提高能力. 同学们在学习教科书“巩固运用”“复习题”“数学活动”等内容时，应加强独立思考，认真地分析问题、探寻解题思路、落实解题步骤，反思解题过程，使自己学数学、用数学的能力不断提高.

开阔视野，自主学习，立足发展. 数学通今达古、博大精深、奥妙无穷. 教科书提供了“阅读与思考”等选学内容. 希望同学们通过生动活泼、积极主动的学习，在更广阔的数学天地中提升学习能力和增强探究能力.

千里之行，始于足下，让我们从七年级上册开始学

习吧！

你每天都收看天气预报吗？你知道怎样表示零下的气温吗？这就需要用到数学大家庭中重要的成员——负数．在“**有理数**”中，我们所了解的数将扩充到更大的范围．通过学习“**有理数的运算**”，你可以进行像“1－2”这样的以前不能做的运算，你还会发现许多问题的解决变得方便而简单．

用字母表示数，能更一般地表示数量关系．“**整式的加减**”将带你走进代数世界，通过学习列式表示数量关系，研究整式及其加减运算，你会发现，从算术发展到代数是数学的一大进步．

在生活中你会遇到很多实际问题，比如计算路程、合理分配任务等，“**一元一次方程**”将给你提供解决这些问题的一种数学工具．通过分析问题中的数量关系，并利用其中的相等关系列出方程，实际问题就转化为数学问题，从而通过数学问题来解决实际问题，这是解决问题的一种常用方法．

“**几何图形**”将带你走进丰富多彩的图形世界．在这里，你会看到许多立体图形与平面图形，了解它们之间的关系，认识组成它们的基本要素．我们还将学习基本的几何图形——“**线段和角**”，学习它们的表示、度量和大小比较等，研究它们的性质，并学习利用图形的知识解决一些实际问题．

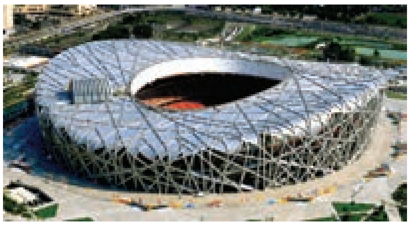
同学们，学好数学将会终生受益．未来的世界等待你们去建设，科学的高峰等待你们去攀登．预祝你们在新的学习征途上不断奋进！

目　　录

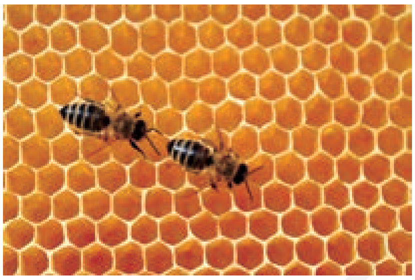
第三章　整式的加减

第四章　一元一次方程

第五章　几何图形



第六章　线段和角



第一章　有理数

在生产、生活和科学实验中，经常遇到数的表示问题. 例如：

（1）北京冬季里某一天的气温为－3 ℃～3 ℃. “－3 ℃”的含义是什么？

（2）某公司今年 7，8 月份分别盈利 50 万元和－10 万元. “盈利－10 万元”的含义是什么？

（3）某年，我国小麦产量比上一年增长 1.8％，花生产量比上一年增长－2.7％. “增长－2.7％”表示什么意思？

在小学，我们已经认识了负数，知道用负数表示日常生活中的一些量. 本章我们将进一步认识负数的意义，并把数的范围扩充到有理数，在此范围内研究数的表示和大小比较等.

1.1 正数和负数

数的产生和发展离不开生活和生产的需要.

由记数、排序，产生数 1，2，3，…

由表示“没有”“空位”，产生数 0

由分物、测量，产生分数$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，…

图 1.1-1

本章引言中，表示温度、盈利、产量增长率时，既要用到数 3，50，1.8% 等，又要用到数 −3，−10，−2.7%等，这里的−3 ℃表示零下3 ℃，盈利−10 万元表示亏损 10 万元，增长−2.7%表示减少 2.7%.

你能说说 3，50，1.8% 等的实际意义吗？

我们知道，像 3，50，1.8%这样大于 0 的数叫做正数. 像−3，−10，−2.7%这样在正数前加上符号“−”（负）的数叫做负数. 有时，为了明确表达意义，在正数前面也加上“+”（正）号. 例如，+3，+2，+0.5，$+\frac{1}{3}$，…

就是 3，2，0.5，$\frac{1}{3}$，…．一个数前面的“＋”“－”号叫做它的符号.

0 既不是正数，也不是负数.

例 （1）一个月内，小明体重增加 2 kg，小华体重减少 1 kg，小强体重无变化，写出他们这个月的体重增长值；

（2）四种品牌的电脑某年的销售量与上年相比，变化率如下：

A 品牌减少 2%，

B 品牌增长 4%，

C 品牌增长 1%，

D 品牌减少 3%.

写出这一年这些电脑品牌销售量的增长率.

“负”与“正”相对. 增长－1，就是减少 1；增长－2%，是什么意思?

什么情况下增长率是 0？

解：（1）这个月小明体重增长 2 kg，小华体重增长－1 kg，小强体重增长 0 kg.

（2）四种电脑这一年销售量的增长率是：

A 品牌 －2%，　　B 品牌 4%，

C 品牌 1%，　　D 品牌 －3%.

归纳

如果一个问题中出现相反意义的量，我们可以用正数和负数分别表示它们.

巩固运用1.1

1. 读下列各数，并指出其中哪些是正数，哪些是负数.

$$\frac{4}{3},\ -1,\ 2.5,\ +\frac{1}{4},\ 0,\ -3.14,\ 120,\ -\frac{2}{7}.$$

2. 如果 80 m 表示向右走 80 m，那么________表示向左走 60 m.

3. 月球表面的白天平均温度零上 126 ℃，记作______℃；夜间平均温度零下 150 ℃，记作________℃.

4. 一栋大厦有 28 层，其中地下 4 层. 如果把地上 7 层记作+7 层，那么地下 3 层记作______层.

5. 若规定商品涨价为正，则甲商品涨价 10%可以记作______，乙商品降价 5%可以记作________.

6. 某手机经销商购进手机 100 部，记作+100 部，那么卖出手机 80 部记作______部.

把 0 以外的数分为正数和负数，它们表示具有相反意义的量. 随着对正数、负数意义认识的加深，正数和负数在实践中得到了广泛应用. 在地形图上表示某地的高度时，需要以海平面为基准（规定海平面的海拔高度为 0 m），通常用正数表示高于海平面的某地的海拔高度，用负数表示低于海平面的某地的海拔高

> 0 是正数与负数的分界. 0 ℃是一个确定的温度，海拔 0 m 表示海平面的平均高度. 0 的意义已不仅是表示“没有”.

度. 例如，珠穆朗玛峰的海拔高度为 8 848.86 m，吐鲁番盆地的海拔高度为 −154.31 m. 记账时，通常用正数表示收入款额，用负数表示支出款额.

思考

图 1.1-2 中的正数和负数的含义是什么？

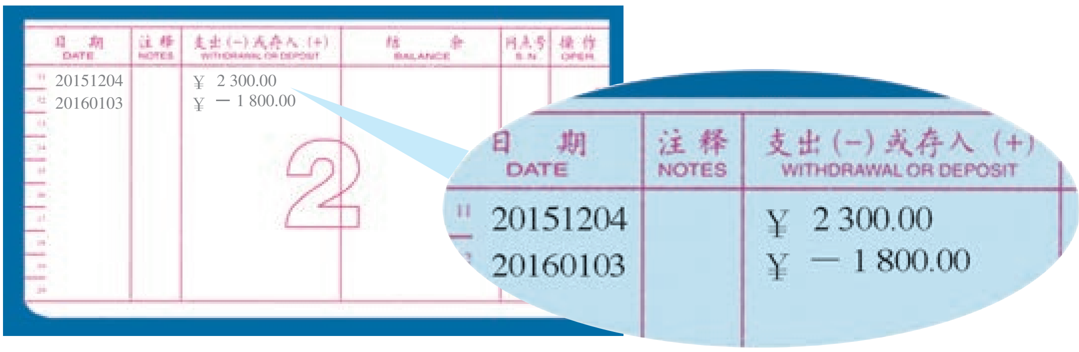


图 1.1-2

图 1.1-2 中，2 300.00 和 −1 800.00 分别表示存入 2 300.00元，支出1 800.00元.

巩固运用1.2

1. 如果水位升高 3 m 时水位变化记作 +3 m，那么水位下降 3 m 时水位变化记作______ m，水位不升不降时水位变化记作______ m.
2. 小华记录家庭的收支状况，若用正数表示收入款额，则 2 000 元和 −100 元分别表示什么？

3. 一袋面粉的标准质量是 10 kg，如果把比标准质量多 0.1 kg 记作＋0.1 kg，那么－1 kg 和＋0.5 kg 分别表示什么？

4. 某蓄水池的标准水位记为 0 m，如果用正数表示水面高于标准水位的高度，那么

(1) 0.5 m 和－1.5 m 各表示什么？

(2) 水面低于标准水位 0.5 m 和高于标准水位 0.23 m 各怎样表示？

*5. 某年，一些国家的服务出口额比上年的增长率如下：

美国	德国	英国	中国	日本	意大利
－3.4%	－0.9%	－5.3%	2.8%	－7.3%	7.0%

这一年，上述六国中哪些国家的服务出口额增长了？哪些国家的服务出口额减少了？哪国增长率最高？

阅读与思考

选学

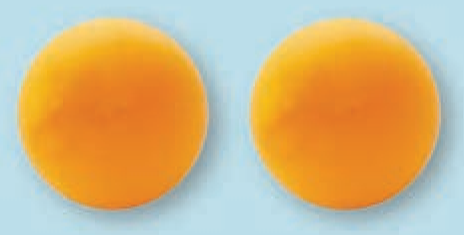
用正负数表示允许偏差

现代工业生产中，对产品的尺寸、质量等都设计了标准规格. 但是，一般在实际加工中，每个产品不可能都做得与标准规格完全一样. 通常在某个范围内，只要不影响使用，

* 本套教科书中加“*”号的题目为选做题.

产品比标准规格稍大或稍小一点，稍轻或稍重一点，都属于合格品，而超出这个范围的产品就是不合格品.

生活中也经常能看到用正负数表示合格范围的情形. 如图1，某品牌乒乓球的包装盒上标明乒乓球的直径是（40±0.4)mm，这表示乒乓球的标准直径是40 mm，实际直径最大可以是（40+0.4)mm，最小可以是（40−0.4)mm，在这个范围内的乒乓球体积都是合格的. 又如，某种药品的说明书上标明保存温度是（20±2)℃，由此可知该药品在18 ℃～22 ℃范围内保存才合适.



星级	3星
颜色	黄色
直径	(40±0.4)mm
包装	6个

图 1

你还能举出用正负数表示某个范围的其他例子吗？

1.2 有理数

1.2.1 有理数

思考

回想一下，我们认识了哪些数？

我们学过的数有：

正整数，如 1，2，3，…；

零，0；

负整数，如 -1，-2，-3，…；

正分数，如 $\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{15}{7}$，0.1，5.32，…；

负分数，如 -0.5，$-\frac{5}{2}$，$-\frac{2}{3}$，$-\frac{1}{7}$，-150.5，….

正整数、0、负整数统称为整数；正分数、负分数统称为分数.

整数和分数统称为**有理数**（ra-

所有正整数组成正整数集合，所有负整数组成负整数集合.

因为这里的小数可以化为分数，所以我们也把它们看成分数.

tional number).

从小学开始，我们首先认识了正整数，后来又增加了0和正分数，在认识了负整数和负分数后，对数的认识就扩充到了有理数范围.

例1 指出下列各数中的正整数、负整数、正分数及负分数：

13，4.3，$-\frac{3}{8}$，0，8.5%，-30，-12%，$\frac{1}{9}$，-7.5，20，-60.

解： 正整数：13，20.

负整数：-30，-60.

正分数：4.3，8.5%，$\frac{1}{9}$.

负分数：$-\frac{3}{8}$，-12%，-7.5.

巩固运用1.3

1. 所有正数组成正数集合，所有负数组成负数集合. 请把下面的有理数填入它属于的集合内：

   15，$-\frac{1}{9}$，-5，7，0.5，-80，12，-4.2，2.3.

   正数集合：{ …}.

   负数集合：{ …}.

2. 指出下列各数中的正数、负数、整数、分数：

-15，$+6$，-2，-0.9，1，$\frac{3}{5}$，0，$3\frac{1}{4}$，0.63，$-\frac{10}{3}$.

3. 在-12，$\frac{4}{7}$，19%，50，-3.4，-11，-5%，6.3，$2\ 016$中，正整数的个数为______，负整数的个数为______，正分数的个数为______，负分数的个数为______.

4. “不是正数的数一定是负数，不是负数的数一定是正数”的说法对吗？为什么？

1.2.2 数轴

问题 在一条东西向的马路上，有一个汽车站牌，汽车站牌东 3 m 和7.5 m 处分别有一棵柳树和一个报刊亭，汽车站牌西 3 m 和 5 m 处分别有一根电线杆和一个商店，试画图表示这一情境.

如图 1.2-1，画一条直线表示马路，从左到右表示从西到东的方向，在直线上任取一个点 O 表示汽车站牌的位置，规定 1 个单位长度（线段 OA 的长）代表 1 m 长. 于是，在点 O 右边，与点 O 距离 3 个和 7.5 个单位长度的点 B 和点 C，分别表示柳树和报刊亭的位置；点 O 左边，与点 O 距离 3 个和 5 个单位长度的点 D 和点 E，分别表示电线杆和商店的位置.

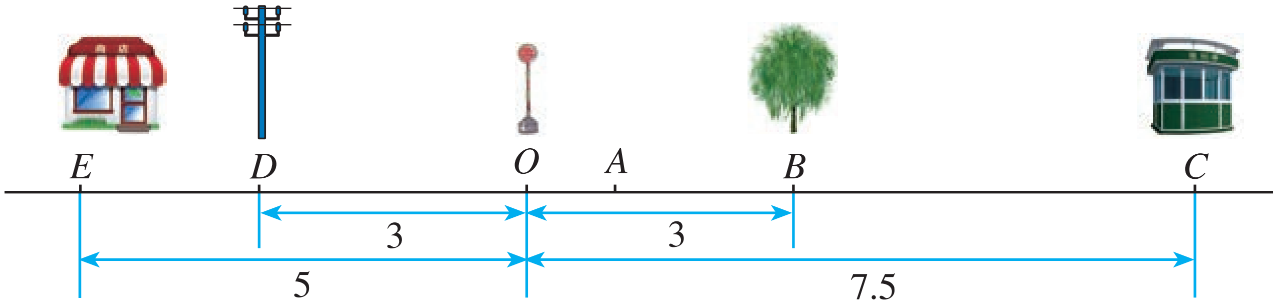


图 1.2-1

思考

怎样用数简明地表示柳树、报刊亭、电线杆、商店与汽车站牌的相对位置关系（方向、距离）?

上面的问题中，“东”与“西”、“左”与“右”都具有相反意义. 如图1.2-2，在一条直线上取一个点 O 为基准点，用 0 表示它，再用负数表示点 O 左边的点，用正数表示点 O 右边的点. 这样，我们就用负数、0、正数表示出了这条直线上的点.

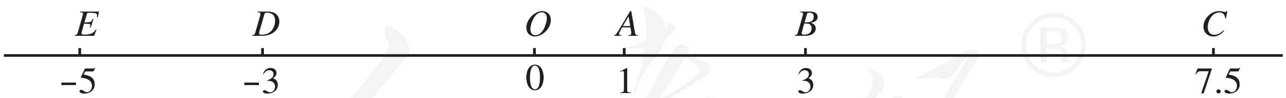


图 1.2-2

用上述方法，我们就可以把柳树、报刊亭、电线杆、商店与汽车站牌的相对位置关系表示出来了. 例如，-5 表示位于汽车站牌西侧 5 m 处的商店，等等.

你能说说图中其他数的实际意义吗?

思考

图 1.2-3 中的温度计可以看作表示正数、0 和负数的直线. 它和图 1.2-2 有什么共同点，有什么不同点？

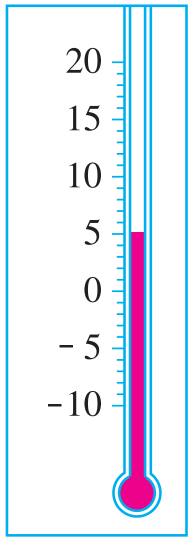


图 1.2-3

在数学中，可以用一条直线上的点表示数，这条直线叫做**数轴**（number axis），它满足以下要求：

> 0 是正数和负数的分界点；原点是数轴的“基准点”.

（1）在直线上任取一个点表示数 0，这个点叫做**原点**（origin）；

（2）通常规定直线上向右（或上）为正方向，向左（或下）为负方向；

（3）选取适当的长度为单位长度，直线上从原点向右，每隔一个单位长度取一个点，依次表示 1，2，3，…；从原点向左，用类似方法依次表示 -1，-2，-3，…（图 1.2-4）.

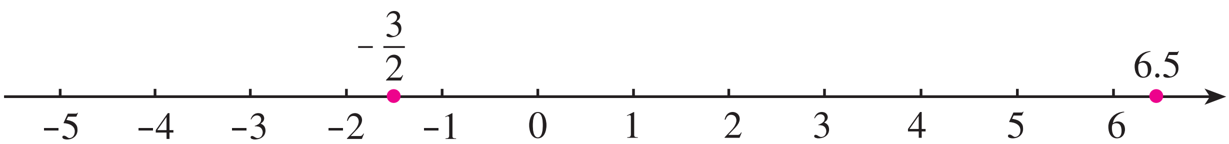


图 1.2-4

分数或小数也可以用数轴上的点表示. 例如，从原点向右 6.5 个单位长度的点表示小数 6.5，从原点向左$\frac{3}{2}$个单位长度的点表示分数$-\frac{3}{2}$（图 1.2-4）.

归纳

一般地，设 a 是一个正数，则数轴上表示数 a 的点在原点的____边，与原点的距离是____个单位长度；表示数$-a$ 的点在原点的____边，与原点的距离是____个单位长度.

用数轴上的点表示数对数学的发展起了重要作用，以它作基础，可以借助图直观地表示很多与数相关的问题.

例 2 画出数轴，并在数轴上表示下列各数：

$$3,\ -4,\ 4,\ 0.5,\ 0,\ -\frac{5}{2},\ -1.$$

解： 如图 1.2-5 所示.

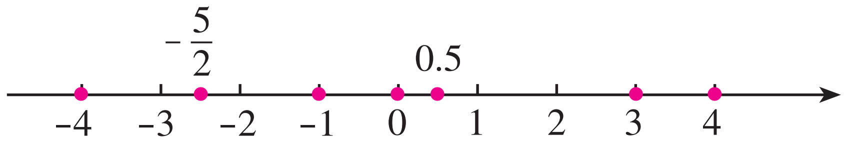
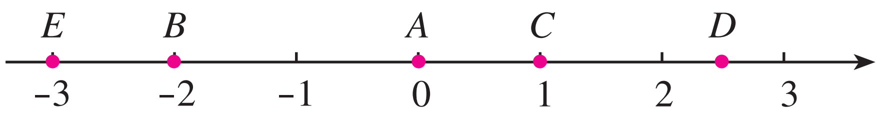


图 1.2-5

巩固运用1.4

1. 如图，写出数轴上点 A，B，C，D，E 表示的数.



（第 1 题）

2. 画出数轴并表示下列有理数：

$$-5，2.5，-2，-\frac{7}{2}，1，\frac{3}{2}，\frac{9}{2}.$$

3. 数轴上，如果表示数 a 的点在原点的左边，那么 a 是一个_____数；如果表示数 b 的点在原点的右边，那么 b 是一个_____数.

*4. 数轴上，表示 -2 与 4 的点之间（包括这两个点）有______个点表示的是整数，它们表示的数分别是______________________________，其中负整数有________个.

*5. 在数轴上，点 A 表示 -3，从点 A 出发，沿数轴移动 4 个单位长度到达点 B，则点 B 表示的数是多少？

1.2.3　相反数

探究

在数轴上，与原点的距离是 2 的点有几个？这些点各表示哪个数？

设 a 是一个正数. 数轴上与原点的距离等于 a 的点有几个？这些点表示的数有什么关系？

可以发现，数轴上与原点距离是 2 的点有两个，它们表示的数是 -2 和 2.

归纳

一般地，设 a 是一个正数，数轴上与原点的距离是 a 的点有两个，它们分别在原点左右，表示 $-a$ 和 a（图 1.2-6），我们说这两点关于原点对称.

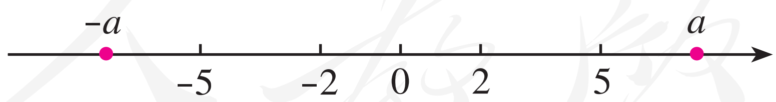


图 1.2-6

像 2 和 -2，5 和 -5 这样，只有符号不同的两个数叫做互为**相反数**（opposite number）. 这就是说，2 的相反数是 -2，-2 的相反数是 2；5 的相反数是 -5，-5 的相反数

是 5.

一般地，a 和 $-a$ 互为相反数. 特别地，0 的相反数是 0. 这里，a 表示任意一个数，可以是正数、负数，也可以是 0. 例如，当 $a=1$ 时，$-a=-1$，1 的相反数是 -1；同时，-1 的相反数是 1.

思考

设 a 表示一个数，$-a$ 一定是负数吗？

容易看出，在正数前面添上“$-$”号，就得到这个正数的相反数. 在任意一个数前面添上“$-$”号，新的数就表示原数的相反数. 例如，

你能借助数轴说明 $-(-5)=+5$ 吗？

$$-(+5)=-5,\ -(-5)=+5,\ -0=0.$$

巩固运用1.5

1. 判断下列说法是否正确：

（1）-3 是相反数；

（2）$+3$ 是相反数；

（3）3 是 -3 的相反数；

（4）-3 与 $+3$ 互为相反数；

（5）正数和负数互为相反数；

（6）任何一个数都有相反数.

2. 写出下列各数的相反数：

$$-\frac{9}{4},\ 6,\ -8,\ -3.5,\ \frac{5}{2},\ 10,\ -100,\ \frac{1}{3}.$$

3. 如果 $a=-a$，那么表示 a 的点在数轴上的什么位置？

4. 化简下列各数：

$$-(-7),\ -(+0.5),\ -(-68),$$

$$-(+3.8),\ +\left(-\frac{6}{5}\right),\ +(+72).$$

1.2.4 绝对值

两辆汽车从同一处 O 出发，分别向东、西方向行驶 10 km，到达 A，B 两处（图 1.2-7）. 它们的行驶路线相同吗？它们的行驶路程相同吗？

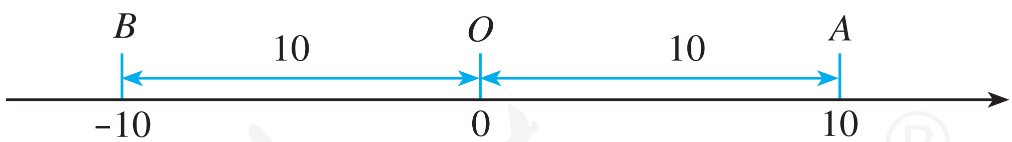


图 1.2-7

一般地，数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的**绝对值**(absolute value)，记作 $|a|$. 例如，图 1.2-7 中 A，B 两点分别表示 10 和 -10，它们与原点的距离都是 10 个单位长度，所以 10 和 -10 的绝对

> 这里的数 a 可以是正数、负数和 0.

值都是 10，即

$$|10|=10，|-10|=10.$$

显然 $|0|=0$.

思考

“一个数的绝对值越大，表示它的点在数轴上越靠右”，这种说法正确吗？如果不正确，正确的说法是什么？

比较 3 和 -10 的绝对值，可知 $|-10|>|3|$，而数轴上表示 -10 的点在表示 3 的点的左边，所以上述说法不正确. 正确的说法是“一个数的绝对值越大，表示它的点在数轴上离原点越远”.

由绝对值的定义可知：

一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0. 即

（1）如果 $a>0$，那么 $|a|=a$；

（2）如果 $a=0$，那么 $|a|=0$；

（3）如果 $a<0$，那么 $|a|=-a$.

巩固运用1.6

1. 写出下列各数的绝对值：

$$8，-3.9，-\frac{2}{11}，100，7.5，0，-(-13)，-(+18).$$

2. 判断下列说法是否正确：

(1) 绝对值是它本身的数是正数；

(2) 当 $a \neq 0$ 时，$|a|$ 总是大于 0；

(3) 绝对值等于 3 的数是 -3；

(4) 绝对值不大于 1 的整数是 1 和 -1.

3. 判断下列各式是否正确：

(1) $|5|=|-5|$；　　(2) $-|5|=|-5|$；

(3) $-5=|-5|$.

4. 若 $|a|=|-2|$，则 $a=$__________；若 m 是负数，且 $|m|=10$，则 $m=$______.

5. 化简下列各数：

$$+|-3.5|,\ -\left|+\frac{5}{6}\right|,\ -|-11|,$$

$$|+(-15)|,\ |-(-7)|,\ |-(+9)|.$$

1.2.5 有理数的大小比较

我们已经知道两个正数（或 0）之间怎样比较大小，例如，

$$0<1,\ 1<2,\ 2<3,\ \cdots.$$

任意两个有理数（例如，-4 和 -3，-2 和 0，-1 和 1）怎样比较大小呢？

思考

表 1.2-1 给出了未来一周中每天的最高气温和最低气温，其中最低气温是多少？最高气温呢？你能将这七天中每天的最低气温按从低到高的顺序排列吗？

表 1.2-1　未来一周天气预报

时间	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
温度	0～8 ℃	1～7 ℃	−1～6 ℃	−2～5 ℃	−4～3 ℃	−3～4 ℃	2～9 ℃

这七天中每天的最低气温按从低到高排列为

$$-4，-3，-2，-1，0，1，2.$$

按照这个顺序排列的温度，在温度计上所对应的点是从下到上的. 按照这个顺序把这些数表示在数轴上，表示它们的各点的顺序是从左到右的（图 1.2-8）.

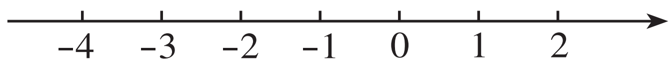


图 1.2-8

数学中规定：在数轴上表示有理数，它们从左到右的顺序，就是从小到大的顺序，即左边的数小于右边的数.

由这个规定可知

$$-6<-5，-5<-4，-4<-3，-2<0，-1<1，\cdots.$$

一般地，

（1）**正数大于 0，0 大于负数，正数大于负数；**

（2）**两个负数，绝对值大的反而小.**

例如，1______0，0______-1，1______-1，-1______-2.

例 3 比较下列各对数的大小：

(1) 5 和 -2；(2) -3 和 -7；

(3) $-(-1)$和$-(+2)$；(4) $-(-0.5)$和$|-1.5|$.

解：(1) 因为正数大于负数，所以 $5>-2$.

(2) 这是两个负数比较大小，先求它们的绝对值，

$$|-3|=3,\quad |-7|=7.$$

因为 $3<7$，即$|-3|<|-7|$，所以$-3>-7$.

(3) 先化简，$-(-1)=1$，$-(+2)=-2$.

因为正数大于负数，所以 $1>-2$，即 $-(-1)>-(+2)$.

(4) 先化简，$-(-0.5)=0.5$，$|-1.5|=1.5$.

因为 $0.5<1.5$，所以$-(-0.5)<|-1.5|$.

> 异号两数比较大小，要考虑它们的正负；同号两数比较大小，要考虑它们的绝对值.

巩固运用1.7

1. 比较下列各对数的大小：

(1) 3 和 -5；(2) -3 和 -5；

(3) -2.5 和 $-\left|-2\frac{1}{4}\right|$；(4) $-\frac{3}{5}$和$-\frac{3}{4}$；

(5) $-(+8)$和$-(-9)$；(6) $-(-0.3)$和$\left|-\frac{1}{3}\right|$.

2. 将下列各组数按从小到大的顺序排列，并用“<”连接：

(1) -3，$+2$，$+5$，0，-10，8；

(2) $-\frac{1}{4}$，$+2.3$，-0.3，0，$-\frac{3}{2}$，$-\frac{1}{2}$.

3. 下面是我国几个城市某年一月份的平均气温，把它们按从高到低的顺序排列.

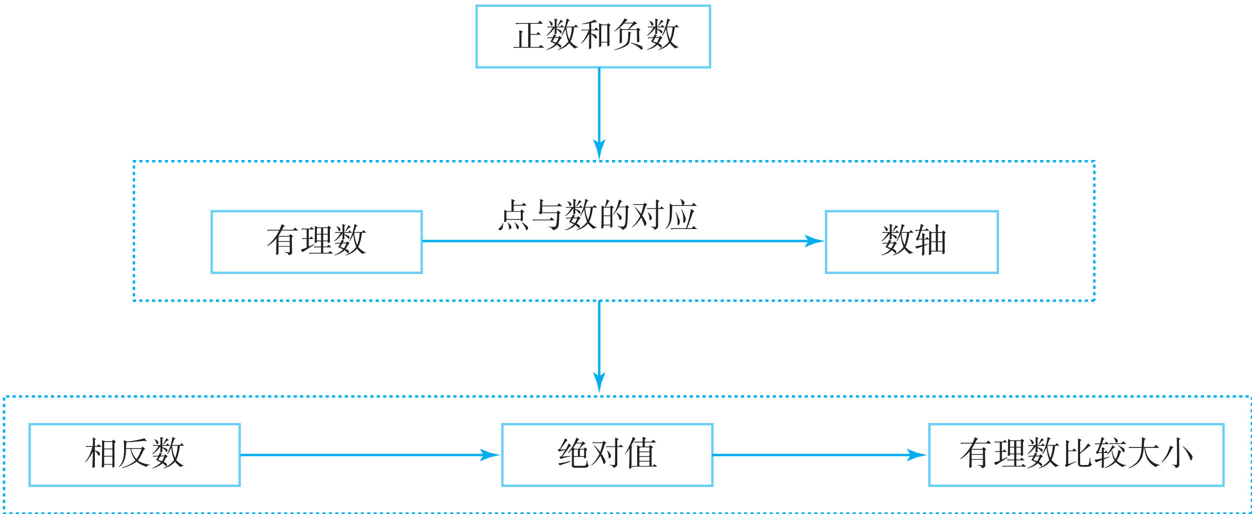
北京	武汉	广州	哈尔滨	南京
-4.6 ℃	3.8 ℃	13.1 ℃	-19.4 ℃	2.4 ℃

数学活动

某银行一天上午办理了五笔现金业务：存款 5 000 元、取款 10 500 元、存款 7 200 元、存款 8 600 元、取款 3 800 元. 若存款为正，请用正数或负数表示这五笔款项. 你能再举一些用正数、负数表示数量的实际例子吗？

小　结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

1. 本章我们在小学学习的基础上，进一步认识了负数，使数的范围扩充到有理数. 正数和负数可以表示具有相反意义的量. 有理数是整数与分数的统称. 由于整数可以看成是分母为 1 的分数，因此有理数可以写成 $\frac{p}{q}$（p，q 是整数，$q \neq 0$）的形式；另一方面，形如 $\frac{p}{q}$（p，q 是整数，$q \neq 0$）的数都是有理数. 所以，有理数可用 $\frac{p}{q}$（p，q 是整数，$q \neq 0$）表示.

2. 你能举出一些实例，说明正数、负数在表示相反意义的量时的作用吗？

3. 你能用一个图表示有理数的分类吗?

4. 怎样用数轴表示有理数? 数轴与普通的直线有什么不同?

5. 怎样利用数轴解释一个数的相反数和绝对值?

6. 如何比较有理数的大小?

复习题 1

复习巩固

1. 填空：

   (1) 如果温度上升 3 ℃记作+3 ℃，那么下降 2 ℃记作______；

   (2) 如果收入用正数表示，支出用负数表示，那么-56元表示______；

   (3) 某食盐的包装袋上标明：净重(500 ± 5)g. 它表示这种袋装食盐的标准质量是____g，装袋合格要求是袋中食盐最多____g，最少____g.

2. 在数轴上表示下列各数，并按从小到大的顺序用“<”把这些数连接起来：

$$4,\ -3,\ 0,\ 2,\ -2,\ -1.$$

3. 设$a=-2$，$b=-5$，$c=7.5$，分别写出a，b，c的绝对值和相反数.

4. 比较下列各对数的大小：

   (1) $-\left(-\dfrac{1}{2}\right)$和$-\left|-\dfrac{3}{2}\right|$；

   (2) $+(-3)$和$-(-4)$；

   (3) $+|-3|$和$|-(+5)|$；

   (4) $-(-2)$和$-|+2|$.

5. 下面是某公司某年四个季度的盈利（单位：万元）情况，把它们按从高到低的顺序排列.

时间	第一季度	第二季度	第三季度	第四季度
盈利	—30.6	—10.7	31.5	27.8

6. 某年我国人均水资源比上年的增幅是-25.1%. 后续三年各年比上年的增幅分别是26.4%，-5.8%，-3.0%. 这些增幅中哪个最小？增幅是负数说明什么？

综合运用

7. 已知x是整数，并且$-3<x<4$，在数轴上表示x可能取的所有数值.

8. a，b是有理数，它们在数轴上的对应点的位置如图所示. 把a，$-a$，b，$-b$按照从小到大的顺序排列，正确的是（　　）.

（第 8 题）

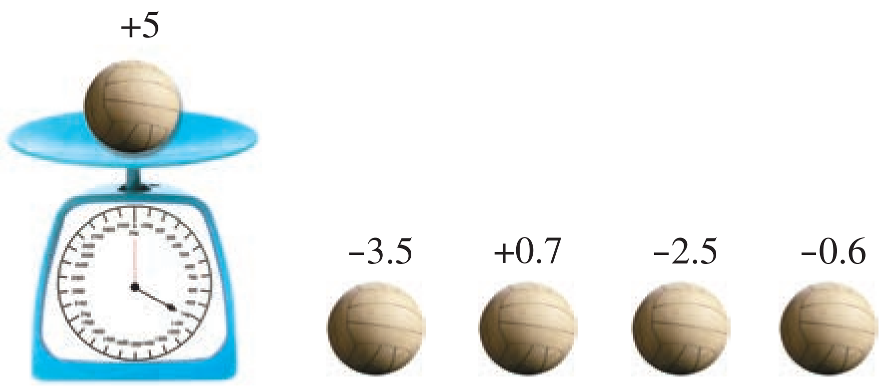
（A）$-b<-a<a<b$　　（B）$-a<-b<a<b$

（C）$-b<a<-a<b$　　（D）$-b<b<-a<a$

*9. 如图，检测 5 个排球，其中超过标准的克数记为正数.

（1）$+5$，-3.5，$+0.7$，-2.5，-0.6 各表示什么？

（2）从轻重的角度看，哪个球最接近标准？请说明理由.



（第 9 题）

拓广探索

10. 如果 $|x|=2$，那么 x 一定是 2 吗？如果 $|x|=0$，那么 x 等于几？如果 $x=-x$，那么 x 等于几？

第二章　有理数的运算

通过第一章的学习，我们知道了有理数的意义、大小关系等. 实际问题中，我们还会遇到关于有理数的运算问题. 例如：

（1）北京冬季里某一天的气温为－3 ℃～3 ℃. 这一天北京的温差是多少？

（2）夏新同学通过捡、卖废品，既保护了环境，又积攒了零花钱. 下表是他某个月的部分收支（单位：元）情况.

日期	收入(＋)或支出(－)	结余	注释
2 日	3.5	8.5	卖废品
8 日	－4.5	4.0	买圆珠笔、铅笔芯
12 日	－5.2	－1.2	买科普书，同学代付

这里，“结余－1.2”是怎么得到的？

要解决上面的问题，就要计算 3－(－3)，4.0＋(－5.2). 本章我们将在上一章的基础上，进一步学习有理数的运算. 有了这些知识，上述问题就能顺利解决了.

2.1 有理数的加减法

2.1.1 有理数的加法

在小学，我们学过正数及 0 的加法运算．引入负数后，怎样进行加法运算呢？

实际问题中，有时也会遇到与负数有关的加法运算．例如，在本章引言中，把收入记作正数，支出记作负数，在求“结余”时，需要计算 $8.5+(-4.5)$，$4+(-5.2)$ 等．

思考

小学学过的加法是正数与正数相加、正数与 0 相加．引入负数后，加法有哪几种情况？

引入负数后，除已有的正数与正数相加、正数与 0 相加外，还有负数与负数相加、负数与正数相加、负数与 0 相加等．下面借助具体情境和数轴来讨论有理数的加法．

看下面的问题．

一个物体作向左、向右方向的运动，我们规定向左为负，向右为正．向右运动 5 m 记作 5 m，向左运动 5 m 记作 -5 m．

思考

如果物体先向右运动 5 m，再向右运动 3 m，那么两次运动的最后结果是什么？可以用怎样的算式表示？

两次运动后物体从起点向右运动了 8 m. 写成算式就是

$$5+3=8. \qquad ①$$

将物体的运动起点放在原点，则这个算式可用数轴表示为图 2.1-1.

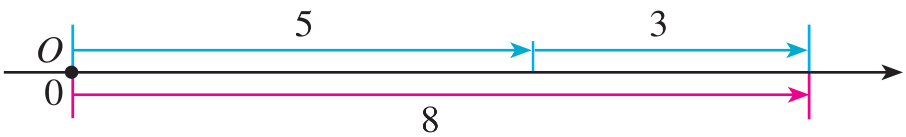


图 2.1-1

思考

如果物体先向左运动 5 m，再向左运动 3 m，那么两次运动的最后结果是什么？可以用怎样的算式表示？

两次运动后物体从起点向左运动了 8 m. 写成算式就是

$$(-5)+(-3)=-8. \qquad ②$$

这个运算也可以用数轴表示，其中假设原点 O 为运动起点（图 2.1-2）.

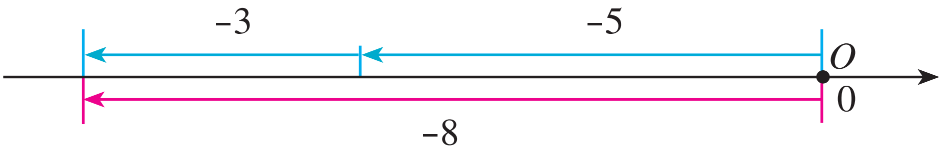


图 2.1-2

从算式①②可以看出：符号相同的两个数相加，结果的符号不变，绝对值相加.

探究

（1）如果物体先向左运动 3 m，再向右运动 5 m，那么两次运动的最后结果怎样？如何用算式表示？

（2）如果物体先向右运动 3 m，再向左运动 5 m，那么两次运动的最后结果怎样？如何用算式表示？

（1）结果是物体从起点向右运动了 2 m. 写成算式就是

$$(-3)+5=2. \quad ③$$

（2）结果是物体从起点向左运动了 2 m. 写成算式就是

$$3+(-5)=-2. \quad ④$$

你能用数轴表示算式③④吗？

从算式③④可以看出：符号相反的两个数相加，结果的符号与绝对值较大的加数的符号相同，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

探究

如果物体先向右运动 5 m，再向左运动 5 m，那么两次运动的最后结果如何？如何用算式表示？

结果是仍在起点处. 写成算式就是

$$5+(-5)=0. \tag{⑤}$$

算式⑤表明，互为相反数的两个数相加，结果为 0.

如果物体第 1 s 向右（或左）运动 5 m，第 2 s 原地不动，2 s 后物体从起点向右（或左）运动了 5 m. 写成算式就是

$$5+0=5 \text{（或}(-5)+0=-5\text{）}. \tag{⑥}$$

思考

从算式⑥可以得出什么结论？

算式⑥表明，一个数与 0 相加，结果仍是这个数.

从算式①～⑥可知，有理数加法运算中，既要考虑符号，又要考虑绝对值. 你能从这些算式中归纳出有理数加法的运算法则吗？

有理数加法法则：

1. 同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加.

2. 绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值. 互为相反数的两个数相加得 0.

3. 一个数同 0 相加，仍得这个数.

例 1 计算：

(1) $(-3)+(-9)$； (2) $(-8)+0$；

(3) $12+(-8)$； (4) $(-4.7)+3.9$.

分析：（1）根据有理数加法法则，-3 和 -9 相加，取“$-$”号，并把 3 和 9 相加；（3）因为 $|12|>|-8|$，所以它们相加取正号，并用 $|12|$ 减去 $|-8|$. 同理，可根据有理数加法法则计算（2）和（4）.

在运算过程中，“先定符号，再算绝对值”是一种有效的方法.

解：（1）$(-3)+(-9)=-(3+9)=-12$；

（2）$(-8)+0=-8$；

（3）$12+(-8)=12-8=4$；

（4）$(-4.7)+3.9=-(4.7-3.9)=-0.8$.

巩固运用2.1

1. 用算式表示下面的结果：

（1）温度由 -4 ℃上升 7 ℃；

（2）收入 7 元，又支出 5 元；

（3）得分 80 分，失分 75 分.

2. 口算：

（1）$(+5)+(+7)$；　（2）$(-6)+(-6)$；

（3）$2+(-6)$；　（4）$(-3)+6$；

（5）$(-8)+8$；　（6）$(-6)+16$；

（7）$(-6)+0$；　（8）$(-16)+(-10)$.

3. 计算：

（1）$(-0.9)+1.5$；　（2）$(-6.9)+(-3.1)$；

(3) $(-24.6)+30$；　　(4) $2.7+(-3.5)$；

(5) $\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$；　　(6) $\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(7) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)$；　　(8) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{2}{5}$.

4. 请你用生活实例解释 $5+(-3)=2$，$(-5)+(-3)=-8$ 的意义.

我们以前学过加法交换律、结合律，在有理数的加法中它们还适用吗？

探究

计算

$$30+(-20)，(-20)+30.$$

两次所得的和相同吗？换几个加数再试一试.

从上述计算中，你能得出什么结论？

有理数的加法中，**两个数相加，交换加数的位置，和不变.**

加法交换律：$a+b=b+a$.

探究

计算

$$[8+(-5)]+(-4)，8+[(-5)+(-4)].$$

两次所得的和相同吗？换几个加数再试一试.

从上述计算中，你能得出什么结论？

有理数的加法中，**三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变.**

加法结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$.

例 2 计算：

(1) $8+(-6)+(-8)$；

(2) $(-12)+22+(-15)+(+15)$；

(3) $16+(-25)+24+(-35)$；

(4) $(-3.6)+8+(-6.4)$.

分析：(1) 观察算式，发现 8 和 (-8) 互为相反数. 利用交换律，先算$8+(-8)$，可使运算简化；

(2) 利用结合律，先算 $(-12)+22$ 和 $(-15)+(+15)$，可使运算简化；

(3) 利用交换律和结合律，先算 $16+24$ 和 $(-25)+(-35)$，可使运算简化；

(4) 利用交换律，先算 $(-3.6)+(-6.4)$，可使运算简化.

解：(1) $8+(-6)+(-8)$

$=8+(-8)+(-6)$

$=0+(-6)$

$=-6$;

(2) $(-12)+22+(-15)+(+15)$

$=[(-12)+22]+[(-15)+(+15)]$

$=10+0$

$=10$;

(3) $16+(-25)+24+(-35)$

$=(16+24)+[(-25)+(-35)]$

$=40+(-60)$

$=-20$;

(4) $(-3.6)+8+(-6.4)$

$=(-3.6)+(-6.4)+8$

$=-(3.6+6.4)+8$

$=-10+8$

$=-2$.

利用加法交换律、结合律，可以使运算简化. 认识运算律对于理解运算有很重要的意义.

例 3 10 袋小麦称后记录（单位：kg）的数据如下：

91，91，91.5，89，91.2，91.3，88.7，88.8，91.8，91.1.

10 袋小麦一共多少千克？如果每袋小麦以 90 kg 为标准，10 袋小麦总计超过多少千克或不足多少千克？

解法 1： 先计算 10 袋小麦一共多少千克：

$$91+91+91.5+89+91.2+91.3+88.7$$
$$+88.8+91.8+91.1=905.4.$$

再计算总计超过多少千克：

$$905.4-90\times10=5.4.$$

解法 2： 每袋小麦超过 90 kg 的千克数记作正数，不足的千克数记作负数. 10 袋小麦对应的数分别为 $+1$，$+1$，$+1.5$，-1，$+1.2$，$+1.3$，-1.3，-1.2，$+1.8$，$+1.1$.

$$\begin{aligned}&1+1+1.5+(-1)+1.2+1.3+(-1.3)+\\&(-1.2)+1.8+1.1\\=&[1+(-1)]+[1.2+(-1.2)]+[1.3+(-1.3)]\\&+(1+1.5+1.8+1.1)\\=&5.4.\end{aligned}$$

$$90\times10+5.4=905.4.$$

答： 10 袋小麦一共 905.4 kg，总计超过 5.4 kg.

比较两种解法，解法 2 中使用了哪些运算律？

巩固运用2.2

1. 计算：

(1) $(-3)+15+(-7)$；

(2) $(-4)+(-2)+(-1)+7$；

(3) $23+(-17)+6+(-22)$；

(4) $(-2)+3+1+(-3)+2+(-4)$；

(5) $(-6)+10+8+(-1)$；

(6) $(-7)+3+9+(-5)$；

(7) $1+\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$；

(8) $(-0.8)+1.2+(-0.7)+(-2.1)+0.8+3.5$.

利用有理数的加法解下列各题（第 2～5 题）：

2. 飞机的飞行高度是 1 000 m，上升 300 m，又下降 500 m，这时飞行高度是多少？

3. 存折中有 450 元，取出 80 元，又存入 150 元，存折中还有多少钱？

4. 一天早晨的气温是 7 ℃，中午上升了 11 ℃，半夜又下降了 9 ℃，半夜的气温是多少摄氏度？

5. 在足球单循环比赛（参加比赛的每一支球队都与其他所有球队各赛一场）中，红、黄、蓝三队的进球情况是：红队胜黄队4∶2，蓝队胜黄队 3∶1，红队负蓝队2∶3. 如果进球数计为正，失球数计为负，那么三队的净胜球数各是多少？

2.1.2 有理数的减法

如图 2.1-3，你能得出 3 ℃ 比 -3 ℃高多少摄氏度吗？

实际问题中有时还要涉及有理数的减法. 例如，本章引言中，北京某天的气温是 -3 ℃～3 ℃，这天的温差（最高气温减最低气温，单位：℃）就是 $3-(-3)$. 这里遇到正数与负数的减法.

减法是加法的逆运算，计算 $3-(-3)$，就是要求出一个数 x，使得 x 与 -3 相加得 3. 因为 6 与 -3 相加得 3，所以 x 应该是 6，即

$$3-(-3)=6. \qquad ①$$

另一方面，我们知道

$$3+(+3)=6, \qquad ②$$

由①②，有

$$3-(-3)=3+(+3). \qquad ③$$

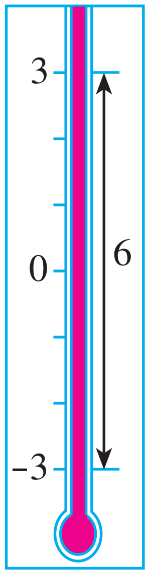


图 2.1-3

探究

从③式能看出减 -3 相当于加哪个数吗？把 3 换成 0，-1，-5，用上面的方法考虑

$$0-(-3),\ (-1)-(-3),\ (-5)-(-3).$$

这些数减 -3 的结果与它们加 $+3$ 的结果相同吗？

计算

$$9-8,\ 9+(-8);\ 15-7,\ 15+(-7).$$

从中又有什么新发现？换几个数再试一试.

可以发现，有理数的减法可以转化为加法来进行.

有理数减法法则：

减去一个数，等于加这个数的相反数.

有理数减法法则也可以表示成

$$\boxed{a-b=a+(-b).}$$

例 4 计算：

(1) $6-(-4)$；

(2) $(-3)-(-5)$；

(3) $(-5)-7$；

(4) $0-7$；

(5) $7.2-(-4.8)$；

(6) $\left(-3\frac{1}{2}\right)-5\frac{1}{4}$.

解： (1) $6-(-4)=6+(+4)=10$；

(2) $(-3)-(-5)=(-3)+5=2$；

(3) $(-5)-7=(-5)+(-7)=-12$；

(4) $0-7=0+(-7)=-7$；

(5) $7.2-(-4.8)=7.2+4.8=12$；

(6) $\left(-3\frac{1}{2}\right)-5\frac{1}{4}=\left(-3\frac{1}{2}\right)+\left(-5\frac{1}{4}\right)=-8\frac{3}{4}$.

思考

在小学，只有当 a 大于或等于 b 时，我们才会做 $a-b$（例如 $2-1$，$1-1$）．现在，当 a 小于 b 时，你会做 $a-b$（例如 $1-2$，$(-1)-1$）吗？

一般地，较小的数减去较大的数，所得的差的符号是什么？

巩固运用2.3

1．计算：

（1）$6-9$；（2）$(+4)-(-7)$；

（3）$(-5)-(-8)$；（4）$(-4)-9$；

（5）$0-(-5)$；（6）$0-5$；

（7）$15-21$；（8）$(-17)-(-12)$．

2．计算：

（1）$(-2.5)-5.9$；（2）$1.9-(-0.6)$；

（3）$(-3.8)-7$；（4）$(-5.9)-(+6.1)$；

（5）$(-2.3)-3.6$；（6）$4.2-5.7$．

3．用有理数减法的算式表示：

（1）比 2 ℃低 8 ℃的温度；

（2）比 -3 ℃低 6 ℃的温度．

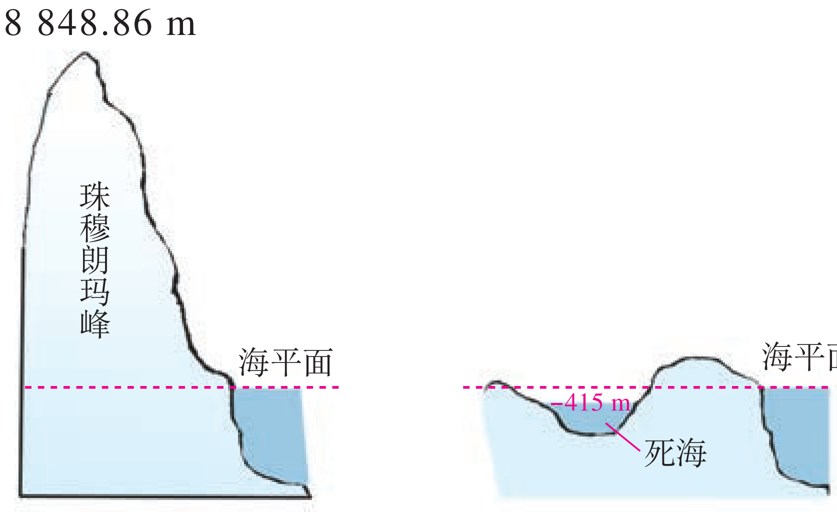
4．计算：

（1）$\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)$；（2）$\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)$；

(3) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$；　　　　(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}$；

(5) $-\frac{2}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right)$；　　　　(6) $0-\left(-\frac{3}{4}\right)$.

5. 如图，陆上最高处是珠穆朗玛峰的峰顶，海拔高度是 8848.86 m；最低处位于亚洲西部名为死海的湖，海拔高度是−415 m. 两处高度相差多少？



（第 5 题）

下面我们研究怎样进行有理数的加减混合运算.

例 5　计算(−20)+(+3)−(−5)−(+7).

分析： 这个算式中有加法，也有减法. 可以根据有理数减法法则，把它改写为

$$(-20)+(+3)+(+5)+(-7),$$

使问题转化为几个有理数的加法.

解： $(-20)+(+3)-(-5)-(+7)$

$=(-20)+(+3)+(+5)+(-7)$

$=[(-20)+(-7)]+[(+5)+(+3)]$

$=(-27)+(+8)$

$=-19.$

这里使用了哪些运算律？

归纳

引入相反数后，加减混合运算可以统一为加法运算.

$$a+b-c=a+b+(-c).$$

算式

$$(-20)+(+3)+(+5)+(-7)$$

是 -20，3，5，-7 这四个数的和，为书写简单，可以省略算式中的括号和加号，把它写为

$$-20+3+5-7.$$

这个算式可以读作“负 20、正 3、正 5、负 7 的和”，或读作“负 20 加 3 加 5 减 7”. 例 5 的运算过程也可以简单地写为

$$\begin{aligned}&(-20)+(+3)-(-5)-(+7)\\=&-20+3+5-7\\=&(-20-7)+(3+5)\\=&-27+8\\=&-19.\end{aligned}$$

巩固运用2.4

1. 把下列各式写成省略括号的形式并求出结果：

(1) $10+(+4)+(-6)-(-5)$；

(2) $(-8)-(+4)+(-7)-(+9)$.

2. 说出式子 $8-7+4-6$ 的两种读法.

3. 计算：

(1) $-5-9+3$；

(2) $10-17+8$；

(3) $8-12+4$；

(4) $2-7+18-5$；

(5) $3-4+19-11$；

(6) $-8+12-16-23$.

4. 计算：

(1) $10.3-5.2+4.9$；

(2) $-4.3+6.8-2.5$；

(3) $-4.2+5.7-8.4+10$；

(4) $6.1-3.7-4.9+1.8$；

(5) $\frac{1}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)+1$；

(6) $-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$.

5. 食品店一周中各天的盈亏情况如下（盈余为正）：

132 元，-12.5 元，-10.5 元，127 元，-87 元，136.5 元，98 元.

一周总的盈亏情况如何？

因为有理数的加减法可以统一成加法，所以进行有理数的加减法运算时，可以适当运用加法的交换律、结合律.

例 6 计算 $-20+3-5+7+15$.

解： $-20+3-5+7+15$

$=(-20-5)+(3+7+15)$

$=-25+25$

$=0.$

我们看到，先把正数与负数分别相加，可以简化运算. 需要注意的是，在交换加数的位置时，要连同前面的符号一起交换. 例如 $3-5+7$ 应变成 $3+7-5$，而不能变成 $3-7+5$.

例 7 计算：

(1) $(+9)-(+10)+(-2)-(-8)+3$；

(2) $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$.

解：(1) $(+9)-(+10)+(-2)-(-8)+3$

$=9-10-2+8+3$

$=9+8+3-10-2$

$=20-12$

$=8$；

(2) $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$

$=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$

$=1-\frac{5}{4}$

$=-\frac{1}{4}$.

巩固运用2.5

1. 填空：

（1）$-4+7-6=-$____$-$____$+$____；

（2）$6+9-16+3=$____$+$____$+$____$-$____；

（3）$-9-4+2-6=$____9____4____6____2；

（4）$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$____$\frac{1}{5}$____$\frac{1}{3}$____$\frac{1}{4}$.

2. 计算：

（1）$1-4+3-0.5$；

（2）$-2.4+3.5-4.6+3.5$；

（3）$(-7)-(+5)+(-4)-(-10)$.

3. 计算：

（1）$12-(-18)+(-7)-15$；

（2）$-40-28-(-19)+(-24)-(-32)$；

（3）$4.7-(-8.9)-7.5+(-6)$；

（4）$2.25-12.48-3.52+5.75$；

（5）$-\frac{2}{3}+\frac{11}{12}+\left(-\frac{1}{4}\right)$；

（6）$-\frac{1}{3}-\frac{3}{4}-\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{5}{12}$.

4. 有 8 筐白菜，以每筐 25 kg 为准，超过的千克数记作正数，不足的千克数记作负数，称后的记录如下：

$$1.5，-3，2，-0.5，1，-2，-2，-2.5.$$

这 8 筐白菜一共多少千克？

5. 某地一周内每天的最高气温与最低气温记录如下表，哪天的温差最大？哪天的温差最小？

星期	一	二	三	四	五	六	日
最高气温	10 ℃	12 ℃	11 ℃	9 ℃	7 ℃	5 ℃	7 ℃
最低气温	2 ℃	1 ℃	0 ℃	−1 ℃	−4 ℃	−5 ℃	−5 ℃

*6. 填空：

(1) $\_\_\_\_+11=27$；　(2) $7+\_\_\_\_=4$；

(3) $(-9)+\_\_\_\_=9$；　(4) $12+\_\_\_\_=0$；

(5) $(-8)+\_\_\_\_=-15$；　(6) $\_\_\_\_+(-13)=-6$.

阅读与思考

选学

中国人最先使用负数

中国人很早就开始使用负数. 著名的中国古代数学著作《九章算术》的“方程”一章，在世界数学史上首次正式引入负数及其加减法运算法则，并给出名为“正负术”的算法. 魏晋时期的数学家刘徽在其著作《九章算术注》中用不同颜色的算筹（小棍形状的记数工具）分别表示正数和负数（红色为正，黑色为负），如图 1 所示.

“正负术”是正负数加减法则. 其中有一段话是“同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之.”你知道它的意思吗？其实它就是减法法则，以现代算式为例，可以将这段

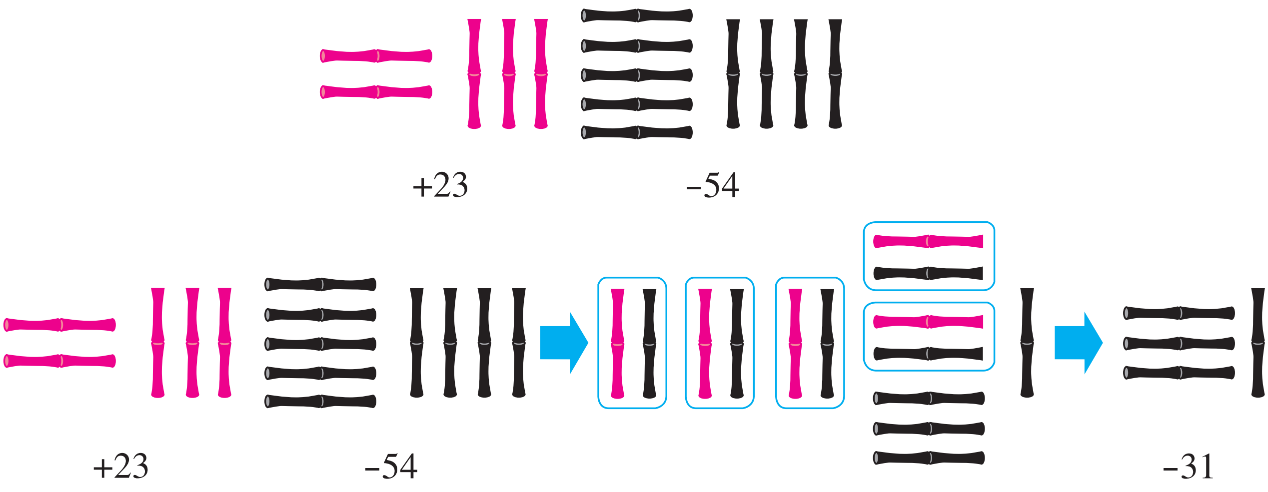


图 1

话解释如下：

“同名相除”，即同号两数相减时，括号前为被减数的符号，括号内为被减数的绝对值减去减数的绝对值．例如

$$(+5)-(+3)=+(5-3),$$

$$(-5)-(-3)=-(5-3).$$

“异名相益”，即异号两数相减时，括号前为被减数的符号，括号内为被减数的绝对值加减数的绝对值．例如

$$(+5)-(-3)=+(5+3),$$

$$(-5)-(+3)=-(5+3).$$

“正无入负之，负无入正之”，即 0 减正得负，0 减负得正．例如

$$0-(+3)=-3,$$

$$0-(-3)=+3.$$

史料证明：追溯到两千多年前，中国人已经开始使用负数，并应用到生产和生活中．例如，在古代商业活动中，以收入为正，支出为负；以盈余为正，亏欠为负．在古代农业活动中，以增产为正，减产为负．中国人使用负数在世界上是首创．

2.2 有理数的乘除法

2.2.1 有理数的乘法

我们已经熟悉正数及 0 的乘法运算．与加法类似，引入负数后，将出现$3\times(-3)$，$(-3)\times3$，$(-3)\times(-3)$这样的乘法．该怎样进行这一类的运算呢？

思考

观察下面的乘法算式，你能发现什么规律吗？

$3\times3=9$，

$3\times2=6$，

$3\times1=3$，

$3\times0=0$．

可以发现，上述算式有如下规律：随着后一因数逐次递减 1，积逐次递减 3．

要使这个规律在引入负数后仍然成立，那么应有：

$3\times(-1)=-3$，

$3\times(-2)=\underline{\qquad}$，

$3\times(-3)=\underline{\qquad}$．

思考

观察下面的算式，你又能发现什么规律？

$3\times3=9$，

$2\times3=6$，

$1\times3=3$，

$0\times3=0$.

可以发现，上述算式有如下规律：随着前一因数逐次递减 1，积逐次递减 3.

要使上述规律在引入负数后仍然成立，那么你认为下面的空格应填写什么数？

$(-1)\times3=$______，

$(-2)\times3=$______，

$(-3)\times3=$______.

从符号和绝对值两个角度观察上述所有算式，可以归纳如下：

正数乘正数，积为正数；正数乘负数，积是负数；负数乘正数，积也是负数．积的绝对值等于各乘数绝对值的积.

思考

利用上面归纳的结论计算下面的算式，你发现有什么规律？

$(-3)\times3=$______，

$(-3)\times2=$_____，

$(-3)\times1=$_____，

$(-3)\times0=$_____.

可以发现，上述算式有如下规律：随着后一因数逐次递减 1，积逐次增加 3.

按照上述规律，下面的空格应各填什么数？从中可以归纳出什么结论？

$(-3)\times(-1)=$_____，

$(-3)\times(-2)=$_____，

$(-3)\times(-3)=$_____.

可归纳出如下结论：

负数乘负数，积为正数，乘积的绝对值等于各乘数绝对值的积.

一般地，我们有有理数乘法法则：

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.

任何数与 0 相乘，都得 0.

例如，$(-5)\times(-3)$， …………………… 同号两数相乘

$(-5)\times(-3)=+(\quad)$， ……………… 得正

$5\times3=15$， ……………………………… 把绝对值相乘

所以 $(-5)\times(-3)=15$.

又如，$(-7)\times4$， …………………………………… ________

$(-7)\times4=-(\quad)$， …………………… ________

$7\times4=28$， …………………………………… ________

所以 $(-7)\times4=$________.

也就是：**有理数相乘，可以先确定积的符号，再确定积的绝对值.**

例 1 计算：

(1) $(-3)\times 9$；

(2) $8\times(-1)$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-2)$.

解：(1) $(-3)\times 9=-27$；

(2) $8\times(-1)=-8$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-2)=1$.

由（2）可知，要得到一个数的相反数，只要将它乘-1.

例 1(3) 中，$\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-2)=1$，

我们说$-\frac{1}{2}$和-2互为倒数. 一般地，在有理数中仍然有：

乘积是 1 的两个数互为倒数.

例 2 用正负数表示气温的变化量，上升为正，下降为负. 登山队攀登一座山峰，每登高 1 km 气温的变化量为 -6 ℃，攀登 3 km 后，气温有什么变化？

解：$(-6)\times 3=-18$.

答：气温下降 18 ℃.

巩固运用2.6

1. 确定下列两数的积的符号：

(1) $5\times(-3)$；　(2) $(-4)\times 6$；

(3) $(-7)\times(-9)$；　(4) 0.5×0.7.

2. 口算：

(1) $6\times(-9)$；　(2) $(-6)\times(-9)$；

(3) $(-6)\times 9$；　(4) $(-6)\times 1$；

(5) $(-6)\times(-1)$；　(6) $6\times(-1)$；

(7) $(-6)\times 0$；　(8) $0\times(-6)$.

3. 计算：

(1) $(-6)\times 0.25$；　(2) $(-0.5)\times(-8)$；

(3) $2.9\times(-0.4)$；　(4) -30.5×0.2；

(5) $100\times(-0.001)$；　(6) $-4.8\times(-1.25)$；

(7) -7.6×0.03；　(8) $-4.5\times(-0.32)$.

4. 计算：

(1) $\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}$；　(2) $\frac{2}{3}\times\left(-\frac{9}{4}\right)$；

(3) $14\times\left(-\frac{8}{9}\right)$；　(4) $\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{3}{10}\right)$；

(5) $-2\frac{4}{15}\times 25$；　(6) $(-0.3)\times\left(-1\frac{3}{7}\right)$.

5. 商店降价销售某种商品，每件降 5 元，售出 60 件后，与按原价销售同样数量的商品相比，销售额有什么变化？

6. 写出下列各数的倒数：

1，-1，$\frac{1}{3}$，$-\frac{1}{3}$，5，-5，$\frac{2}{3}$，$-\frac{2}{3}$，$4\frac{1}{4}$，$-5\frac{2}{5}$.

多个有理数相乘，可以把它们按顺序依次相乘.

思考

观察下列各式，它们的积是正的还是负的？

$2\times3\times4\times(-5)$，

$2\times3\times(-4)\times(-5)$，

$2\times(-3)\times(-4)\times(-5)$，

$(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)$.

几个不是 0 的数相乘，积的符号与负因数的个数之间有什么关系？

归纳

几个不是 0 的数相乘，负因数的个数是偶数时，积是正数；负因数的个数是奇数时，积是负数.

例 3 计算：

(1) $(-3)\times\frac{5}{6}\times\left(-\frac{9}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$；

多个不是 0 的数相乘，先做哪一步，再做哪一步？

(2) $(-5)\times6\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{4}$.

解：(1) $(-3)\times\frac{5}{6}\times\left(-\frac{9}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$;

$$=-3\times\frac{5}{6}\times\frac{9}{5}\times\frac{1}{4}=-\frac{9}{8};$$

(2) $(-5)\times6\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{4}$

$$=5\times6\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}=6.$$

思考

你能看出下式的结果吗？如果能，请说明理由.

$7.8\times(-8.1)\times0\times(-19.6)$.

几个数相乘，如果其中有因数为 0，那么积等于 0.

巩固运用2.7

1. 口算：

(1) $(-2)\times3\times4\times(-1)$;

(2) $(-5)\times(-3)\times4\times(-2)$;

(3) $(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$;

(4) $(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)$;

(5) $-2\times3\times(-4)$;

(6) $-6\times(-5)\times(-7)$.

2. 计算：

(1) $(-5)\times 8\times(-7)\times(-0.25)$;

(2) $\left(-\frac{5}{12}\right)\times\frac{8}{15}\times\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)$;

(3) $(-1)\times\left(-\frac{5}{4}\right)\times\frac{8}{15}\times\frac{3}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times 0\times(-1)$.

3. 计算：

(1) $0.1\times(-0.001)\times(-1)$;

(2) $(-100)\times(-1)\times(-3)\times(-0.5)$;

(3) $(-17)\times(-49)\times 0\times(-13)\times 37$;

(4) $\left(-\frac{8}{25}\right)\times 1.25\times(-8)$.

像前面那样规定有理数乘法法则后，就可以使交换律、结合律与分配律在有理数乘法中仍然成立.

例如，

$$5\times(-6)=-30,$$

$$(-6)\times 5=-30,$$

即

$$5\times(-6)=(-6)\times 5.$$

$a\times b$ 也可以写为 $a\cdot b$ 或 ab. 当用字母表示因数时，“$\times$”号可以写为“$\cdot$”或省略.

一般地，有理数乘法中，**两个数相乘，交换因数的位置，积相等.**

$$\boxed{\text{乘法交换律：}ab=ba.}$$

又如，

$$[3\times(-4)]\times(-5)=(-12)\times(-5)=60,$$

$$3\times[(-4)\times(-5)]=3\times20=60,$$

即

$$[3\times(-4)]\times(-5)=3\times[(-4)\times(-5)].$$

一般地，有理数乘法中，**三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积相等.**

乘法结合律：$(ab)c=a(bc)$.

再如，

$$5\times[3+(-7)]=5\times(-4)=-20,$$

$$5\times3+5\times(-7)=15-35=-20,$$

即

$$5\times[3+(-7)]=5\times3+5\times(-7).$$

一般地，有理数乘法中，**一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加.**

分配律：$a(b+c)=ab+ac$.

> 运算律在运算中有重要作用，它是解决许多数学问题的基础.

例 4 用两种方法计算

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)\times12.$$

解法 1： $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)\times12$

$$=\left(\frac{3}{12}+\frac{2}{12}-\frac{6}{12}\right)\times12$$

$$=-\frac{1}{12}\times 12=-1.$$

解法 2： $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)\times 12$

$$=\frac{1}{4}\times 12+\frac{1}{6}\times 12-\frac{1}{2}\times 12$$

$$=3+2-6=-1.$$

思考

比较上面两种解法，它们在运算顺序上有什么区别？解法 2 用了什么运算律？

巩固运用2.8

1. 计算：

（1）$(-85)\times(-25)\times(-4)$；

（2）$\left(\frac{9}{10}-\frac{1}{15}\right)\times 30$；

（3）$\left(-\frac{7}{8}\right)\times 15\times\left(-1\frac{1}{7}\right)$；

（4）$\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(+\frac{17}{3}\right)$.

2. 计算：

（1）$-7\times(-3)\times(-0.5)+(-12)\times(-2.6)$；

(2) $-\left|-\dfrac{2}{3}\right|-\left|-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\right|-\left|\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right|-|-3|$；

(3) $\left(\dfrac{7}{9}-\dfrac{5}{6}+\dfrac{3}{4}-\dfrac{7}{18}\right)\times36$；(4) $-\dfrac{3}{4}\times\left(8-1\dfrac{1}{3}-\dfrac{8}{9}\right)$.

3. 一架直升机从高度为 450 m 的位置开始，先以 20 m/s 的速度上升 60 s，后以 12 m/s 的速度下降 120 s，这时直升机所在高度是多少？

2.2.2 有理数的除法

怎样计算 $8\div(-4)$ 呢？

根据除法是乘法的逆运算，就是要求一个数，使它与 -4 相乘得 8.

因为 $$(-2)\times(-4)=8,$$

所以 $$8\div(-4)=-2. \quad ①$$

另一方面，我们有

$$8\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-2. \quad ②$$

于是有

$$8\div(-4)=8\times\left(-\frac{1}{4}\right). \quad ③$$

换其他数的除法进行类似讨论，是否仍有除以 a $(a\neq0)$ 可以转化为乘 $\dfrac{1}{a}$？

③式表明，一个数除以 -4 可以转化为乘 $-\dfrac{1}{4}$ 来进行，即一个数除以 -4，等于乘 -4 的倒数 $-\dfrac{1}{4}$.

与小学学过的除法一样，对于有理数除法，我们有如下法则：

除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数.

这个法则也可以表示成

$$\boxed{a \div b = a \cdot \frac{1}{b}(b \neq 0).}$$

从有理数除法法则，容易得出：

两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除. 0 除以任何一个不等于 0 的数，都得 0.

> 这是有理数除法法则的另一种说法.

例 5 计算：

(1) $(-36) \div 9$；　　(2) $\left(-\frac{12}{25}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right)$.

解： (1) $(-36) \div 9 = -(36 \div 9) = -4$；

(2) $\left(-\frac{12}{25}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{12}{25}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{4}{5}$.

巩固运用2.9

1. 计算：

(1) $(-18) \div 6$；　　(2) $(-63) \div (-7)$；

(3) $1 \div (-9)$；　　(4) $0 \div (-8)$.

2. 计算：

(1) $-91 \div 13$；　　(2) $-56 \div (-14)$；

(3) $16 \div (-3)$；　　(4) $(-42) \div 12$；

(5) $(-48)\div(-16)$;　　(6) $-600\div15$.

3. 计算：

(1) $(-6.5)\div0.13$;　　(2) $\left(-\dfrac{6}{5}\right)\div\left(-\dfrac{2}{5}\right)$;

(3) $\dfrac{4}{5}\div(-1)$;　　(4) $-0.25\div\dfrac{3}{8}$.

4. 填空：

$1\times(-5)=$______;　　$1\div(-5)=$______;

$1+(-5)=$______;　　$1-(-5)=$______;

$-1\times(-5)=$______;　　$-1\div(-5)=$______;

$-1+(-5)=$______;　　$-1-(-5)=$______.

例 6　化简下列分数：

(1) $\dfrac{-12}{3}$;　　(2) $\dfrac{-45}{-12}$.

分数可以理解为分子除以分母.

解：(1) $\dfrac{-12}{3}=(-12)\div3$

$=-4$;

(2) $\dfrac{-45}{-12}=(-45)\div(-12)=45\div12=\dfrac{15}{4}$.

因为有理数的除法可以化为乘法，所以可以利用乘法的运算性质简化运算．乘除混合运算往往先将除法化成乘法，然后确定积的符号，最后求出结果.

例 7　计算：

(1) $\left(-125\frac{5}{7}\right)\div(-5)$； (2) $-2.5\div\frac{5}{8}\times\left(-\frac{1}{4}\right)$.

解：(1) $\left(-125\frac{5}{7}\right)\div(-5)$

$=\left(125+\frac{5}{7}\right)\times\frac{1}{5}$

$=125\times\frac{1}{5}+\frac{5}{7}\times\frac{1}{5}$

$=25+\frac{1}{7}$

$=25\frac{1}{7}$；

(2) $-2.5\div\frac{5}{8}\times\left(-\frac{1}{4}\right)$

$=\frac{5}{2}\times\frac{8}{5}\times\frac{1}{4}$

$=1$.

巩固运用2.10

1. 化简：

(1) $\frac{-72}{9}$； (2) $\frac{-21}{7}$； (3) $\frac{0}{-75}$；

(4) $\frac{3}{-36}$； (5) $\frac{-30}{-45}$； (6) $\frac{-6}{-0.3}$.

2. 计算：

(1) $\left(-36\frac{9}{11}\right)\div 9$；

(2) $(-12)\div(-4)\div\left(-1\frac{1}{5}\right)$；

(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)\div\left(-\frac{8}{5}\right)\div(-0.25)$.

3. 计算：

(1) $0.1\div(-0.001)\div(-1)$；

(2) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\div\left(-2\frac{1}{4}\right)$；

(3) $-6\times(-0.25)\div\frac{9}{4}$；

(4) $(-7)\times(-56)\times0\div(-13)$；

(5) $-9\times(-11)\div3\div(-3)$.

有理数的加减乘除混合运算，如无括号指出先做什么运算，则与小学所学的混合运算一样，按照“**先乘除，后加减**”的顺序进行.

例 8 计算：

(1) $-8+4\div(-2)$； (2) $(-7)\times(-5)-90\div(-15)$.

解： (1) $-8+4\div(-2)$

$=-8+(-2)$

$=-10$；

(2) $(-7)\times(-5)-90\div(-15)$

$=35-(-6)$

$=35+6$

$=41.$

例 9 某公司去年 1～3 月平均每月亏损 1.5 万元，4～6 月平均每月盈利 2 万元，7～10 月平均每月盈利 1.7 万元，11～12 月平均每月亏损 2.3 万元. 这个公司去年总的盈亏情况如何？

解： 记盈利额为正数，亏损额为负数. 公司去年全年盈亏额（单位：万元）为

$$(-1.5)\times 3+2\times 3+1.7\times 4+(-2.3)\times 2$$
$$=-4.5+6+6.8-4.6=3.7.$$

答： 这个公司去年全年盈利 3.7 万元.

计算器是一种方便实用的计算工具，用计算器进行比较复杂的数的计算，比笔算要快捷得多.

例如，可以用计算器计算例 9 中的

$$(-1.5)\times 3+2\times 3+1.7\times 4+(-2.3)\times 2.$$

只需按键

$$\boxed{(}\,\boxed{-}\,\boxed{1}\,\boxed{\cdot}\,\boxed{5}\,\boxed{)}\,\boxed{\times}\,\boxed{3}\,\boxed{+}\,\boxed{2}\,\boxed{\times}\,\boxed{3}\,\boxed{+}\,\boxed{1}\,\boxed{\cdot}\,\boxed{7}\,\boxed{\times}\,\boxed{4}$$
$$\boxed{+}\,\boxed{(}\,\boxed{-}\,\boxed{2}\,\boxed{\cdot}\,\boxed{3}\,\boxed{)}\,\boxed{\times}\,\boxed{2}\,\boxed{=},$$

就可以得到答案 3.7.

不同品牌的计算器的操作方法可能有所不同，具体参见计算器的使用说明.

巩固运用2.11

1. 计算：

(1) $6-(-12)\div(-3)$；

(2) $3\times(-4)+(-28)\div 7$；

(3) $(-48)\div 8-(-25)\times(-6)$；

(4) $42\times\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)\div(-0.25)$.

2. 计算：

(1) $23\times(-5)-(-3)\div\frac{3}{128}$；

(2) $\left(1\frac{3}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right)\div\left(-\frac{7}{8}\right)+\left(-\frac{7}{8}\right)\div\left(1\frac{3}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right)$.

3. 用计算器计算：

(1) $357+(-154)+26+(-212)$；

(2) $-5.13+4.62+(-8.47)-(-2.3)$；

(3) $26\times(-41)+(-35)\times(-17)$；

(4) $1.252\times(-44)-(-356)\times(-0.196)$.

4. 用计算器计算（结果保留两位小数）：

(1) $(-36)\times 128\div(-74)$；

(2) $-6.23\div(-0.25)\times 940$；

(3) $-4.325\times(-0.012)-2.31\div(-5.315)$；

(4) $180.65-(-32)\times 47.8\div(-15.5)$.

翻牌游戏中的数学道理

桌上有 9 张正面向上的扑克牌，每次翻动其中任意 2 张（包括已翻过的牌），如图 1，使它们从一面向上变为另一面向上，这样一直做下去，观察能否使所有的牌都反面向上？

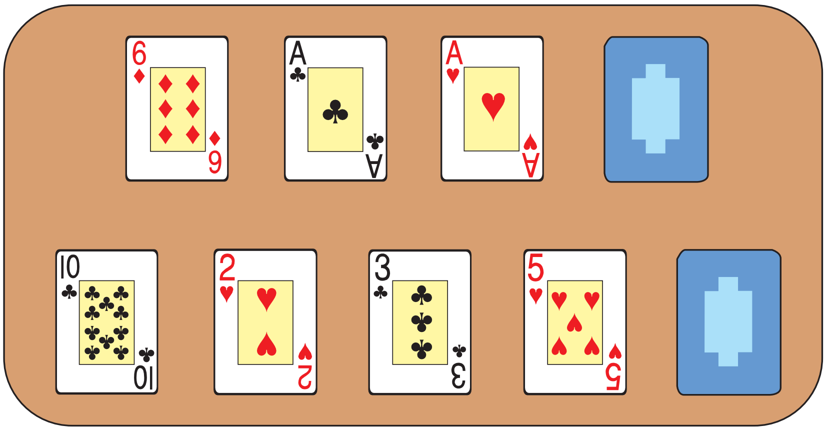


图 1

你不妨动手试一试，看看会不会出现所有牌都反面向上。

事实上，不论你翻多少次，都不能使 9 张牌都反面向上。从这个结果，你能想到其中的数学道理吗？

如果在每张牌的正面都写 1，反面都写 −1，考虑所有牌朝上一面的数的积。开始 9 张牌都正面向上，上面的数的积是 1。每次翻动 2 张，就是说有 2 张牌同时改变符号，这能改变朝上一面的数的积是 1 这一结果吗？9 张牌都反面向上时，上面的数的积是什么数？这种现象为什么不能出现？

你能解释为什么不会使 9 张牌都反面向上了吗？

如果桌上有任意奇数张牌，猜想结果会是怎样？

2.3 有理数的乘方

2.3.1 乘方

前面学了有理数的乘法，下面研究各个因数都相同时的乘法运算.

我们知道，边长为 2 cm 的正方形的面积是 $2\times2=4(\text{cm}^2)$；棱长为2 cm的正方体的体积是 $2\times2\times2=8(\text{cm}^3)$.

2×2，$2\times2\times2$ 都是相同因数的乘法.

为了简便，我们将它们分别记作 2^2，2^3. 2^2读作“2 的平方”（或“2 的二次方”），2^3读作“2 的立方”（或“2 的三次方”）.

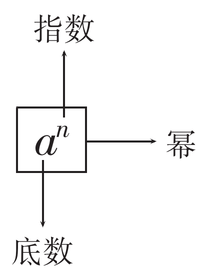
同样：

$(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$ 记作$(-2)^4$，读作“-2 的四次方”；

$\left(-\dfrac{2}{5}\right)\times\left(-\dfrac{2}{5}\right)\times\left(-\dfrac{2}{5}\right)\times\left(-\dfrac{2}{5}\right)\times\left(-\dfrac{2}{5}\right)$记作$\left(-\dfrac{2}{5}\right)^5$，读作“$-\dfrac{2}{5}$的五次方”.

$(-2)^4$ 与 -2^4 一样吗？为什么？

一般地，n 个相同的因数 a 相乘，即$\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}}$，记作 a^n，读作“a 的 n 次方”.



求 n 个相同因数的积的运算，叫做**乘方**，乘方的结果叫做**幂**（power）. 在 a^n 中，a 叫做**底数**（base number），n 叫做**指数**（exponent），当 a^n 看作 a 的 n 次方的结果时，也可读作"a 的 n 次幂".

例如，在 9^4 中，底数是 9，指数是 4，9^4 读作"9 的 4 次方"，或"9 的 4 次幂".

一个数可以看作这个数本身的一次方. 例如，5 就是 5^1. 指数 1 通常省略不写.

因为 a^n 就是 n 个 a 相乘，所以可以利用有理数的乘法运算来进行有理数的乘方运算.

例 1　计算：

(1) $(-4)^3$；　　(2) $(-2)^4$；　　(3) $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^3$.

解： (1) $(-4)^3=(-4)\times(-4)\times(-4)=-64$；

(2) $(-2)^4=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)=16$；

(3) $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^3=\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)=-\dfrac{8}{27}$.

根据有理数的乘法法则可以得出，负数的幂的正负有如下规律：

负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数.

显然，**正数的任何次幂都是正数，0 的任何正整数次幂都是 0.**

例 2　用计算器计算 $(-8)^5$ 和 $(-3)^6$.

解： 按键

$\boxed{(}\ \boxed{-}\ \boxed{8}\ \boxed{)}\ \boxed{x^{\blacksquare}}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$，

得 $(-8)^5=-32\ 768$；

按键

$\boxed{(}\ \boxed{-}\ \boxed{3}\ \boxed{)}\ \boxed{x^{\blacksquare}}\ \boxed{6}\ \boxed{=}$，

得 $(-3)^6=729$.

巩固运用2.12

1. 填空：

   (1) 在 7.5^4 中，指数是____，底数是____；

   (2) 在 $\left(-\frac{1}{2}\right)^8$ 中，指数是____，底数是____；

   (3) 在 b^m 中，指数是____，底数是____.

2. (1) $(-7)^8$ 中，底数、指数各是什么？

   (2) $(-10)^8$ 中 -10 叫做什么数？8 叫做什么数？$(-10)^8$ 是正数还是负数？

3. 3 的平方是多少？-3 的平方是多少？平方得 9 的数有几个？有没有平方得 -9 的有理数？

4. 计算：

   (1) $(-1)^{10}$；　(2) $(-1)^7$；　(3) 8^3；

   (4) $(-5)^3$；　(5) 0.1^3；　(6) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$；

   (7) $(-10)^4$；　(8) $(-10)^5$.

5. 用计算器计算：

(1) $(-11)^6$；　(2) 16^7；　(3) 8.4^3；

(4) $(-5.6)^3$；　(5) $(-12)^8$；　(6) 103^4；

(7) 7.12^3；　(8) $(-45.7)^3$.

6. 计算：

(1) $(-3)^3$；　(2) $(-2)^4$；

(3) $(-1.7)^2$；　(4) $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$；

(5) $-(-2)^3$；　(6) $(-2)^2\times(-3)^2$.

做有理数的混合运算时，应注意以下运算顺序：

1. 先乘方，再乘除，最后加减；

2. 同级运算，从左到右进行；

3. 如有括号，先做括号内的运算，按小括号、中括号、大括号依次进行.

例 3 计算：

(1) $2\times(-3)^3-4\times(-3)+15$；

(2) $(-2)^3+(-3)\times[(-4)^2+2]-(-3)^2\div(-2)$.

解：(1) 原式 $=2\times(-27)-(-12)+15$

$=-54+12+15$

$=-27$；

(2) 原式 $=-8+(-3)\times(16+2)-9\div(-2)$

$=-8+(-3)\times18-(-4.5)$

$=-8-54+4.5$

$=-57.5.$

巩固运用2.13

1. 计算：

(1) $(-1)^{10}\times2+(-2)^3\div4$；

(2) $(-5)^3-3\times\left(-\frac{1}{2}\right)^4$；

(3) $\frac{11}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{11}\div\frac{5}{4}$；

(4) $(-10)^4+[(-4)^2-(3+3^2)\times2]$.

2. 计算：

(1) $\frac{7}{6}\times\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{14}\div\frac{3}{5}$；

(2) $(-10)^3+[(-4)^2-(1-3^2)\times2]$；

(3) $-2^3\div\frac{4}{9}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2$；

(4) $4+(-2)^3\times5-(-0.28)\div4$.

3. 一个长方体的长、宽都是 a，高是 b，它的体积和表面积怎样计算？当 $a=2$ cm，$b=5$ cm 时，它的体积和表面积是多少？

2.3.2 科学记数法

现实中，我们会遇到一些比较大的数. 例如，太阳的半径为 696 000 km、光的速度 300 000 000 m/s、目前世界人口约 7 000 000 000 人等. 读、写这样大的数有一定困难.

观察 10 的乘方有如下的特点：

$$10^2=100，10^3=1\ 000，10^4=10\ 000，\cdots.$$

一般地，10 的 n 次幂等于 $1\underbrace{0\cdots0}$（在 1 的后面有 n 个 0），所以可以利用 10 的乘方表示一些大数，例如

$$567\ 000\ 000=5.67\times100\ 000\ 000=5.67\times10^8,$$

读作“5.67 乘 10 的 8 次方（幂）”.

这样不仅可以使书写简短，同时还便于读数.

像上面这样，把一个大于 10 的数表示成 $a\times10^n$ 的形式（其中 a 大于或等于 1 且小于 10，n 是正整数)，使用的是**科学记数法**（scientific notation).

对于小于 −10 的数也可以类似表示. 例如

$$-567\ 000\ 000=-5.67\times10^8.$$

例 4 用科学记数法表示下列各数：

1 000 000，57 000 000，−123 000 000 000.

解： $1\ 000\ 000=10^6$，

$57\ 000\ 000=5.7\times10^7$，

$-123\ 000\ 000\ 000=-1.23\times10^{11}$.

思考

上面的式子中，等号左边整数的位数与右边 10 的指数有什么关系？

用科学记数法表示一个 n 位整数，其中 10 的指数是 $n-1$.

巩固运用2.14

1. 用科学记数法写出下列各数：

   10 000，800 000，56 000 000，$-7\ 400\ 000$，

   188 520 000，701 000 000 000，$-38\ 000\ 000$.

2. 下列用科学记数法写出的数，原来分别是什么数？

   1×10^{7}，4×10^{3}，8.5×10^{6}，7.04×10^{5}，

   -3.96×10^{4}，8.05×10^{6}，2.004×10^{5}，

   -1.96×10^{4}.

3. 中国的陆地面积约为 9 600 000 km^2，领水面积约为 370 000 km^2，用科学记数法表示上述两个数字.

4. 地球绕太阳公转的速度约是 1.1×10^{5} km/h，声音在空气中的传播速度约是 340 m/s，试比较两个速度的大小.

2.3.3 近似数

先看一个例子．对于参加同一个会议的人数，有两个报道．一个报道说："会议秘书处宣布，参加今天会议的有 513 人." 这里数字 513 确切地反映了实际人数，它是一个准确数．另一报道说："约有五百人参加了今天的会议." 五百这个数只是接近实际人数，但与实际人数还有差别，它是一个**近似数**（approximate number）．

在许多情况下，很难取得准确数，或者不必使用准确数，而可以使用近似数．例如，宇宙现在的年龄约为 200 亿年，长江长约 6 300 km，圆周率 π 约为 3.14，这里的数都是近似数．

近似数与准确数的接近程度，可以用精确度表示．例如，前面的五百是精确到百位的近似数，它与准确数 513 的误差为 13．

按四舍五入法对圆周率 π 取近似数时，有

$\pi \approx 3$（精确到个位），

$\pi \approx 3.1$（精确到 0.1，或叫做精确到十分位），

$\pi \approx 3.14$（精确到 0.01，或叫做精确到百分位），

$\pi \approx 3.142$（精确到______，或叫做精确到______），

$\pi \approx 3.141\ 6$（精确到______，或叫做精确到______），

……

例 5 按括号内的要求，用四舍五入法对下列各数取近似数：

（1）0.015 8（精确到 0.001）；

（2）304.35（精确到个位）；

（3）1.804（精确到 0.1）；

（4）1.804（精确到 0.01）.

解：（1）0.015 8≈0.016；

（2）304.35≈304；

（3）1.804≈1.8；

（4）1.804≈1.80.

这里的 1.8 和 1.80 的精确度相同吗？表示近似数时，能简单地把 1.80 后面的 0 去掉吗？

巩固运用2.15

用四舍五入法对下列各数取近似数：

（1）0.003 56（精确到万分位）；

（2）61.235（精确到个位）；

（3）1.893 5（精确到 0.001）；

（4）0.057 1（精确到 0.1）；

（5）0.057 1（精确到千分位）；

（6）3.896 3（精确到 0.01）.

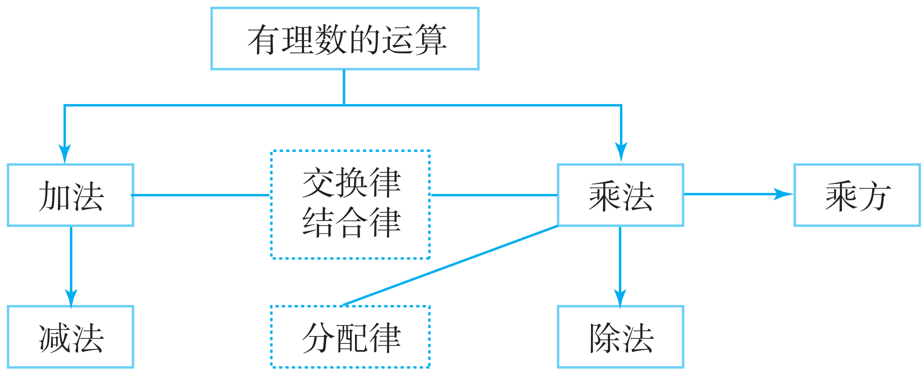
数学活动

帮助家庭记录一个月（或一周）的生活收支账目，收入记为正数，支出记为负数，计算当月（周）的总收入、总支出、总结余以及每日平均支出等数据.

妥善保存账目，作为日后家庭理财的参考资料.

小　结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

1．本章研究了有理数的加、减、乘、除和乘方运算．实际上，与负数有关的运算，我们都借助绝对值，将它们转化为正数之间的运算．数轴不仅能直观表示数，而且还能帮助我们理解数的运算．在运算的过程中，数形结合、转化是很重要的思想方法．

2．我们从具体数的加法和乘法中，归纳出了交换律、结合律和分配律等运算律．运算律不仅能给数的运算带来方便，而且还是今后研究代数问题（如解方程、不等式等）的基础．

3．引入负数后，减法中哪些原来不能进行的运算可以进行了？

4．有理数的加法与减法、乘法与除法各有什么关系？有理数的混合运算都能转化为加法与乘法运算吗？

5．有理数有哪些运算律？结合例子说明运算律在有理数运算中的作用．

复习题 2

复习巩固

1. 互为相反数的两数的和是多少？互为倒数的两数的积是多少？

2. 计算：

(1) $-150+250$；　　(2) $-15+(-23)$；

(3) $-5-65$；　　(4) $-26-(-15)$；

(5) $-6\times(-16)$；　　(6) $-\frac{1}{3}\times27$；

(7) $8\div(-16)$；　　(8) $-25\div\left(-\frac{2}{3}\right)$.

3. 计算：

(1) $(-0.02)\times(-20)\times(-5)\times4.5$；

(2) $(-6.5)\times(-2)\div\left(-\frac{1}{3}\right)\div(-5)$；

(3) $6+\left(-\frac{1}{5}\right)-2-(-1.5)$；

(4) $-66\times4-(-2.5)\div(-0.1)$；

(5) $(-2)^2\times5-(-2)^3\div4$；

(6) $-(3-5)+3^2\times(1-3)$.

4. 计算：

(1) $\left(\frac{7}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right)\times\frac{8}{7}$；

(2) $(-0.75)\times(-4)+5\times(-6)\times(-3)^2$；

(3) $4+(-2)^3\times 5-(-0.28)\div 4$；

(4) $[(-3)^2-(-4)^2]\div[(-3)-(-4)]$.

5. 用四舍五入法，按括号内的要求，对下列各数取近似值：

(1) 245.635（精确到 0.1）；

(2) 175.65（精确到个位）；

(3) 12.004（精确到百分位）；

(4) 6.537 8（精确到 0.01）.

6. 把下列各数用科学记数法表示：

(1) 100 000 000；

(2) −4 500 000；

(3) 692 400 000 000.

7. 计算：

(1) $-2-|-3|$；　　(2) $|-2-(-3)|$.

8. 用正数或负数填空：

(1) 小商店平均每天可盈利 250 元，一个月（按 30 天计算）的利润是________元；

(2) 小商店每天亏损 20 元，一周的利润是________元；

(3) 小商店一周的利润是 1 400 元，平均每天的利润是________元；

(4) 小商店一周共亏损 840 元，平均每天的利润是________元.

9. 下列各数是 10 名学生的数学考试成绩：

82，83，78，66，95，75，56，93，82，81.

先估算他们的平均成绩，然后在此基础上计算平均成绩，由此检验你的估值能力.

10. 一天有 8.64×10^4 s，一年按 365 天计算，一年有多少秒（用科学记数法表示）？

综合运用

11. 某文具店在一周的销售中，盈亏情况如下表（盈余为正，单位：元）：

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日	合计
-27.8	-70.3	200	138.1	-8		188	458

表中星期六的盈亏数被墨水涂污了，请你算出星期六的盈亏数，并说明星期六是盈还是亏？盈亏是多少？

12. 当温度每上升 1 ℃时，某种金属丝伸长 0.002 mm. 反之，当温度每下降 1 ℃时，金属丝缩短 0.002 mm. 把 15 ℃的这种金属丝加热到 60 ℃，再使它冷却降温到 5 ℃，金属丝的长度经历了怎样的变化？最后的长度比原长度伸长多少？

13. 一年之中地球与太阳之间的距离随时间而变化，1 个天文单位是地球与太阳之间的平均距离，即 1.496 0 亿 km. 试用科学记数法表示1 个天文单位是多少千米.

拓广探索

14. 用计算器计算下列各式，将结果写在横线上：

$1\times1=$______；　　$11\times11=$______；

$111\times111=$______；　　$1\ 111\times1\ 111=$______.

(1) 你发现了什么？

(2) 不用计算器，你能直接写出

$$111\ 111\ 111\times111\ 111\ 111$$

的结果吗？

15. 结合具体的数，通过特例进行归纳，然后判断下列说法的对错. 认为对，说明理由；认为错，举出反例.

(1) 任何数都不等于它的相反数；

(2) 互为相反数的两个数的同一偶数次方相等；

(3) 如果 a 大于 b，那么 a 的倒数小于 b 的倒数.

第三章　整式的加减

青藏铁路线上，在格尔木到拉萨之间有一段很长的冻土地段.列车在冻土地段、非冻土地段的行驶速度分别是 100 km/h 和 120 km/h，请根据这些数据回答下列问题：

（1）列车在冻土地段行驶时，2 h 行驶的路程是多少？3 h 呢？t h 呢？

（2）在西宁到拉萨路段，列车通过非冻土地段所需时间是通过冻土地段所需时间的 2.1 倍，如果通过冻土地段需要 t h，能用含 t 的式子表示这段铁路的全长吗？

（3）在格尔木到拉萨路段，列车通过冻土地段比通过非冻土地段多用 0.5 h，如果通过冻土地段需要 u h，则这段铁路的全长可以怎样表示？冻土地段与非冻土地段相差多少千米？

在小学，我们学过用字母表示数，知道可以用字母或含有字母的式子表示数和数量关系，这样的式子在数学中有重要作用.在本章，我们将学习整式及其加减运算，进一步认识含有字母的数学式子，并为一元一次方程等后续内容的学习打下基础.

3.1 整式

我们来看本章引言中的问题（1）.

列车在冻土地段的行驶速度是 100 km/h，根据速度、时间和路程之间的关系

$$路程=速度\times时间,$$

列车 2 h 行驶的路程（单位：km）是

$$100\times2=200,$$

3 h 行驶的路程（单位：km）是

$$100\times3=300,$$

t h 行驶的路程（单位：km）是

$$100\times t=100t. \quad ①$$

> 在含有字母的式子中如果包含乘号，通常将乘号写作“·”或省略不写. 例如，$100\times t$ 可以写成 $100\cdot t$ 或 $100t$.

在式子①中，我们用字母 t 表示时间，用含有字母 t 的式子 $100t$ 表示路程.

下面，我们再来解决几个用含有字母的式子表示数量关系的问题.

例 1 （1）苹果原价是 p 元/kg，按 8 折优惠出售，用式子表示现价；

（2）某产品前年的产量是 n 件，去年的产量是前年产量的 m 倍，用式子表示去年的产量；

（3）一个长方体包装盒的长和宽都是 a cm，高是

h cm，用式子表示它的体积；

（4）用式子表示数 n 的相反数.

解：（1）现价是 $0.8p$ 元/kg；

（2）去年的产量是 mn 件；

（3）由长方体的体积＝长×宽×高，得这个长方体包装盒的体积是 $a \cdot a \cdot h$ cm³，即 a^2h cm³；

（4）数 n 的相反数是 $-n$.

例 2　（1）一条河的水流速度是 2.5 km/h，船在静水中的速度是 v km/h，用式子表示船在这条河中顺水行驶和逆水行驶时的速度；

（2）买一个篮球需要 x 元，买一个排球需要 y 元，买一个足球需要 z 元，用式子表示买 3 个篮球、5 个排球、2 个足球共需要的钱数；

（3）如图 3.1-1（图中长度单位：cm），用式子表示三角尺的面积；

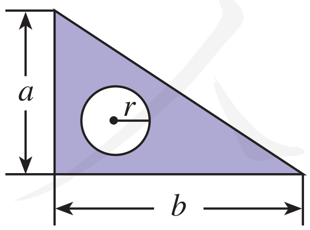


图 3.1-1

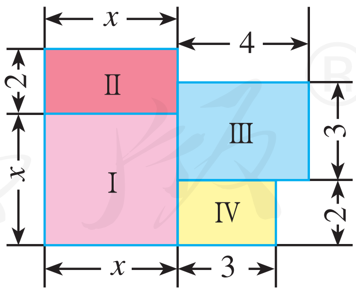


图 3.1-2

（4）图 3.1-2 是一所住宅的建筑平面图（图中长度单位：m），分为Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ四个区域，用式子表示这所住宅的建筑面积.

分析：（1）船在河流中行驶时，船的速度需要分两种情况讨论：

顺水行驶时，船的速度＝船在静水中的速度＋水流速度；

逆水行驶时，船的速度＝船在静水中的速度－水流速度.

解：（1）船在这条河中顺水行驶的速度是（$v+2.5$）km/h，逆水行驶的速度是（$v-2.5$）km/h.

（2）买 3 个篮球、5 个排球、2 个足球共需要（$3x+5y+2z$）元.

（3）三角尺的面积等于三角形的面积减去圆的面积. 根据图中的数据，得三角形的面积是$\frac{1}{2}ab$ cm^2，圆的面积是πr^2 cm^2. 因此三角尺的面积（单位：cm^2）是$\frac{1}{2}ab-\pi r^2$.

（4）住宅的建筑面积等于四个长方形面积的和. 根据图中标出的尺寸，得这所住宅的建筑面积（单位：m^2）是$x^2+2x+18$.

从上面的例子可以得出，用字母表示数，字母和数一样可以参与运算，可以用式子把数量关系简明地表示出来.

巩固运用3.1

1. 列式表示：

（1）某种商品每袋 4.8 元，在一个月内的销售量是 m 袋，在这个月内销售这种商品的收入是多少元？

（2）棱长为 a cm 的正方体的表面积是多少平方厘米？

（3）每件 a 元的上衣，降价 20%后的售价是多少元？

（4）一辆汽车的行驶速度是 v km/h，t h 行驶多少千米？

（5）长方形绿地的长、宽分别是 a m，b m，如果长增加 x m，新增加的绿地面积是多少平方米？

2. 列式表示：

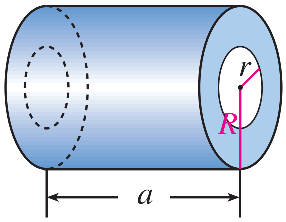
（1）温度由 t ℃上升 5 ℃后是多少？

（2）两车同时、同地、同向出发，快车行驶速度是 x km/h，慢车行驶速度是 y km/h，3 h 后两车相距多少千米？

（3）某种苹果的售价是 x 元/kg（$x<10$），用 50 元买 5 kg 这种苹果，应找回多少钱？

（4）有两片棉田，一片有 m hm^2（公顷，1 $\mathrm{hm}^2=10^4$ m^2），平均每公顷产棉花 a kg；另一片有 n hm^2，平均每公顷产棉花 b kg，两片棉田上棉花的总产量是多少千克？

（5）如图（图中长度单位：cm），钢管的体积是多少？



（第 2（5）题）

思考

我们在引言与例 1 中列出了式子

$$100t，0.8p，mn，a^2h，-n，$$

这些式子有什么特点？

这些式子都是数或字母的积，像这样的式子叫做**单项式**(monomial)．单独的一个数或一个字母也是单项式．

单项式中的数字因数叫做这个单项式的**系数**（coefficient)．例如，单项式 $100t$，a^2h，$-n$ 的系数分别是 100，1，-1．单项式表示数与字母相乘时，通常把数写在前面．

一个单项式中，所有字母的指数的和叫做这个**单项式的次数**（degree of a monomial)．例如，在单项式 $100t$ 中，字母 t 的指数是 1，$100t$ 的次数是 1；在单项式 a^2h 中，字母 a 与 h 的指数的和是 3，a^2h 的

对于单独一个非零的数，规定它的次数为 0．

次数是 3.

例 3 用单项式表示，并指出它们的系数和次数：

（1）每包书有 12 册，n 包书有多少册？

（2）底边长为 a cm，高为 h cm 的三角形的面积是多少平方厘米？

（3）棱长为 a cm 的正方体的体积是多少立方厘米？

（4）一台收音机原价 b 元，现按原价的 9 折出售，这台收音机现在的售价是多少元？

（5）一个长方形的长是 0.9 m，宽是 b m，这个长方形的面积是多少平方米？

解：（1）$12n$，它的系数是 12，次数是 1；

（2）$\frac{1}{2}ah$，它的系数是$\frac{1}{2}$，次数是 2；

（3）a^3，它的系数是 1，次数是 3；

（4）$0.9b$，它的系数是 0.9，次数是 1；

（5）$0.9b$，它的系数是 0.9，次数是 1.

用字母表示数后，同一个式子可以表示不同的含义. 例如，在例 3 的第（4）（5）小题中，$0.9b$ 既可以表示收音机的售价，又可以表示长方形的面积，当然它还可以表示更多的含义，你能赋予 $0.9b$ 一个含义吗？

巩固运用3.2

1. 说出下列各单项式的系数：

$$3x^3,\ -\frac{3}{5}xyz,\ a^2b,\ 0.12h,\ -2.15ab^3.$$

2. 说出下列各单项式的次数：

$$8x,\ -\frac{1}{5}x^2,\ xyz,\ 0.75ab^2c,\ 32a^2b^2.$$

3. 写出下列各单项式的系数和次数：

$$2a^2,\ -1.2h,\ xy^2,\ -t^2,\ -\frac{2vt}{3}.$$

4. 用单项式表示：

（1）全校学生总数是 x，其中女生占总数的 48%，则女生人数是多少？男生人数呢？

（2）一辆长途汽车从杨柳村出发，3 h 后到达距出发地 s km 的溪河镇，这辆长途汽车的平均速度是多少？

（3）产量由 m kg 增长 10%，就达到多少千克？

思考

我们在例 2 中列出了式子

$$v+2.5,\ v-2.5,\ 3x+5y+2z,\ \frac{1}{2}ab-\pi r^2,\ x^2+2x+18,$$

这些式子有什么特点？

这些式子都可以看作几个单项式的和．例如，$v-2.5$ 可以看作单项式 v 与 -2.5 的和；$x^2+2x+18$ 可以看作单项式 x^2，$2x$ 与 18 的和．

像这样，几个单项式的和叫做**多项式**（polynomial）．其中，每个单项式叫做多项式的**项**（term），不含字母的项叫做**常数项**（constant term）．例如，多项式 $v-2.5$ 的项是 v 与 -2.5，其中 -2.5 是常数项；多项式 $x^2+2x+18$ 的项是 x^2，$2x$ 与 18，其中 18 是常数项．

多项式里，次数最高项的次数，叫做这个**多项式的次数**（degree of a polynomial）．例如，多项式 $v-2.5$ 中次数最高项是一次项 v，这个多项式的次数是 1；多项式 $x^2+2x+18$ 中次数最高项是二次项 x^2，这个多项式的次数是 2．

> $v+2.5$，$3x+5y+2z$，$\frac{1}{2}ab-\pi r^2$ 的项分别是什么？次数分别是多少？

单项式与多项式统称**整式**（integral expression）．例如，前面列出的单项式 $100t$，$0.8p$，mn，a^2h，$-n$，以及多项式 $v+2.5$，$v-2.5$，$3x+5y+2z$，$\frac{1}{2}ab-\pi r^2$，$x^2+2x+18$ 等都是整式．

例 4　图 3.1-3 是一个圆环，外圆的半径是 R，内圆的半径是 r，用式子表示圆环的面积．当 $R=15$ cm，$r=10$ cm 时，求圆环的面积（π 取 3.14）．

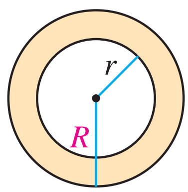


图 3.1-3

解：外圆的面积减去内圆的面积就是圆环的面积，所以圆环的面积是 $\pi R^2-\pi r^2$.

当 $R=15$ cm，$r=10$ cm 时，圆环的面积（单位：cm^2）是

$\pi R^2-\pi r^2\approx 3.14\times 15^2-3.14\times 10^2=392.5$.

这个圆环的面积约为 392.5 cm^2.

巩固运用3.3

1. (1) 写出多项式 $2x-3xy^2+1$ 的项、最高次项、常数项；

   (2) 写出多项式 $3xy^2-4x^3y+12$ 的次数.

2. 用整式表示并计算：

   (1) a，b 分别表示长方形的长和宽，长方形的周长 l 是多少？面积 S 呢？当 $a=2$ cm，$b=3$ cm 时，计算长方形的周长 l 与面积 S.

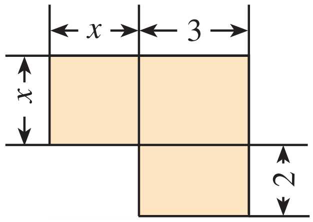
   (2) a，b 分别表示梯形的上底和下底，h 表示梯形的高，梯形的面积 S 是多少？当 $a=2$ cm，$b=4$ cm，$h=5$ cm 时，计算梯形的面积 S.

3. 用整式表示，指出单项式的次数以及多项式的次数和项：

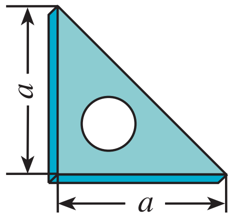
   (1) 每袋大米 5 kg，x 袋大米多少千克？

   (2) 体重由 x kg 增加 2 kg 后是多少千克？

（3）如图(图中长度单位：m)，图形的面积是(　　) m^2.



（第 3（3）题）



（第 5 题）

4. 礼堂第 1 排有 a 个座位，后面每排都比前一排多一个座位. 第 2 排有多少个座位？第 3 排呢？用式子表示第 n 排的座位数. 如果第 1 排有 20 个座位，计算第 19 排的座位数.

5. 一块三角尺的形状和尺寸如图所示. 如果圆孔的半径是 r，三角尺的厚度是 h，用式子表示这块三角尺的体积 V. 若 $a=6$ cm，$r=0.5$ cm，$h=0.2$ cm，求 V 的值（π 取 3）.

*6. 3 个球队进行单循环比赛，总的比赛场数是多少？4 个队呢？5 个队呢？n 个队呢？

阅读与思考

选学

数字 1 与字母 X 的对话

1：数学是由数产生的，数才是数学王国的真正主人.

X：我是字母，我虽然不是具体的数，但是可以表示各种各样的数，我可以代表你 1，也可以代表其他数.

1：由我们数组成的式子有确切的大小. 例如，人们一见到 $1+2$ 就知道是 1 与 2 的和，即 3. 你们字母能这样做吗？

X：有我们字母的式子进行运算和推理时具有一般性. 例如，$x+y$ 可以表示任何两个数的和，包括 $1+2$. $x+y=y+x$ 能表示任何两数相加时都可以交换顺序，即加法交换律.

1：人们解决实际问题时，必须根据已知的具体数字进行计算. 而字母有什么用呢？

X：在解决实际问题时，用字母表示未知数，把字母列入算式（方程），能更方便地表示数量关系. 数和字母一起运算会使问题的解法更简单.

1：数是人们经过长期实践创造出来的，并建立了专门研究数及其运算的学科——算术，你们字母行吗？

X：随着实践的发展，人们发现只有算术还不够，用字母表示数会起到更大的作用，于是产生了代数这门学科. 它首要研究的就是用字母表示的式子的运算法则和方程的解

法. 从算术发展到代数是数学的一大进步.

1：算术几乎是伴随着人类社会活动的产生和发展而逐渐形成的，它有着非常悠久的历史，代数有怎样的历史呢？

X：代数的历史可以追溯到约 3 800 年前的古埃及和古巴比伦时期，那时就有了代数的萌芽. 到了公元 3 世纪，代数在希腊获得显著的发展，其代表人物是丢番图. 之后，印度、中国的代数发展很快. 同时，阿拉伯地区的代数研究取得很大进展，其中著名的代表作是数学家阿尔一花拉子米于公元 820 年左右发表的《对消与还原》（有的译本也翻译成《代数学》），“代数”这门学科的名称就是由此而来.

3.2 整式的加减

我们解决本章引言中的问题（2）.

在西宁到拉萨路段，如果列车通过冻土地段的时间是 t h，那么它通过非冻土地段的时间是 $2.1t$ h，这段铁路的全长（单位：km）是

$$100t+120\times 2.1t,$$

即

$$100t+252t.$$

类比数的运算，我们应如何化简式子 $100t+252t$ 呢？

探究

（1）运用运算律计算：

$$100\times 2+252\times 2=\underline{\qquad\qquad},$$

$$100\times(-2)+252\times(-2)=\underline{\qquad\qquad};$$

（2）根据（1）中的方法完成下面的运算，并说明其中的道理：

$$100t+252t=\underline{\qquad\qquad}.$$

在（1）中，我们知道，根据分配律可得

$$100\times 2+252\times 2=(100+252)\times 2=352\times 2.$$

$$100\times(-2)+252\times(-2)=(100+252)\times(-2)=352\times(-2).$$

在（2）中，式子 $100t+252t$ 表示 $100t$ 与 $252t$ 两项的和．式子

$$100t+252t$$

与（1）中的式子

$$100\times2+252\times2$$

和

$$100\times(-2)+252\times(-2)$$

有相同的结构，并且字母 t 代表的是一个因数，因此根据分配律也应该有

$$100t+252t=(100+252)t=352t.$$

探究

填空：

（1）$100t-252t=(\quad)t$；

（2）$3x^2+2x^2=(\quad)x^2$；

（3）$3ab^2-4ab^2=(\quad)ab^2$.

上述运算有什么共同特点，你能从中得出什么规律？

对于上面的（1）（2）（3），利用分配律可得

$$100t-252t=(100-252)t=-152t,$$

$$3x^2+2x^2=(3+2)x^2=5x^2,$$

$$3ab^2-4ab^2=(3-4)ab^2=-ab^2.$$

注意分配律的使用：

$100t-252t$

$=[100+(-252)]t$

$=(100-252)t.$

（1）中的多项式的项 $100t$ 与 $-252t$，含有相同的字母 t，并且 t

的指数都是 1；（2）中的多项式的项 $3x^2$ 与 $2x^2$，含有相同的字母 x，并且 x 的指数都是 2；（3）中的多项式的项 $3ab^2$ 与 $-4ab^2$，都含有字母 a，b，并且 a 的指数都是 1，b 的指数都是 2. 像 $100t$ 与 $-252t$，$3x^2$ 与 $2x^2$，$3ab^2$ 与 $-4ab^2$ 这样，所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项叫做**同类项**. 几个常数项也是同类项.

因为多项式中的字母表示的是数，所以我们也可以运用交换律、结合律、分配律把多项式中的同类项进行合并. 例如，

$$
\begin{aligned}
&4x^2+2x+7+3x-8x^2-2\\
=&4x^2-8x^2+2x+3x+7-2\ \text{（交换律）}\\
=&(4x^2-8x^2)+(2x+3x)+(7-2)\ \text{（结合律）}\\
=&(4-8)x^2+(2+3)x+(7-2)\ \text{（分配律）}\\
=&-4x^2+5x+5.
\end{aligned}
$$

> 通常我们把一个多项式的各项按照某个字母的指数从大到小（降幂）或者从小到大（升幂）的顺序排列，如 $-4x^2+5x+5$ 也可以写成 $5+5x-4x^2$.

把多项式中的同类项合并成一项，叫做**合并同类项**.

合并同类项后，所得项的系数是合并前各同类项的系数的和，且字母连同它的指数不变.

例 1 合并下列各式的同类项：

（1）$xy^2-\frac{1}{5}xy^2$；

（2）$-3x^2y+2x^2y+3xy^2-2xy^2$；

(3) $4a^2+3b^2+2ab-4a^2-4b^2$.

解：(1) $xy^2-\frac{1}{5}xy^2=\left(1-\frac{1}{5}\right)xy^2=\frac{4}{5}xy^2$；

(2) $\quad -3x^2y+2x^2y+3xy^2-2xy^2$

$=(-3+2)x^2y+(3-2)xy^2$

$=-x^2y+xy^2$；

(3) $\quad 4a^2+3b^2+2ab-4a^2-4b^2$

$=(4a^2-4a^2)+(3b^2-4b^2)+2ab$

$=(4-4)a^2+(3-4)b^2+2ab$

$=-b^2+2ab$.

巩固运用3.4

1. 下列各题中的两项是不是同类项？

(1) $0.2x^2y$ 与 $0.2xy^2$；

(2) $4abc$ 与 $4ac$；

(3) mn 与 $-mn$；

(4) -125 与 12.

2. 合并下列各式的同类项：

(1) $5x+4x$；

(2) $-7ab+6ab$；

(3) $-5x-7x$；

(4) $mn+mn$.

3. 计算：

(1) $12x-20x$；

(2) $x+7x-5x$；

(3) $-5a+0.3a-2.7a$；

(4) $\frac{1}{3}y-\frac{2}{3}y+2y$；

(5) $-6ab+ba+8ab$；

(6) $10y^2-0.5y^2$.

4. 合并下列各式的同类项：

（1）$6x-10x^2+12x^2-5x$；

（2）$-2x^3+3x^2-2x^3+2x^3-x^2$；

（3）$x^2y-3xy^2+2yx^2-y^2x$.

我们来解决本章引言中的问题（3）.

在格尔木到拉萨路段，如果列车通过冻土地段需要u h，那么它通过非冻土地段的时间是（$u-0.5$）h. 于是，冻土地段的路程是$100u$ km，非冻土地段的路程是$120(u-0.5)$km. 因此，这段铁路的全长（单位：km）是

$$100u+120(u-0.5), \quad ①$$

冻土地段与非冻土地段相差（单位：km）

$$100u-120(u-0.5). \quad ②$$

上面的式子①②都带有括号. 类比数的运算，它们应如何化简？

利用分配律，可以去括号，再合并同类项，得

$$100u+120(u-0.5)=100u+120u-60=220u-60,$$

$$100u-120(u-0.5)=100u-120u+60=-20u+60.$$

上面两式中

$$+120(u-0.5)=+120u-60, \quad ③$$

$$-120(u-0.5)=-120u+60. \quad ④$$

比较上面③④两式，你能发现去括号时符号变化的规律吗？

如果括号外的因数是正数，去括号后原括号内各项的符号与原来的符号相同；

如果括号外的因数是负数，去括号后原括号内各项的符号与原来的符号相反.

特别地，$+(x-3)$ 与 $-(x-3)$ 可以分别看作 1 与 -1 分别乘 $(x-3)$. 利用分配律，可以将式子中的括号去掉，得

$$+(x-3)=x-3,$$

$$-(x-3)=-x+3.$$

这也符合以上发现的去括号规律.

我们可以利用上面的去括号规律进行整式化简.

例 2 化简下列各式：

(1) $8a+2b+(5a-b)$；　　(2) $(5a-3b)-3(a^2-2b)$.

解：(1)

$$\begin{aligned}&8a+2b+(5a-b)\\=&8a+2b+5a-b\\=&13a+b;\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}&(5a-3b)-3(a^2-2b)\\=&5a-3b-(3a^2-6b)\\=&5a-3b-3a^2+6b\\=&-3a^2+5a+3b.\end{aligned}$$

巩固运用3.5

1. 去括号：

(1) $a+(b-c)$； (2) $a-(-b+c)$；

(3) $(a+b)+(c+d)$； (4) $-(a+b)-(-c-d)$.

2. 下面的去括号有没有错误？如果有错，请你改正.

(1) $a^2-(2a-b+c)=a^2-2a-b+c$；

(2) $-(x-y)+(xy-1)=-x-y+xy-1$.

3. 化简：

(1) $12(x-0.5)$； (2) $-5\left(1-\frac{1}{5}x\right)$；

(3) $-5a+(3a-2)-(3a-7)$；

(4) $\frac{1}{3}(9y-3)+2(y+1)$.

4. 计算：

(1) $5a+(3x-3y-4a)$；

(2) $3x-(4y-2x+1)$；

(3) $7a+3(a+3b)$；

(4) $(x^2-y^2)-4(2x^2-3y)$.

上面研究了合并同类项、去括号等内容，它们是进行整式加减运算的基础.

例 3 计算：

(1) $5x^2y+(-2x^2y)$； (2) $2xy^2-(-4xy^2)$.

分析： 第（1）题是计算单项式 $5x^2y$ 与 $-2x^2y$ 的和；第（2）题是计算单项式 $2xy^2$ 与 $-4xy^2$ 的差.

解：(1) $\quad 5x^2y+(-2x^2y)$

$=5x^2y-2x^2y$

$=3x^2y$；

(2) $\quad 2xy^2-(-4xy^2)$

$=2xy^2+4xy^2$

$=6xy^2$.

例 4 计算：

(1) $(2x-3y)+(5x+4y)$；

(2) $(8a-7b)-(4a-5b)$.

分析：第 (1) 题是计算多项式 $2x-3y$ 与 $5x+4y$ 的和；第 (2) 题是计算多项式 $8a-7b$ 与 $4a-5b$ 的差.

解：(1) $\quad (2x-3y)+(5x+4y)$

$=2x-3y+5x+4y$

$=7x+y$；

(2) $\quad (8a-7b)-(4a-5b)$

$=8a-7b-4a+5b$

$=4a-2b$.

通过上面的学习，我们可以得到整式加减的运算法则：

一般地，几个整式相加减，如果有括号就先去括号，然后再合并同类项.

巩固运用3.6

1. 计算：

(1) $-3x+(-2x)$；

(2) $-5x^2-(-4x^2)$；

(3) $3xy-4xy-(-2xy)$；

(4) $-\frac{1}{3}ab-4a^2+3a^2-\left(-\frac{2}{3}ab\right)$.

2. 计算：

(1) $-x+(2x-2)$；

(2) $(3a-a^2)-(2a^2-2a)$；

(3) $(-x+2x^2+5)+(4x^2-3-6x)$；

(4) $(3a^2-ab+7)-(-4a^2+2ab+7)$.

例 5 (1) 水库水位第一天连续下降了 a h，每小时平均下降 2 cm；第二天连续上升了 a h，每小时平均上升 0.5 cm，这两天水位总的变化情况如何？

(2) 某商店原有 5 袋大米，每袋大米为 x kg. 上午卖出 3 袋，下午又购进同样包装的大米 4 袋. 进货后这个商店有大米多少千克？

解：(1) 把下降的水位变化量记为负，上升的水位变化量记为正. 第一天水位的变化量是 $-2a$ cm，第二天水位的变化量是 $0.5a$ cm.

两天水位的总变化量（单位：cm）是

$$-2a+0.5a=(-2+0.5)a=-1.5a.$$

这两天水位总的变化情况为下降了 $1.5a$ cm.

(2) 把进货的数量记为正，售出的数量记为负.

进货后这个商店共有大米（单位：kg）

$$5x-3x+4x=(5-3+4)x=6x.$$

例 6 饮料的单价是 x 元，饼干的单价是 y 元. 小红买 3 瓶饮料，2 袋饼干；小明买 4 瓶饮料，3 袋饼干. 买这些饮料和饼干，小红和小明一共花费多少钱？

解法 1： 小红买饮料和饼干共花费 $(3x+2y)$元，小明买饮料和饼干共花费 $(4x+3y)$元.

小红和小明一共花费（单位：元）

$$\begin{aligned}&(3x+2y)+(4x+3y)\\=&3x+2y+4x+3y\\=&7x+5y.\end{aligned}$$

解法 2： 小红和小明买饮料共花费 $(3x+4x)$元，买饼干共花费 $(2y+3y)$元.

小红和小明一共花费（单位：元）

$$\begin{aligned}&(3x+4x)+(2y+3y)\\=&7x+5y.\end{aligned}$$

巩固运用3.7

1. 做大小两个长方形卡片，小卡片的长和宽分别是 a cm，b cm，大卡片的长和宽分别是 $1.5a$ cm，$2b$ cm.

（1）做这两张卡片共用纸多少平方厘米？

（2）做大卡片比做小卡片多用纸多少平方厘米？

2. 一种商品每件成本 a 元，原来按成本增加 20% 定出价格，每件售价多少元？现在由于库存积压减价，按原价的 90% 出售，现售价多少元？每件还能盈利多少元？

3. 某村小麦种植面积是 a hm^2，水稻种植面积是小麦种植面积的 3 倍，玉米种植面积比小麦种植面积少 5 hm^2，列式表示水稻种植面积、玉米种植面积，并计算水稻种植面积比玉米种植面积大多少.

4. 足球联赛中，胜一场得 3 分，平一场得 1 分，负一场得 0 分，某队在 30 场比赛中胜 x 场，负 y 场，这个队共得多少分？

5. 有大小两个仓库，大仓库每天运出 5 t 货物，小仓库每天运出 3 t 货物. n 天后大仓库还剩 4 t 货物，小仓库还剩 2 t 货物.

（1）n 天前大小仓库共有货物多少吨？

（2）n 天前大仓库的货物比小仓库的货物多多少吨？

例 7　两船从同一港口同时出发反向而行，甲船顺水，乙船逆水，两船在静水中的平均速度都是 50 km/h，水流速度是 a km/h.

（1）2 h 后两船相距多远？

（2）2 h 后甲船比乙船多航行多少千米？

解：顺水航速＝船速＋水速＝$(50+a)$km/h，

逆水航速＝船速－水速＝$(50-a)$km/h.

（1）2 h 后两船相距（单位：km）

$2(50+a)+2(50-a)=100+2a+100-2a=200.$

（2）2 h 后甲船比乙船多航行（单位：km）

$2(50+a)-2(50-a)=100+2a-100+2a=4a.$

例 8 求$x^2-5xy-3x^2-2(1-2xy-x^2)$的值，其中$x=-2$，$y=9$.

解： $x^2-5xy-3x^2-2(1-2xy-x^2)$

$=x^2-5xy-3x^2-2+4xy+2x^2$

$=-xy-2.$

当 $x=-2$，$y=9$ 时，

原式$=-(-2)\times 9-2=16.$

先将式子化简，再代入数值进行计算比较简便.

巩固运用3.8

1. 飞机的无风航速为 a km/h，风速为 20 km/h. 飞机顺风飞行 4 h 的行程是多少？飞机逆风飞行 3 h 的行程是多少？两个行程相差多少？
2. 某轮船顺水航行 3 h，逆水航行 1.5 h，已知轮船在静水中的速度是a km/h，水流速度是 y km/h，轮船共航行多少千米？
3. 先化简下式，再求值：

$$(-x^2+5+4x)+(5x-4+2x^2),$$

其中 $x=-2$.

4. 先化简下式，再求值：

$$5(3a^2b-ab^2)-(ab^2+3a^2b),$$

其中 $a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{1}{3}$.

5. 先化简下式，再求值：

$$\frac{1}{2}x-2\left(x-\frac{1}{3}y^2\right)+\left(-\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}y^2\right),$$

其中 $x=-2$，$y=\frac{2}{3}$.

数学活动

(1) 如图 1，用火柴棍拼成一排由三角形组成的图形，如果图形中含有 2，3 或 4 个三角形，分别需要多少根火柴棍？如果图形中含有 n 个三角形，需要多少根火柴棍？

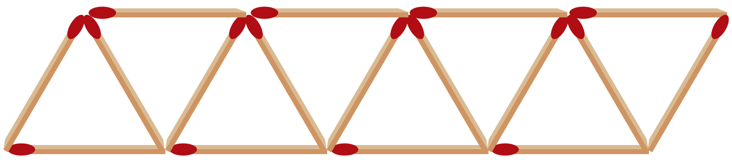


图 1

(2) 如图 2，用大小相等的小正方形拼大正方形，拼第 1 个正方形需要 4 个小正方形，拼第 2 个正方形需要 9 个小正方形……拼一拼，想一想，按照这样的方法拼成的第 n 个正方形比第 $(n-1)$ 个正方形多几个小正方形？

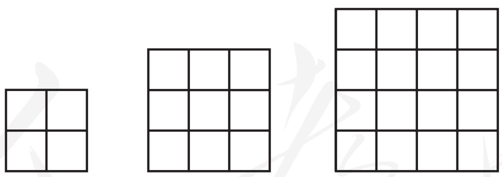
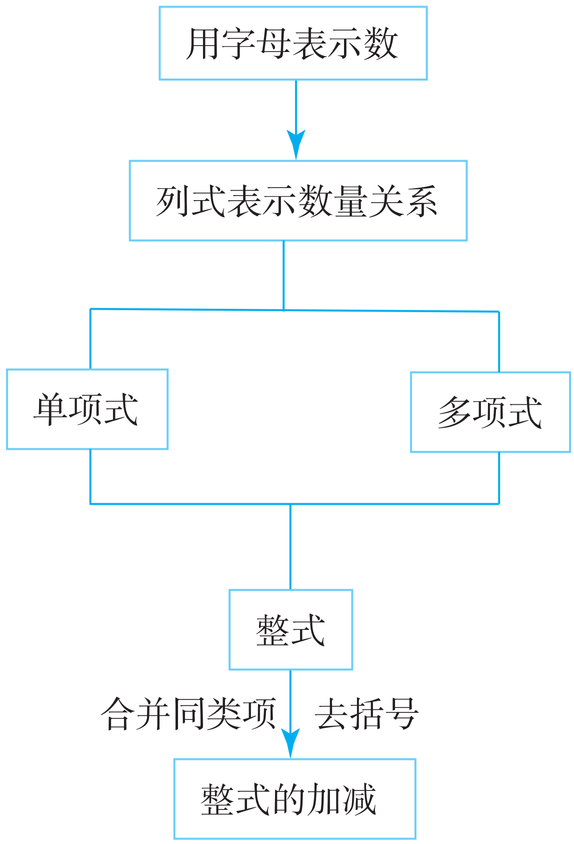


图 2

小　结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

1. 本章学习了整式的有关概念与整式的加减运算．由具体的数到用字母表示数，可以简明地表达一些一般的数量和数量关系，给研究问题和计算带来方便，这是数学上的一个重大发展．

2. 举出一些用单项式、多项式表示数量关系的实际例子．

3. 合并同类项和去括号是整式加减的基础，举例说明合并同类项和去括号的依据．

4. 举例说明整式加减的运算法则．

复习题 3

复习巩固

1. 列式表示：

(1) 某地冬季一天的温差是 15 ℃，这天最低气温是 t ℃，最高气温是多少？

(2) 买单价 c 元的商品 n 件要花多少钱？支付 100 元，应找回多少元？

(3) 某种商品原价每件 b 元，第一次降价打“八折”，第二次降价每件又减 10 元，第一次降价后的售价是多少？第二次降价后的售价是多少？

(4) 一个长方体纸盒的长、宽、高分别是 a cm，b cm，c cm，这个长方体纸盒的表面积是多少平方厘米？

2. 下列整式中哪些是单项式？哪些是多项式？是单项式的指出系数和次数，是多项式的指出项和次数：

$$-\frac{1}{2}a^2b,\ \frac{m^4n^2}{7},\ x^2+y^2-1,\ x,\ 3x^2-y+3xy^3+x^4-1,\ 32t^3,\ 2x-y.$$

3. 计算：

(1) x^2y-3x^2y；　　(2) $10y^2+0.5y^2$；

(3) $-\frac{1}{2}a^2bc+\frac{1}{2}cba^2$；　　(4) $\frac{1}{4}mn-\frac{1}{3}mn+7$；

(5) $7ab-3a^2b^2+7+8ab^2+3a^2b^2-3-7ab$；

(6) $3x^3-3x^2-y^2+5y+x^2-5y+y^2$.

4. 计算：

(1) $(4a^3b-10b^3)+(-3a^2b^2+10b^3)$；

(2) $(4x^2y-5xy^2)-(3x^2y-4xy^2)$；

(3) $(4a^2b-3ab)+(-5a^2b+2ab)$；

(4) $(6m^2-4m-3)-(-2m^2+4m-1)$.

5. 计算：

(1) $(5a^2+2a-1)-4(3-8a+2a^2)$；

(2) $(x^2-5x)+\frac{1}{2}(x-6)$；

(3) $4a^2-(5a^2-2a)-2(-a^2+3a)$；

(4) $15+3(1-a)-(1-a-a^2)$.

6. 先化简下式，再求值：

$$5x^2+4-3x^2-5x-2x^2-5+6x,$$

其中 $x=-3$.

综合运用

7. (1) 学校里男生人数占学生总数的 60%，女生的人数是 a，学生总数是多少？

(2) 学校里男生人数是 x，女生人数是 y，教师人数和学生人数的比是 1∶3，教师人数是多少？

8. 甲地的海拔高度是 h m，乙地比甲地高 20 m，丙地比甲地低 30 m，列式表示乙、丙两地的海拔高度，并计算这两地的高度差.

9. 长方形的长是 $2x$ cm，宽是 4 cm. 梯形的上底长是

x cm，下底长是上底长的 3 倍，高是 5 cm. 哪个图形的面积大？大多少？

拓广探索

10. 用式子表示十位上的数是 a、个位上的数是 b 的两位数，再把这个两位数的十位上的数与个位上的数交换位置，计算所得数与原数的和. 这个和能被 11 整除吗？

11. 把 $(a+b)$ 和 $(x+y)$ 各看成一个整体，对下列各式进行化简：

(1) $4(a+b)+2(a+b)-(a+b)$；

(2) $3(x+y)^2-7(x+y)+8(x+y)^2+6(x+y)$.

第四章　一元一次方程

在小学，我们已经见过像 $2x=50$，$3x+1=4$，$5x-7=8$ 这样的简单方程，其中字母 x 表示未知数.

方程是含有未知数的等式，它是应用广泛的数学工具. 研究许多问题时，人们经常用字母表示其中的未知数，通过分析数量关系，列出方程表示相等关系，然后解方程求出未知数. 怎样根据问题中的数量关系列方程？怎样解方程？这是本章研究的主要问题.

通过学习本章中丰富多彩的问题，你将进一步感受到方程的作用，并学习运用一元一次方程解决问题的方法.

$$时间=\frac{路程}{速度}$$

运动员	路程/km	速度/(km·h^{-1})	时间/h
王雪	x	15	$\frac{x}{15}$
李芳	x	12	$\frac{x}{12}$

4.1 从算式到方程

4.1.1 一元一次方程

问题 在一次越野赛跑中，王雪和李芳分别以 15 km/h 和 12 km/h 的平均速度跑完了全程，结果王雪比李芳早 5 min到达终点. 这次越野赛跑的全程是多少?

想一想，如何用式子表示两人跑完全程所用时间之间的关系?

设这次越野赛跑的全程为 x km.

因为时间$=\dfrac{路程}{速度}$，所以王雪和李芳跑完全程所用的时间分别是$\dfrac{x}{15}$ h 和$\dfrac{x}{12}$ h.

由王雪比李芳早 5 min（即 $\dfrac{1}{12}$h）到达终点，可得

$$\frac{x}{12}-\frac{x}{15}=\frac{1}{12}. \qquad ①$$

我们已经知道，方程是含有未知数的等式. 等式①中的 x 是未知数，这个等式是一个方程.

通过本章的学习，我们将能够从方程①中解出未知数的值，从而求出这次越野赛跑的全程.

通常用 x，y，z 等字母表示未知数，法国数学家笛卡儿是最早这样做的人. 我国古代用“天元”“地元”“人元”和“物元”等词表示未知数.

用算术方法解题时，列出的算式表示用算术方法解题的计算过程，其中只含有已知数；而方程是根据问题中的相等关系列出的等式，其中既含有已知数，又含有用字母表示的未知数．方程为我们解决许多问题带来方便．通过今后的学习，你会逐步认识：从算式到方程是数学的进步．

思考

对于上面的问题，你还能列出其他方程吗？如果能，你依据的是哪个相等关系？

列方程时，要先设未知数，即用字母表示未知数；然后根据问题中的相等关系，写出含有未知数的等式——**方程**(equation)．

例 1 根据下列问题，设未知数并列出方程：

(1) 用一根长 24 cm 的铁丝围成一个正方形，正方形的边长是多少？

(2) 一台计算机已使用了 1 700 h，预计每月再使用 150 h，经过多少个月，这台计算机的使用时间将达到规定的检修时间 2 450 h？

(3) 超市中某品牌的牙膏有两种规格，210 g 的单价比 155 g 的贵 25％．若购买两种规格的牙膏各一支花费了 13.5 元，那么只买一支 155 g 的该品牌牙膏需要多少钱？

解：（1）设正方形的边长为 x cm.

列方程

$$4x=24.$$

（2）设 x 个月后这台计算机的使用时间达到2 450 h，那么在 x 个月里这台计算机使用了 $150x$ h.

列方程

$$1\ 700+150x=2\ 450.$$

> 你能解释这些方程中等号两边各表示什么意思吗？体会列方程所依据的相等关系.

（3）设一支 155 g 的该品牌牙膏的售价为 x 元，那么一支 210 g 的牙膏的售价是 $1.25x$ 元.

列方程

$$x+1.25x=13.5.$$

上面各方程都只含有一个未知数（元），未知数的次数都是 1，等号两边都是整式，这样的方程叫做**一元一次方程**(linear equation in one unknown).

归纳

上面的分析过程可以表示如下：

实际问题 —设未知数　列方程→ 一元一次方程

分析实际问题中的数量关系，利用其中的相等关系列出方程，是用数学解决实际问题的一种方法.

列方程是解决问题的重要方法，利用方程可以求出未知数的值.

可以发现，当 $x=6$ 时，$4x$ 的值是 24，这时方程 $4x=24$ 等号左右两边相等. 这就是说，方程 $4x=24$ 中未知数 x 的值应是 6. $x=6$ 叫做方程 $4x=24$ 的解. 同样地，当 $x=5$ 时，$1\ 700+150x$ 的值是 2 450，这时方程 $1\ 700+150x=2\ 450$ 等号左右两边相等. 这就是说，方程 $1\ 700+150x=2\ 450$ 中未知数 x 的值应是 5. $x=5$ 叫做方程 $1\ 700+150x=2\ 450$ 的解.

解方程就是求出使方程中等号左右两边相等的未知数的值，这个值就是方程的**解**（solution）.

思考

$x=5$ 和 $x=6$ 中哪一个是方程 $x+1.25x=13.5$ 的解？

巩固运用4.1

1. 下列等式中哪些是方程？哪些是一元一次方程？

   (1) $2+3=3+2$；　(2) $6x-7=8$；

   (3) $8y-9=9-y$；　(4) $x^2+2x+1=4$.

2. 列等式表示下列句子：

   (1) 比 a 大 5 的数等于 8；

   (2) b 的三分之一等于 9；

   (3) x 的 2 倍与 10 的和等于 18；

   (4) x 的三分之一减 y 的差等于 6.

第 2 题是把文字语言“翻译”成等式.

3. $x=3$，$x=0$，$x=-2$ 各是下列哪个方程的解？

(1) $5x+7=7-2x$；　　(2) $6x-8=8x-4$；

(3) $3x-2=4+x$.

4. 根据下列问题，设未知数，列出方程：

(1) 李平每周练习打门球的时间为 15 h，他平均每天练习多长时间？

(2) 一个长方形的长比宽多 2 cm，面积是 40 cm^2，求长方形的长和宽.

(3) 甲种铅笔每支 0.3 元，乙种铅笔每支 0.6 元，用 9 元钱买了两种铅笔共 20 支，两种铅笔各买了多少支？

4.1.2　等式的性质

我们可以直接看出像 $4x=24$，$x+1=3$ 这样的简单方程的解，但是仅靠观察来解比较复杂的方程是困难的. 因此，我们还要讨论怎样解方程. 方程是含有未知数的等式，为了讨论解方程，我们先来看看等式有什么性质.

含有等号的式子叫做等式. 比如，像 $m+n=n+m$，$x+2x=3x$，$3\times3+1=5\times2$，$3x+1=5y$ 这样的式子，都是等式. 我们可以用 $a=b$ 表示一般的等式. 下面我们将探究等式的性质.

探究1

如图 4.1-1，在天平的两个盘中放入质量相等的物体时，天平的横梁处于水平状态. 这时，如果在天平的两个盘中分别再放入一个质量相等的物体，或者分别拿走一个质量相等的物体，天平的横梁还是水平的吗？通过这个实验，你能发现什么规律？

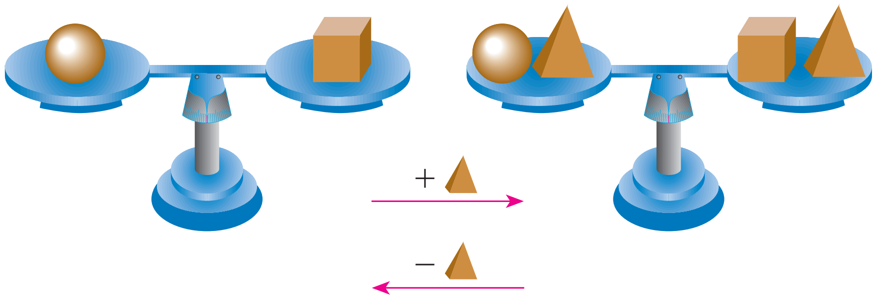


图 4.1-1

可以发现，在平衡的天平的两边都加（或减）同样的量，天平还保持平衡.

等式就像平衡的天平，它具有与上面的事实同样的性质.

等式的性质 1　等式两边加（或减）同一个数（或式子），结果仍相等.

上述性质可以用符号表示为：

如果 $a=b$，那么 $a\pm c=b\pm c$.

例 2　利用等式的性质 1 解下列方程：

(1) $x+7=26$；　　(2) $x-10=20$；　　(3) $2x=4+x$.

分析： 解以 x 为未知数的方程，就是把方程逐步转化

为 $x=a$（常数）的形式，等式的性质是转化的重要依据. 要把第一个方程 $x+7=26$ 转化为 $x=a$（常数）的形式，需去掉方程左边的 7，利用等式的性质 1，方程两边减 7，就得到了 x 的值. 你可以类似地考虑其他两个方程如何转化为 $x=a$（常数）的形式.

解：（1）方程两边减 7，得

$$x+7-7=26-7.$$

于是

$$x=19.$$

（2）方程两边加 10，得

$$x-10+10=20+10.$$

于是

$$x=30.$$

（3）方程两边减 x，得

$$2x-x=4+x-x.$$

于是

$$x=4.$$

一般地，从方程解出未知数的值以后，可以代入原方程检验，看这个值能否使方程的两边相等. 例如，将 $x=4$ 代入方程 $2x=4+x$ 的左边，得 $2\times4=8$；将 $x=4$ 代入方程 $2x=4+x$ 的右边，得 $4+4=8$. 方程的左右两边相等，所以 $x=4$ 是方程 $2x=4+x$ 的解.

上面的检验说明，依据等式的性质 1 使上面的方程变形，可以得到方程的解.

巩固运用4.2

1. 判断下列说法是否正确：

(1) 如果 $a=b$，那么 $5+a=5+b$；

(2) 如果 $x=y$，那么 $x-3=y-3$；

(3) 如果 $a+7=b$，那么 $a=b-7$；

(4) 如果 $x-1=y+1$，那么 $x=y$.

2. 利用等式的性质解下列方程并检验：

(1) $x-5=6$；　　(2) $0.3+x=4$；

(3) $3y=2y+6$；　　(4) $5x=4x-1$；

(5) $2.5x=1.5x-25$；　　*(6) $4y-1=3y+6$.

探究2

如图 4.1-2，天平的两个盘中放有质量相等的物体．这时，如果分别向天平的两个盘中添加物体，使得两个盘中物体的质量都达到原来的 3 倍，或者分别从天平的两个盘中拿走物体，使得两个盘中物体的质量都变为原来的 $\frac{1}{3}$，天平的横梁还是水平的吗？通过这个实验，你能发现什么规律？

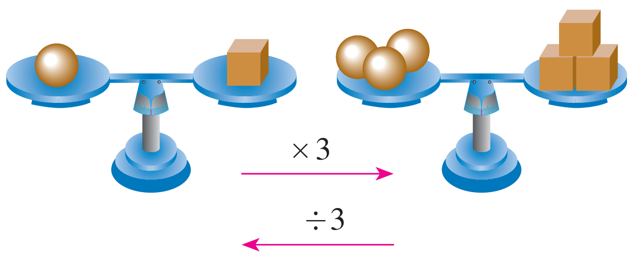


图 4.1-2

可以发现，当平衡的天平两边的量都增长为原来量的相同倍数（或者都减少为原来量的相同份数）时，天平仍然保持平衡.

等式就像平衡的天平，它也具有与上面的事实同样的性质.

等式的性质 2　等式两边乘同一个数，或除以同一个不为 0 的数，结果仍相等.

上述性质可以用符号表示为：

如果 $a=b$，那么 $ac=bc$；

如果 $a=b(c\neq 0)$，那么 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$.

例 3　利用等式的性质解下列方程：

(1) $-5x=20$；　　(2) $\frac{1}{3}x=7$；　　(3) $2x-5=7$.

分析： 要使方程 $-5x=20$ 转化为 $x=a$（常数）的形式，需使方程左边的 -5 化为 1，利用等式的性质 2，方程两边除以 -5 就得出 x 的值. 要使方程 $\frac{1}{3}x=7$ 转化为 $x=a$（常数）的形式，需使方程左边的 $\frac{1}{3}$ 化为 1，利用等式的性质 2，方程两边乘 3 就得出 x 的值. 要使方程 $2x-5=7$ 转化为 $x=a$（常数）的形式，可以先去掉左边的 -5，再使 x 的系数化为 1.

解： (1) 方程两边除以 -5，得

$$x=-4.$$

（2）方程两边乘 3，得

$$x=21.$$

（3）方程两边加 5，得

$$2x-5+5=7+5.$$

化简，得

$$2x=12.$$

方程两边除以 2，得

$$x=6.$$

依据等式的性质解一元一次方程时，只要计算正确，就能得到方程的解，通常可以省略检验.

巩固运用4.3

1. 判断下列说法是否正确：

（1）如果 $a=b$，那么 $5a=5b$；

（2）如果 $x=y$，那么 $-\frac{x}{3}=-\frac{y}{3}$；

（3）如果 $2a=4b$，那么 $a=2b$；

（4）如果 $x+\frac{1}{2}=y-3$，那么 $2x+1=2y-3$.

2. 利用等式的性质解下列方程并检验：

（1）$3x = 45$；　　（2）$\frac{1}{5}x=\frac{3}{10}$；

（3）$-2y=4$；　　（4）$-5x=0$；

（5）$-3x+1=4$；　　*（6）$1-4y=2y+7$.

阅读与思考

选学

“方程”史话

人们对方程的研究可以上溯到很早以前. 公元 820 年左右，中亚细亚的数学家阿尔—花拉子米曾写过一本名叫《对消与还原》的书，重点讨论方程的解法，这本书对后来数学的发展产生了很大影响.

在很长时期内，方程没有专门的表达形式，而是使用一般的语言文字来叙述它们. 17 世纪时，法国数学家笛卡儿最早提出用 x，y，z 这样的字母表示未知数，把这些字母与普通数字同样看待，用运算符号和等号将字母与数字连接起来，就形成了含有未知数的等式. 后来经过不断的简化改进，方程逐渐演变成现在的表达形式，例如 $5x+7=16$，$x^2-4=0$，$3x+4y=5$ 等.


李善兰
(1811—1882)

中国人对方程的研究有悠久的历史. 汉语中“方程”一词最初源于讨论含多个未知数的问题. 著名中国古代数学著作《九章算术》大约成书于公元前 1 世纪，其中专门以“方程”命名的一章中，以一些实际应用问题为例，给出了列方程组及其求解的方法. 中国古代数学家表示方程时，只用算筹表示各未知数的系数，而没有使用专门的记法来表示未知数. 宋元时期，中国数学家创立了“天元术”，用“天元”表示未知数进而建立

方程．这种方法的代表作是数学家李冶写的《测圆海镜》(1248年)，书中所说的“立天元一”相当于现在的“设未知数 x”．1859年，中国清代数学家李善兰翻译外国数学著作时，开始将 equation（指含有未知数的等式）一词译为“方程”，并将含有未知数的一个等式称为方程，将含有未知数的多个等式的组合称为方程组，至今一直这样沿用．

随着数学的研究范围不断扩充，方程被普遍使用，方程的类型也由代数方程，发展到了微分方程、积分方程等．但是，无论方程的类型如何变化，形形色色的方程都是含有未知数的等式，都表达涉及未知数的相等关系；解方程的基本思想都是依据相等关系使未知数逐步化归为用已知数表达的形式．这正是方程的本质所在．

4.2 解一元一次方程

我们已经知道，直接利用等式的性质可以解简单的方程，本节继续讨论如何解一元一次方程．不论要解的一元一次方程（不妨设它以 x 为未知数）的具体形式如何，目标都是把它由繁到简逐步转化为 $x=a$（常数）的形式．

例 1 解下列方程：

（1）$2x-x=6-8$；

（2）$7x-2.5x+3x-1.5x=-15\times4-6\times3$．

分析： 这两个方程的左边都有多个含未知数的项，右边都有多个常数项．为了化简方程，我们可以先合并同类项．

解：（1）合并同类项，得

$$x=-2.$$

（2）合并同类项，得

$$6x=-78.$$

系数化为 1（方程两边除以 6），得

$$x=-13.$$

思考

上面解方程的过程中“合并同类项”起了什么作用？

事实上，合并同类项使多个含未知数的项或者常数项都变为一项，使方程变得简单，更接近 $x=a$ 的形式.

巩固运用4.4

解下列方程：

(1) $5x-2x=9$；

(2) $13x-15x=-3$；

(3) $2.5y-6y=14$；

(4) $\frac{x}{2}+\frac{3x}{2}=7$；

(5) $2x-7x+x=-8$；

(6) $7y-4.5y=2.5\times3-5$.

思考

方程 $3x+20=4x-25$ 的两边都有含 x 的项（$3x$ 与 $4x$）和不含字母的常数项（20 与 -25），怎样才能使它向 $x=a$（常数）的形式转化呢？

为了使方程的右边没有含 x 的项，等号两边减 $4x$；为了使左边没有常数项，等号两边减 20. 利用等式的性质 1，得

$$3x-4x=-25-20.$$

上面方程的变形，相当于把原方程左边的 20 变为 -20 移到右边，把右边的 $4x$ 变为 $-4x$ 移到左边. 把某

移项是解方程时常用的方法，例如对方程 $3x+20=4x-25$ 进行移项，可直接得方程 $3x-4x=-25-20$.

项从等式一边移到另一边时有什么变化？

像上面那样把等式一边的某项变号后移到另一边，叫做**移项**.

例 2 解下列方程：

（1）$3x+20=4x-25$；（2）$7x-5=5x+5$.

分析： 第一个方程就是刚讨论过的方程. 第二个方程 $7x-5=5x+5$ 的两边也分别有含 x 的项和常数项，对它进行移项，就是把方程左边的 -5 变为 5 移到方程的右边，把方程右边的 $5x$ 变为 $-5x$ 移到方程的左边，可得方程 $7x-5x=5+5$.

解： （1）移项，得

$$3x-4x=-25-20.$$

合并同类项，得

$$-x=-45.$$

系数化为 1（方程两边乘 -1），得

$$x=45.$$

（2）移项，得

$$7x-5x=5+5.$$

合并同类项，得

$$2x=10.$$

系数化为 1（方程两边除以 2），得

$$x=5.$$

思考

上面解方程的过程中“移项”起了什么作用？

事实上，通过移项，含未知数的项与常数项分别在方程左右两边，使方程更接近 $x=a$ 的形式.

巩固运用4.5

解下列方程：

（1）$3y=4y+1$；（2）$6x-8=4x$；

（3）$9-3x=5x+5$；（4）$\frac{1}{2}x-6=\frac{3}{4}x$；

（5）$2y+6+24=15y-3y$；*（6）$\frac{1}{2}x-2=\frac{2}{3}x-1$.

当方程的形式较复杂时，解方程的步骤也相应更多些.

例 3 解下列方程：

（1）$2x-(x+10)=5x+2(x-1)$；

（2）$3x-7(x-1)=3-2(x+3)$.

分析： 这两个方程中都有带括号的式子，要把方程转化为 $x=a$（常数）的形式，需要先去括号.

解：（1）去括号，得

$$2x-x-10=5x+2x-2.$$

移项，得

$$2x-x-5x-2x=-2+10.$$

合并同类项，得

$$-6x=8.$$

系数化为 1，得

$$x=-\frac{4}{3}.$$

（2）去括号，得

$$3x-7x+7=3-2x-6.$$

移项，得

$$3x-7x+2x=3-6-7.$$

合并同类项，得

$$-2x=-10.$$

系数化为 1，得

$$x=5.$$

巩固运用4.6

解下列方程：

（1）$2(x+3)=5x$；

（2）$4y=12-(y-3)$；

（3）$4x-3(2x-3)=11$；

（4）$2-3x=1-2(1+0.5x)$；

（5）$-4(y+1)=1+2(1+0.5y)$；

（6）$6\left(\frac{1}{2}x-4\right)+2x=7-\left(\frac{1}{3}x-1\right)$.

例 4 解下列方程：

(1) $\dfrac{3x+5}{2}=\dfrac{2x-1}{3}$； (2) $\dfrac{3x-3}{-5}=\dfrac{x+4}{15}$.

分析： 这两个方程的系数都是分数，如果把系数化成整数，则可使解方程中的计算更简便些. 第一个方程 $\dfrac{3x+5}{2}=\dfrac{2x-1}{3}$ 中各分母的最小公倍数是 6，利用等式的性质 2，方程两边乘 6，得 $3(3x+5)=2(2x-1)$. 第二个方程 $\dfrac{3x-3}{-5}=\dfrac{x+4}{15}$ 中各分母的最小公倍数是 15，利用等式的性质 2，方程两边乘 15，得 $-3(3x-3)=x+4$.

解： (1) 去分母（方程两边乘 6），得

$$3(3x+5)=2(2x-1).$$

为什么乘 6，乘其他数行吗？

去括号，得

$$9x+15=4x-2.$$

移项，得

$$9x-4x=-2-15.$$

合并同类项，得

$$5x=-17.$$

系数化为 1，得

$$x=-\frac{17}{5}.$$

(2) 去分母（方程两边乘 15），得

为什么乘 15，乘其他数行吗？

$$-3(3x-3)=x+4.$$

去括号，得

$$-9x+9=x+4.$$

移项，得

$$-9x-x=4-9.$$

合并同类项，得

$$-10x=-5.$$

系数化为 1，得

$$x=0.5.$$

在本章第一个问题中，我们根据路程、速度和时间三者的关系，列出方程$\frac{x}{12}-\frac{x}{15}=\frac{1}{12}$. 现在你一定会解它了. 去分母（方程两边乘 60），得 $5x-4x=5$；合并同类项，得 $x=5$. 于是这次越野赛跑的全程为 5 km.

巩固运用4.7

解下列方程：

(1) $\frac{5x+1}{2}=3$；

(2) $2x=\frac{3x-34}{10}$；

(3) $\frac{3x}{2}=\frac{3x+1}{3}$；

(4) $\frac{3x}{7}=-\frac{7x+1}{35}$；

(5) $\frac{x-2}{6}=\frac{x+3}{4}$；

(6) $\frac{x-2}{-5}=\frac{3x+4}{10}$.

例 5 解方程 $\frac{3x+1}{2}-2=1-\frac{2x+3}{5}$.

分析： 这个方程中各分母的最小公倍数为 10，为去分母方程两边可乘 10 .

解： 去分母（方程两边乘 10），得

$5(3x+1)-20=10-2(2x+3)$.

去括号，得

$15x+5-20=10-4x-6$.

移项，得

$15x+4x=10-6-5+20$.

合并同类项，得

$$19x=19.$$

系数化为 1，得

$$x=1.$$

方程两边的每一项都要乘 10.

上面例题的解法步骤，包括了解任何一元一次方程时可能会用的步骤. 若方程的形式复杂，则解法步骤多；若方程的形式简单，则解法步骤少. 究竟要使用哪些步骤，需要根据具体方程的形式来确定.

归纳

解一元一次方程的一般步骤包括：去分母、去括号、移项、合并同类项、未知数的系数化为 1 等. 通过这些步骤可以使以 x 为未知数的方程逐步向着 $x=a$（常数）的形式转化，这个过程主要依据等式的性质和运算律等.

巩固运用4.8

解下列方程，并回顾你用到了哪些解法步骤：

(1) $\frac{3x}{2}-1=\frac{4x-5}{3}+1$；

(2) $1-\frac{y-2}{5}=\frac{3y+4}{10}+y$；

(3) $\frac{5x-2}{6}=3-\frac{x+9}{4}$；

(4) $\frac{5x}{7}+7=\frac{15x+35}{14}+2$；

(5) $\frac{5x-1}{4}=4-\frac{2+7x}{3}$；

*(6) $\frac{5y+4}{3}+\frac{y-1}{4}=3-\frac{5y-5}{12}$.

4.3 实际问题与一元一次方程

方程是应用非常广泛的数学工具，本节通过例题讨论如何用一元一次方程解决实际问题.

我们知道，方程是一个等式，而等式表示一个相等关系. 因此，对于任何一个实际问题，要想列出方程，就得从问题中找出一个相等关系.

例 1 小明在超市中买了 4 瓶矿泉水和 2 条毛巾，共花了 22 元. 已知一瓶矿泉水的售价是 1.5 元，那么一条毛巾的售价是多少？

分析： 小明买矿泉水和毛巾一共花了 22 元，由此可以得到一个相等关系：4 瓶矿泉水的价格＋2 条毛巾的价格＝22 元. 根据这个相等关系可以列出方程.

解： 设一条毛巾的售价是 x 元.

列方程

$$4\times1.5+2x=22.$$

移项且合并同类项，得

$$2x=16.$$

系数化为 1，得

$$x=8.$$

> 回顾本题列方程的过程，可以发现："总量＝各部分量的和"是一个基本的相等关系.

答： 一条毛巾的售价是 8 元.

例 2　一高铁列车从北京开往上海，全程行驶了 1 318 km，用时 5 h 40 min，途经各站的停留时间共为 16 min，列车的平均速度是多少（结果保留整数）？

分析： 本题可以借助“路程＝速度×时间”来建立相等关系.

解： 设列车的平均速度是 x km/h. 因为全程为 1 318 km，列车的行驶时间为 $5\frac{40}{60}-\frac{16}{60}=\frac{27}{5}$ (h)，所以

$$\frac{27}{5}x=1\ 318.$$

系数化为 1，得

$$x\approx 244.$$

答： 列车的平均速度约为 244 km/h.

巩固运用4.9

1. 王玲拿出 40 元，买了 1.5 kg 的糖炒栗子，摊主找给她 4 元. 每千克糖炒栗子多少钱？
2. 一架飞机在纽约着陆，机舱广播告知乘客当前室外温度是 77 ℉（华氏度）. 这个温度相当于多少摄氏度？（提示：摄氏度的度数的 1.8 倍再加上 32，就是相应的华氏度的度数.）
3. 一家蛋糕房购进了 36 kg 面粉. 为了方便使用，王师傅把这些面粉分装在四个同样大小的容器中，四个容器都装满后还剩 4 kg 面粉. 每个容器中装了多少千克的面粉？

4. 甲、乙两辆车同时从北京出发开往青岛. 经过 4 h 后，甲车落后乙车 92 km. 已知甲车的平均速度是 80 km/h，乙车的平均速度是多少？

例 3 某校最近三年共购买了 140 台计算机. 去年的购买数量是前年的 2 倍，今年购买数量又是去年的 2 倍. 前年这个学校购买了多少台计算机？

分析： 这所学校最近三年一共购买了 140 台计算机，由此可以得到一个相等关系：前年购买量＋去年购买量＋今年购买量＝140 台. 若前年购买了 x 台计算机，则去年和今年的购买数量都可以用 x 来表示.

解： 设前年购买计算机 x 台，则去年购买计算机 $2x$ 台，今年购买计算机 $4x$ 台.

列方程

$$x+2x+4x=140.$$

合并同类项，得

$$7x=140.$$

系数化为 1，得

$$x=20.$$

答： 前年这个学校购买了 20 台计算机.

例 4 某工厂加强节能措施后，去年下半年与上半年相比，月平均用电量减少了 2 000 kW·h. 如果这个工厂去年全年用电 15 万 kW·h，那么它去年上半年平均每月的用电

量是多少？

分析： 这个工厂去年全年用电 15 万 kW·h，由此可以得到一个相等关系：去年全年的用电量＝去年上半年的用电量＋去年下半年的用电量. 若设去年上半年平均每月用电 x kW·h，则下半年的月平均用电量为$(x-2\ 000)$ kW·h.

解： 设去年上半年平均每月用电 x kW·h，则下半年平均每月用电 $(x-2\ 000)$kW·h；上半年共用电 $6x$ kW·h，下半年共用电 $6(x-2\ 000)$kW·h.

列方程

$$6x+6(x-2\ 000)=150\ 000.$$

去括号，得

$$6x+6x-12\ 000=150\ 000.$$

移项，得

$$6x+6x=150\ 000+12\ 000.$$

合并同类项，得

$$12x=162\ 000.$$

系数化为 1，得

$$x=13\ 500.$$

答： 这个工厂去年上半年平均每月用电 13 500 kW·h.

归纳

用一元一次方程解决实际问题的基本过程是：

(1) 分析实际问题，从中找到相等关系；

(2) 设未知数，根据相等关系列出方程，这样就把实际问题转化成了解一元一次方程的问题；

(3) 解这个方程，求出未知数的值；

(4) 检验这个解是否符合实际意义，如果符合，它就是实际问题的答案.

巩固运用4.10

1. 小新和小刚分别收藏了一些塑胶动物模型. 小新的动物模型数量是小刚的 2 倍，小刚的动物模型数量比小新的少 6 个. 他们各收藏了多少个动物模型？

2. 把一根长 100 cm 的木棍锯成两段，要使其中一段的长度比另一段长度的 2 倍少 5 cm，应该在木棍的哪个位置锯开？

3. 在 2012 年伦敦残奥会上，中国代表团共获得了 231 枚奖牌. 其中获得的金牌最多，比银牌多 24 块，比铜牌多 30 块. 中国代表团一共获得了多少枚金牌？

4. 用一根长 60 m 的铁丝围出一个长方形的教具，使它的长是宽的 1.5 倍，长和宽各应是多少？

5. 一天，某盲校推拿专业有 15% 的学生到敬老院开展志愿服务活动，其余的 34 人留在学校上课. 这所学校一共有多少名推拿专业学生？

例 5 把一些图书分给某班学生阅读，如果每人分 3 本，则剩余 20 本；如果每人分 4 本，则还缺 25 本. 这个班有多少学生？

分析： 因为书的总数是一定的，所以若把这批书按照两种方案分给学生阅读，则表示书的总数的两个式子是相等的. 由此相等关系可列方程.

解： 设这个班有 x 名学生. 若按照“每人分 3 本，则剩余 20 本”，则书的总数为 $3x+20$；若按照“每人分 4 本，则还缺 25 本”，则书的总数为 $4x-25$.

由书的总数是一定的，可得

$$3x+20=4x-25.$$

解方程，得

$$x=45.$$

答： 这个班有 45 名学生.

> 回顾本题列方程的过程，可以发现：“表示同一个量的两个不同的式子相等”是一个基本的相等关系.

例 6 某皮划艇运动员沿一条河从甲地顺流划艇到乙地，用了 30 min；从乙地逆流划艇返回甲地，用了 40 min. 已知河水的流速是 5 m/min，求这名运动员在静水中划艇的平均速度.

分析： 在航行问题中，往往需要考虑水或空气的流速，下面的数量关系很重要.

顺流路程＝（静水划速＋水流速度）×顺流划艇时间，

逆流路程＝（静水划速－水流速度）×逆流划艇时间.

在本题中，皮划艇运动员从甲地顺流划到乙地，和从乙地逆流划到甲地经过的路程相等，所以我们可以利用“顺流路程＝逆流路程”来建立方程.

解： 设这名运动员在静水中划艇的平均速度为 x m/min，则他顺流划行的平均速度是（$x+5$）m/min，逆流划行的平均速度是（$x-5$）m/min.

由“顺流路程＝逆流路程”，可得

$$30(x+5)=40(x-5).$$

解方程，得

$$x=35.$$

答： 这名运动员在静水中划艇的平均速度为 35 m/min.

巩固运用4.11

1. 几个人共同种一批树苗，如果每人种 10 棵，则剩下 6 棵树苗未种；如果每人种 12 棵，则缺 6 棵树苗. 求种树的人数.
2. 甲、乙两人在同一河道中游泳，现从同一地点出发，甲的平均速度为 30 m/min，并且先出发 20 min；乙的平均速度为 45 m/min. 若两人同时到达终点，则出发点离终点多少米？
3. 在风速为 24 km/h 的条件下，一架飞机顺风从 A 机场飞到 B 机场要用 2.8 h，它逆风飞行同样的航线要用 3 h. 求：

   （1）无风时这架飞机在这一航线的平均航速；

   （2）两机场之间的航程.

4. 某短跑健将 100 m 跑的成绩稳定在 10 s，一次他在竞技状态正常发挥的情况下，顺风跑 100 m 用了9.8 s，求风速（结果保留小数点后 3 位）.

例 7 随着农业技术的现代化，节水型灌溉得到逐步推广. 喷灌和滴灌是比漫灌节水的灌溉方式. 灌溉三块同样大的实验田，第一块用漫灌方式，第二块用喷灌方式，第三块用滴灌方式. 结果三块实验田共用水 420 t，其中第二块田的用水量比第一块田的少 225 t，与第三块田的比是 5∶3. 那么灌溉三块实验田分别用了多少吨水？

分析： 本题根据灌溉三块实验田共用水 420 t，可列方程. 因为第二块田的用水量与第三块田的比为 5∶3，所以可设第二块田和第三块田的用水量分别为 $5x$ t 和 $3x$ t.

当两个未知数之比为 $a∶b$ 时，可以设这些未知数分别为 ax，bx. 如果已知更多的未知数之比，那么可以用类似方法设未知数.

解： 设第二块田和第三块田的用水量分别为 $5x$ t 和 $3x$ t，则第一块田的用水量为 $(5x+225)$ t.

列方程

$$(5x+225)+5x+3x=420.$$

解方程，得

$$x=15.$$

于是

$$5x+225=300，5x=75，3x=45.$$

答： 灌溉第一、二、三块实验田的用水量分别为 300 t，75 t 和 45 t.

例 8 某保洁公司在清洗一栋高楼的外墙时发现，由一个人完成清洗工作要用 40 h. 现计划由一部分人先做 4 h，然后增加 2 人与他们一起做，8 h 后完成清洗工作. 假设这些人的工作效率相同，应先安排多少人工作？

分析： 如果把总工作量设为 1，则人均效率（一个人 1 h 完成的工作量）为 $\frac{1}{40}$，x 人先做 4 h 完成的工作量为 $\frac{4x}{40}$，增加 2 人后再做 8 h 完成的工作量为 $\frac{8(x+2)}{40}$，这两个工作量之和应等于总工作量.

> 这类问题中常常把总工作量看作 1，并利用“工作量＝人均效率×人数×时间”的关系考虑问题.

解： 设应安排 x 人先做 4 h. 根据先后两个时段的工作量之和应等于总工作量，列方程

$$\frac{4x}{40}+\frac{8(x+2)}{40}=1.$$

解方程，得

$$x=2.$$

答： 应安排 2 人先做 4 h.

巩固运用4.12

1. 一家智能手机生产商计划今年生产手机 925 000 台，其中 A 型、B 型、C 型三种手机的数量比为 2∶3∶5. 那么这家生产商今年计划生产这三种型号的手机各多少台？
2. 一条地下管线由甲工程队单独铺设需要 12 天，由乙工程队单独铺设需要24 天. 如果由这两个工程队从两端同时施工，要多少天可以铺好这条管线？
3. 甲、乙两人从相距 5 km 的两地同时出发相向而行，甲、乙的行走速度之比为 2∶3，50 min 后两人相遇，他们的速度各是多少？（提示：相遇时两人行走路程之和为 5 km）
4. 某中学的学生自己动手整修操场，如果让七年级学生单独工作，需要 7.5 h 完成；如果让八年级学生单独工作，需要 5 h 完成. 如果让七、八年级学生一起工作 1 h，再由八年级学生单独完成剩余部分，共需多长时间完成？

数学活动

希腊数学家丢番图的墓碑上记载着：

“他生命的六分之一是幸福的童年；

再活了他生命的十二分之一，两颊长起了细细的胡须；

他结了婚，又度过了一生的七分之一；

再过五年，他有了儿子，感到很幸福；

可是儿子只活了他父亲全部年龄的一半；

儿子死后，他在极度悲痛中度过了四年，也与世长辞了.”

丢番图
（公元 3—4 世纪）

根据以上信息，请你算出：

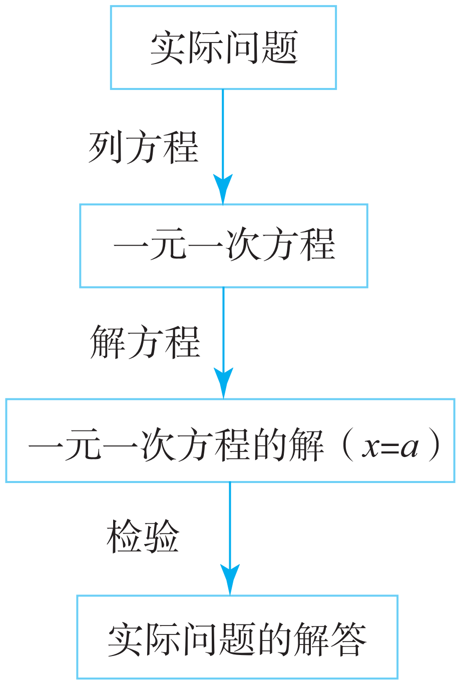
（1）丢番图的寿命；

（2）丢番图开始当爸爸时的年龄；

（3）儿子死时丢番图的年龄.

小　结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

1. 方程是一种重要的描述现实世界的数学模型．在本章中，我们通过解决一些实际问题，学习了最基本的方程——一元一次方程，为以后进一步学习方程打下了基础．

2. 方程是含有未知数的等式，一元一次方程是最基本的方程．请你举例说明方程与等式的关系以及一元一次方程的特征．

3. 解方程就是求出方程中的未知数的值，这是依据等式的性质及运算律将未知逐步转变为已知的化归过程．回顾解一元一次方程的一般步骤，请你结合例子体会：解关于 x 的方程，就是根据方程的具体特点，通过变形将方程逐步化简，最后变为 $x=a$（常数）而得解．

4. 利用方程解决实际问题，应认真分析其中的数量关系，从中找出相等关系，由此设未知数、列方程，从而把实际问题转化为数学问题；然后通过解方程获得数学结论；最后用数学结论解释实际问题. 这是一个从实际问题到数学问题，再回到实际问题的过程. 在这一过程中，要特别关注从实际问题中分析出关键性的相等关系. 你能举例对此加以解释吗？

5. 请你收集日常活动（例如上课、锻炼、购物等）的有关数据，经过分析后编出可以利用一元一次方程解决的问题，并正确地表述问题及其解决过程.

复习题 4

复习巩固

1. 列方程表示下列语句表示的相等关系：

(1) 某地 2015 年 9 月 3 日的温差是 10 ℃，这天最高气温是 t ℃，最低气温是 $\frac{2}{3}t$ ℃；

(2) 七年级学生人数为 n，其中男生占 45%，女生有 55 人；

(3) 一种商品每件的进价为 a 元，售价为进价的 1.1 倍，现在每件又降价 10 元，降价后每件的售价为 210 元；

(4) 小华和小明一起学习吹奏唢呐. 在一周内，小华练习吹奏的时间为 840 min，小明练习吹奏的时间为 $x(x<840)$ min，平均每天小华比小明多练习 30 min.

2. 指出 $x=1$，$x=2$，$x=3$ 各是下列哪个方程的解：

(1) $3x-3=2x$；　(2) $0.3x-30=-19.7-20x$；

(3) $\frac{3}{2}x-3=2x-4$.

3. 解下列方程：

(1) $5x-3=2x+6$；　(2) $2.5x+6=0.5x$；

(3) $12-3x=4-x$；　(4) $4.5x-60=30-1.5x$.

4. 解下列方程：

(1) $5(x-3)=2(x+6)$；

(2) $9x=2(5x+6)+2(x-1)$;

(3) $-4(5x-20)-5x=10(x+3)-20$;

(4) $12-3(x+2)=3(x-4)-6(2-x)$.

5. 解下列方程：

(1) $\dfrac{3x+5}{6}=\dfrac{2x-1}{3}$;

(2) $\dfrac{x-3}{10}=\dfrac{3x+4}{15}$;

(3) $\dfrac{3y-1}{4}-2=\dfrac{5y-8}{6}$;

(4) $\dfrac{5y-4}{3}+\dfrac{y-1}{8}=2-\dfrac{5y+15}{12}$.

6. 当 x 为何值时，下列各组中两个式子的值相等？

(1) $x-\dfrac{x-1}{3}$和$\dfrac{2x+4}{3}-\dfrac{x+3}{5}$;

(2) $\dfrac{2}{5}x+\dfrac{x-1}{2}$和$\dfrac{3(x-1)}{2}-\dfrac{8}{5}x$.

7. 刘阳家的轿车已经行驶了 12 000 km. 他们计划从现在起，以后每月使这辆车的行驶里程保持在 800 km 左右，那么大约几个月后这辆车行驶的里程将达到 20 800 km?

8. 为了举办元旦联欢会，班主任王老师从网上订购了 10 kg 香蕉和苹果，共花了 46 元，其中香蕉每千克 4 元，苹果每千克 5 元. 王老师订购了香蕉和苹果各多少千克?

9. (古代问题) 跑得快的马每天走 240 里，跑得慢的

马每天走 150 里．慢马先走 12 天，快马几天可以追上慢马？

综合运用

10．英国伦敦博物馆保存着一部极其珍贵的文物——纸草书．这是古代埃及人用象形文字写在一种用纸莎草压制成的草片上的著作．这部书中记载了许多数学问题，其中有一道著名的求未知数的问题：一个数，它的三分之二，它的一半，它的七分之一，它的全部，加起来总共是 33．那么，这个数是多少？请你解决这个问题．

11．一所盲人学校初中部的学生共为地震灾区捐款 470 元．七年级的人数与八年级相同，每名学生捐款的钱数也相同，为 10 元，九年级每名学生捐款 15 元．已知初中部共有 40 名学生，那么三个年级各有多少名学生？

12．奥运会铁人三项运动包括：天然水域游泳1.5 km、公路骑自行车40 km、公路长跑 10 km．三个项目按上述顺序组成，运动员需要一鼓作气赛完全程．某参赛者游泳和骑车所用时间之比为 2∶7，游泳比长跑少用了 20 min，骑车比长跑多用了 30 min．这名运动员三个项目各用了多长时间？总成绩是多长时间？（提示：可以利用游泳、骑车所用时间与长跑所用时间的关系建立方程）

13．某工艺厂要制作一批陶塑花瓶，若由一名工人制作，

需要 80 h 完成．现在计划先由几名工人做 2 h，再增加 5 人做 8 h，完成这项工作的$\frac{3}{4}$．假设每名工人的工作效率相同，那么应该安排几名工人先做？

拓广探索

14. 给一些旅游者安排住房，如果每个房间各住 2 人，则剩下 3 人未安排；如果每个房间各住 3 人，则余下 2 个房间无人住．求房间总数以及旅游者的人数．

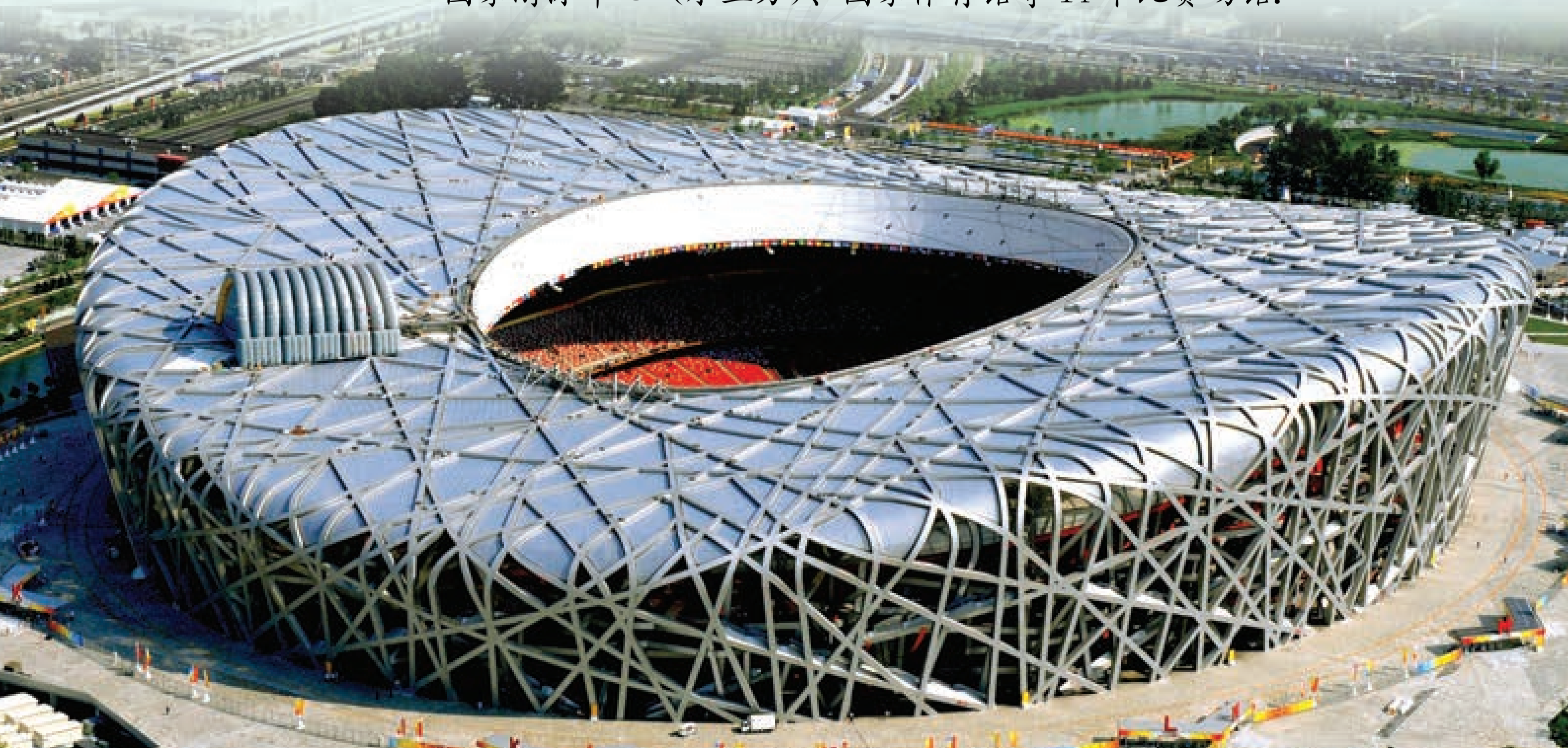
15. 运动场的跑道一圈长 400 m．小健练习竞走，平均每分走 160 m；小康练习跑步，平均每分跑 250 m．两人从同一处同时反向出发，经过多长时间首次相遇？又经过多长时间，两人第二次相遇？（提示：首次相遇时两人的行程之和是 400 m，当行程之和每增加 400 m 时两人都相遇．）

第五章　几何图形

现实世界中有形态各异、丰富多彩的图形．千姿百态的图形美化了我们的生活空间，也给我们带来了很多问题：怎样设计一个产品包装盒？怎样绘制一张校园布局平面图？不同的图形各有什么特点和性质？所有这些，都需要我们知道更多的图形知识．

几何就是研究图形的形状、大小和位置关系的一门学科．本章我们将学习几何的一些基本的知识，如几何图形、立体图形、平面图形，点、线、面、体，等等．在学习中，我们要注意几何图形之间的联系，如点动成线、线动成面、面动成体，这种联系有助于我们理解和掌握知识．

北京奥林匹克公园占地约 1 135 hm^2，总建筑面积约 2 000 000 m^2，内有可容纳 90 000 观众的国家体育场（鸟巢）、国家游泳中心（水立方）、国家体育馆等 14 个比赛场馆．



5.1 几何图形

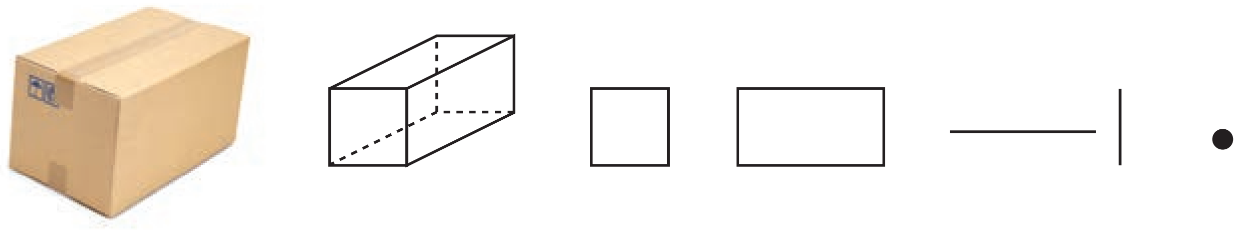
从城市宏伟的建筑到乡村简朴的住宅，从四通八达的立交桥到街头巷尾的交通标志，从古老的剪纸艺术到现代的城市雕塑（图 5.1-1）……图形世界是多姿多彩的！

图 5.1-1

各种各样的物体除了具有颜色、质量、材质等性质外，还具有形状（如方的、圆的等）、大小（如长度、面积、体积等）和位置关系（如相交、垂直、平行等），物体的形状、大小和位置关系是几何中研究的内容.

图 5.1-2（1）是一个纸盒，它有两个面是正方形，其余各面是长方形. 观察纸盒的外形，从整体上看，它的形状是长方体（图 5.1-2（2））；看不同侧面，得到的是正方形或长方形（图 5.1-2（3））；只看棱、顶点等局部，得到的是线段、点（图 5.1-2（4））等. 类似地，观察罐头、乒乓球

的外形，可以得到圆柱、球、圆等.



纸盒　　长方体　　正方形　长方形　　线段　　点

（1）　　（2）　　（3）　　（4）

图 5.1-2

长方体、圆柱、球、长（正）方形、圆、线段、点等，以及小学学习过的三角形、四边形等，都是从形形色色的物体外形中得出的，它们都是**几何图形**（geometric figure）. 几何图形是数学研究的主要对象之一.

巩固运用5.1

1. 几何研究物体的哪些性质？请举例说明.
2. 观察牙膏盒、有两个面为圆形的铅笔、乒乓球，从整体上感知它们的外形，分别能得到哪些几何图形？

5.1.1　立体图形与平面图形

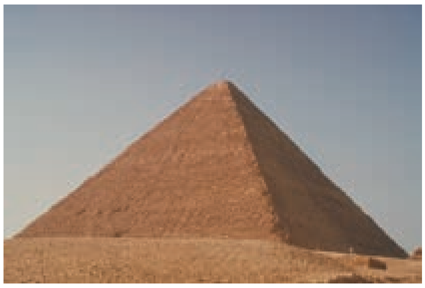
有些几何图形（如长方体、正方体、圆柱、圆锥、球等）的各部分不都在同一平面内，它们是**立体图形**（solid figure）.

除了我们在小学所认识的长方体、正方体、圆柱、圆锥和球，棱柱、棱锥也是常见的立体图形. 图 5.1-3（1）中的

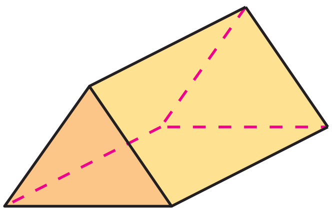
巧克力包装盒、茶叶盒等都给我们以棱柱的形象，图 5.1-3（2）中的金字塔则给我们以棱锥的形象. 你能再找出一些棱柱、棱锥的实例吗？

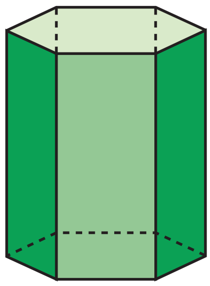
巧克力盒

茶叶盒

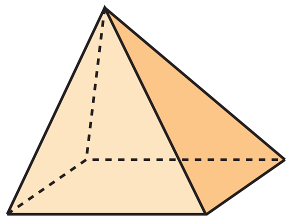


金字塔





棱柱
（1）

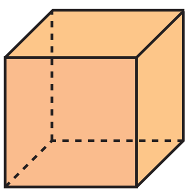


棱锥
（2）

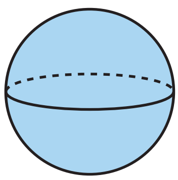
图 5.1-3

思考

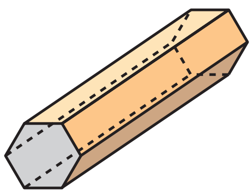
地球仪、魔方、词典、有两个面为正六边形的铅笔的形状分别对应哪些立体图形？指出它们对应的图形（图 5.1-4）.



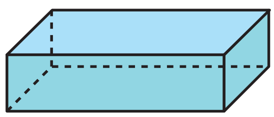
正方体



球



六棱柱



长方体

图 5.1-4

有些几何图形（如线段、角、三角形、长方形、圆等）的各部分都在同一平面内，它们是**平面图形**（plane figure）.

思考

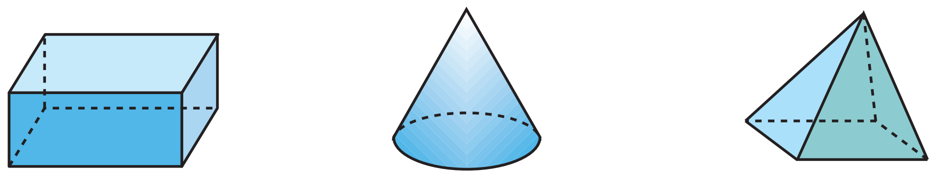
图 5.1-5 的各图中包含哪些简单平面图形？请再举出一些平面图形的例子.

图 5.1-5

虽然立体图形与平面图形是两类不同的几何图形，但它们是互相联系的．立体图形中某些部分是平面图形，例如长方体的侧面是长方形.

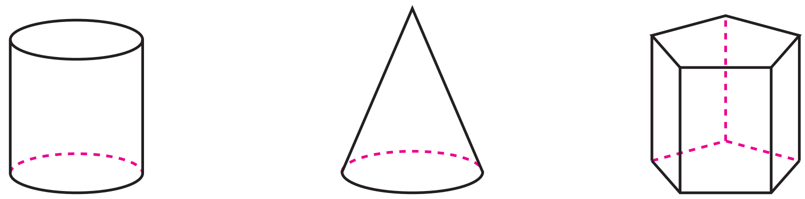
巩固运用5.2

1. 说出下列图形的名称.



（第 1 题）

2. 如图，图中的各立体图形的表面中包含哪些平面图形？试指出这些平面图形在立体图形中的位置.



（第 2 题）

*5.1.2 从不同方向看立体图形

对于一些立体图形的问题，常把它们转化为平面图形来研究和处理. 从不同方向看立体图形，往往会得到不同形状的平面图形. 在建筑、工程等设计中，也常常用从不同方向看到的平面图形来表示立体图形. 如图 5.1-6（1），这是一个工件的立体图，设计师们常常画出从不同方向看它得到的平面图形来表示它（图 5.1-6（2））.

---

* 本部分内容为低视力学生选学内容.

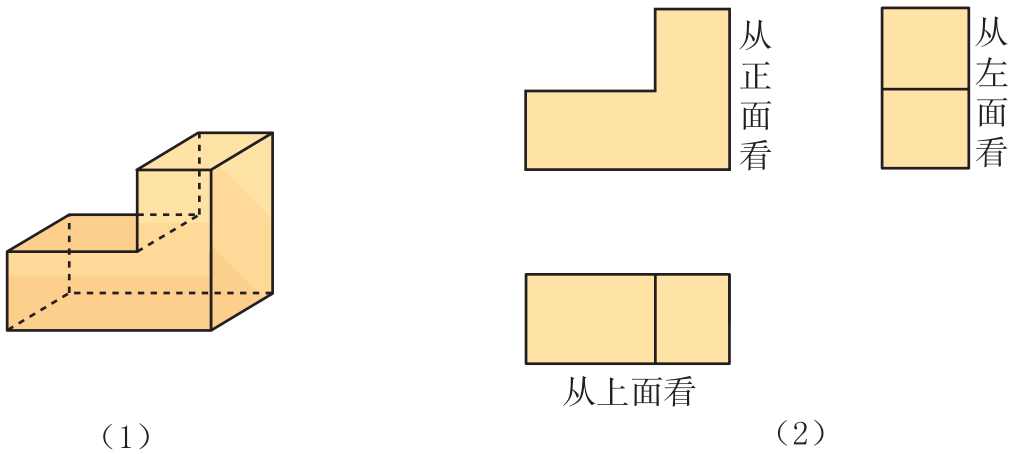


图 5.1-6

例　图 5.1-7 是一个由 7 个正方体组成的立体图形，分别从正面、左面、上面观察这个图形，各能得到什么平面图形？

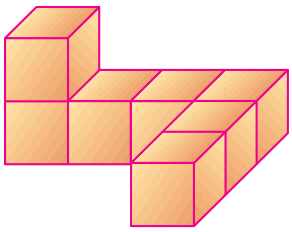


图 5.1-7

解：得到的图形如图 5.1-8 所示.

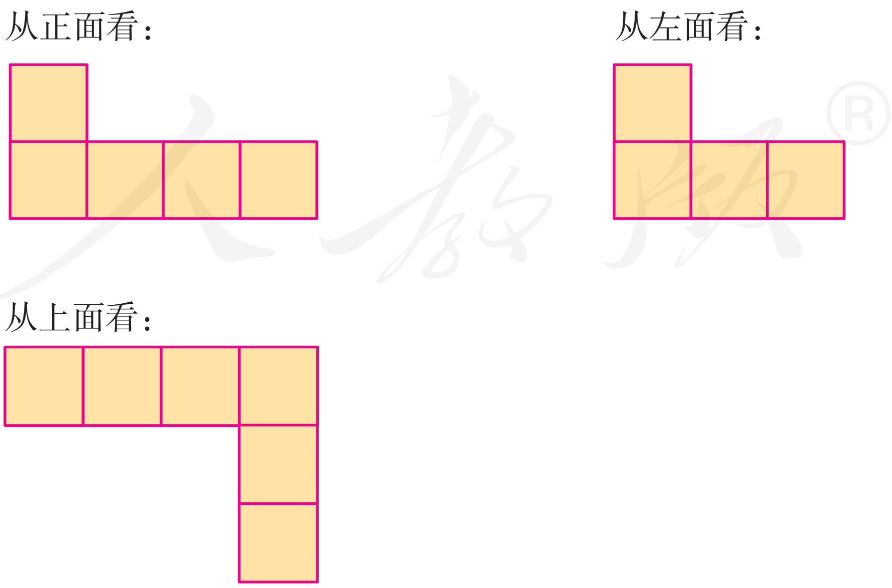


图 5.1-8

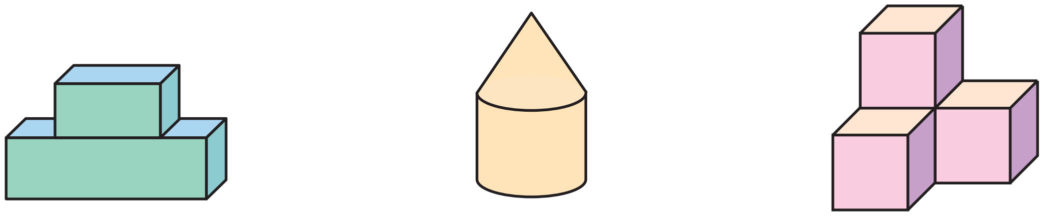
巩固运用5.3

1. 如图，右面三幅图分别是从哪个方向看这个棱柱得到的？

（1）　（2）　（3）

（第 1 题）

2. 如图，分别从正面、左面、上面观察这些立体图形，各能得到什么平面图形？



（第 2 题）

*5.1.3　展开图

有些立体图形是由一些平面图形围成的，将它们的表面适当剪开，可以展开成平面图形．这样的平面图形称为相应立体图形的**展开图**（developing drawing）．

例　图 5.1-9 是一些立体图形，它们的展开图分别是什么样的平面图形？

---

* 本部分内容为低视力学生选学内容.

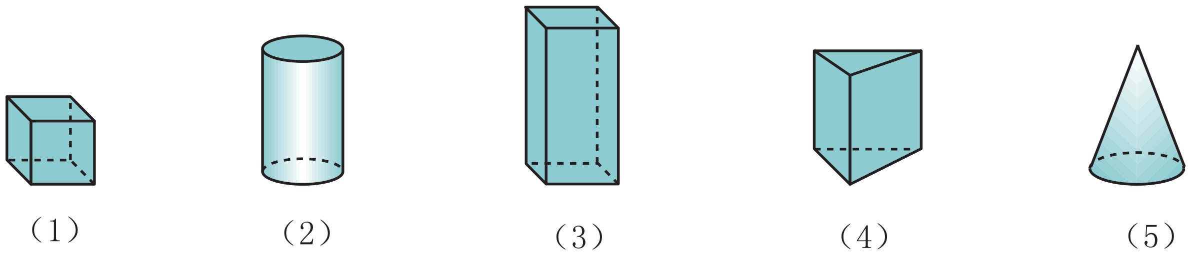


图 5.1-9

解： 立体图形的展开图如图 5.1-10 所示.

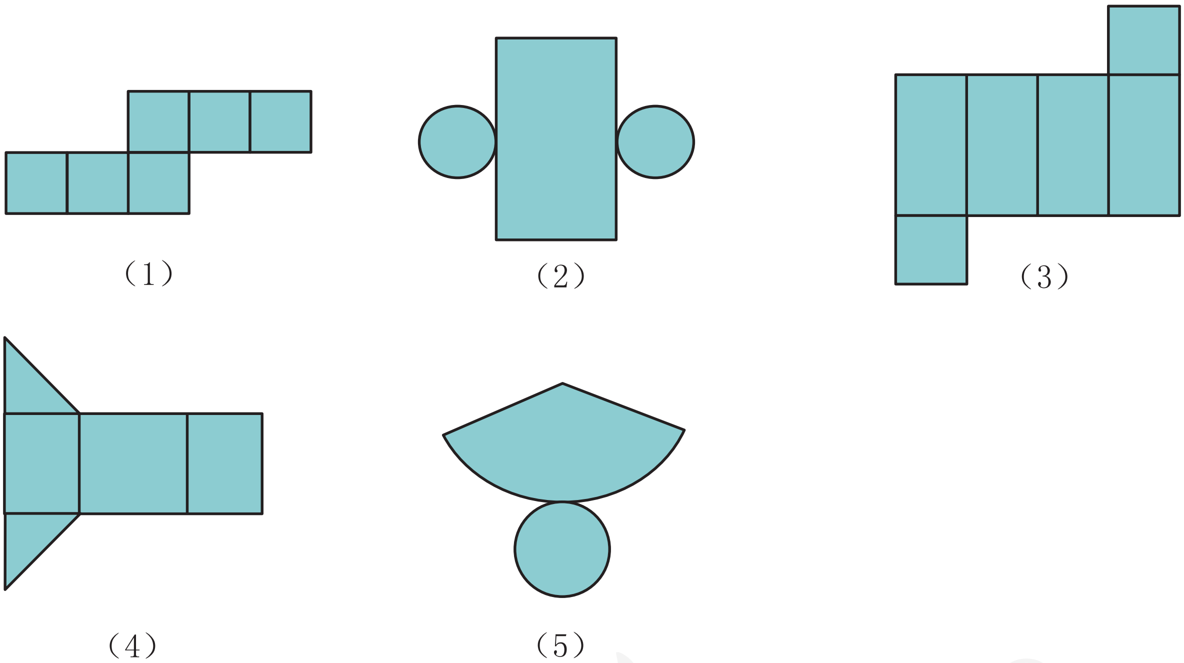


图 5.1-10

日常生活中，我们经常可以看到各种各样的长（正）方体形状的包装盒，如粉笔盒、文具盒、牙膏盒等（图 5.1-11）.

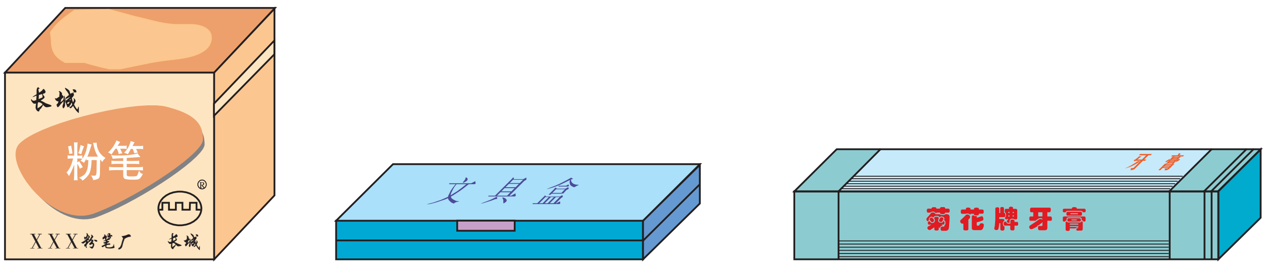


图 5.1-11

如图 5.1-12，要设计、制作一个长方体形状的墨水瓶包装盒，除了美术设计以外，还要了解它展开后的形状，根据它的展开图来裁剪纸张. 自己动手把一个包装盒剪开铺平，看看它的展开图由哪些平面图形组成. 如图 5.1-13（单位：mm），把展开的纸板复原为包装盒，体会包装盒与它的展开图的关系.

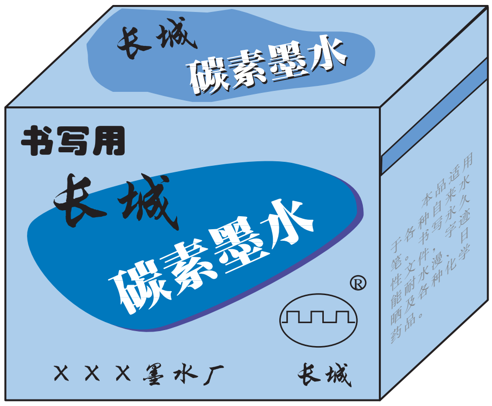


图 5.1-12

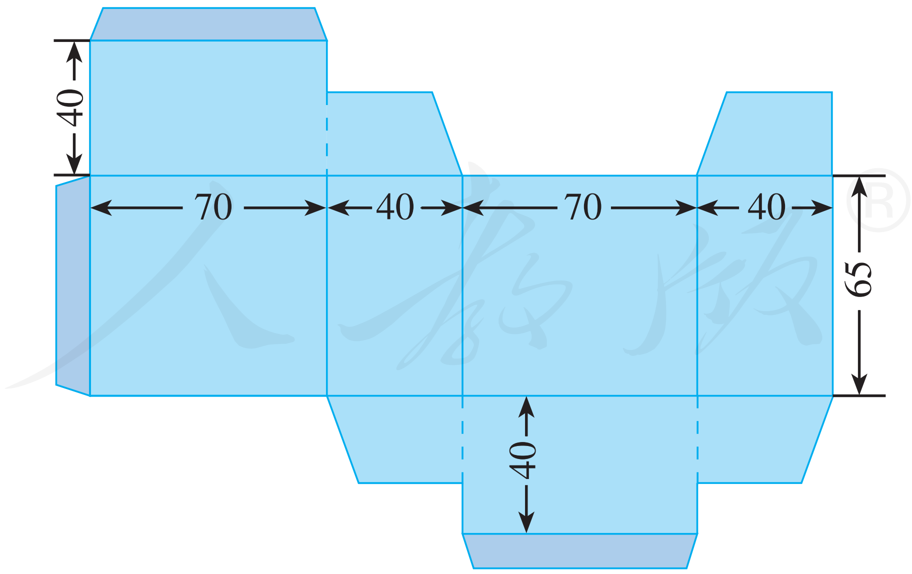
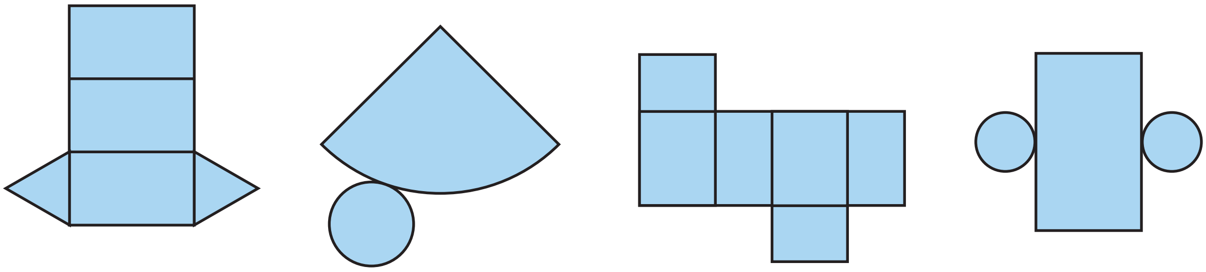


图 5.1-13

巩固运用5.4

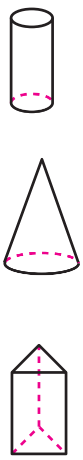
1. 如图，上面的图形分别是下面图（1）～（4）中哪个立体图形展开的形状？

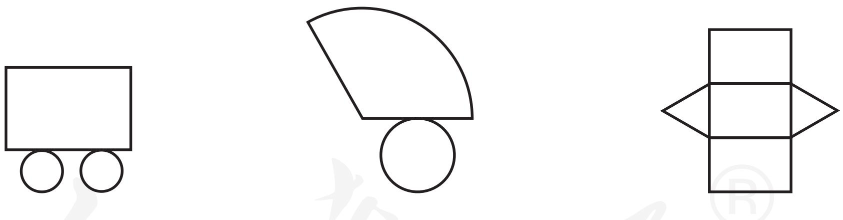


（1）　（2）　（3）　（4）

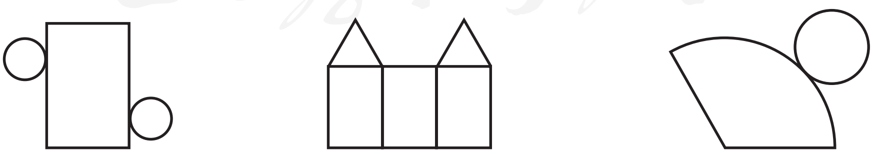
（第 1 题）

2. 如图，在图（1）～（6）中找出相应立体图形的展开图.





（1）　（2）　（3）



（4）　（5）　（6）

（第 2 题）

5.2 点、线、面、体

思考

图 5.2-1 是一个长方体，它有几个面？面和面相交的地方形成了几条棱？棱和棱相交成几个顶点？

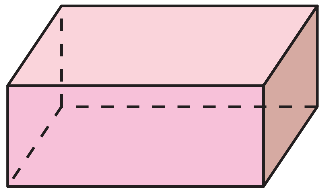


图 5.2-1

长方体、正方体、圆柱、圆锥、球、棱柱、棱锥等都是几何体. 几何体也简称**体**（solid）.

包围着体的是**面**（surface）. 面有平的面和曲的面两种. 平的桌面给我们以平面的形象，圆柱形水杯的侧面则给我们以曲面的形象. 你能再举出一些平面与曲面的例子吗？

一根线、一张纸的折痕、长方体的一条棱等都给我们以**线**（line）的形象. 面和面相交的地方形成线. 长方体 6 个面相交成的 12 条棱（线）是直的，圆柱的侧面与底面相交得到的圆是曲的.

笔尖、一张纸的两条边相交的地方、长方体的两条棱相交的地方等都给我们以**点**（point）的形象. 线和线相交的地方是点.

笔尖在纸上运动时，就形成线，这可以说点动成线（图 5.2-2（1））. 玻璃刷在玻璃上画出一个面（图 5.2-2（2）），这可以说线动成面. 长方形硬纸片绕它的一边旋转，

形成一个圆柱体（图 5.2-2（3）），这可以说面动成体.

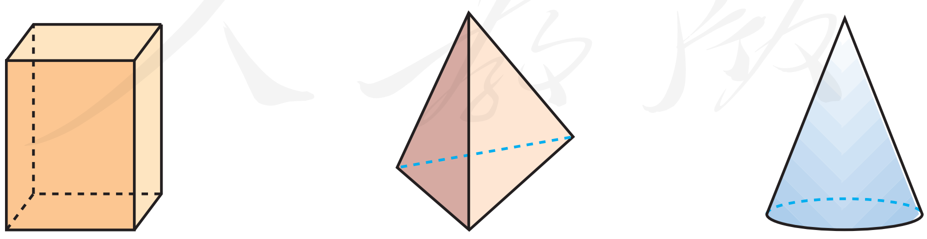
（1）　（2）　（3）

图 5.2-2

几何图形都是由点、线、面、体组成的，点是构成图形的基本元素. 点、线、面、体经过运动变化，就能组合成各种各样的几何图形，形成多姿多彩的图形世界.

巩固运用5.5

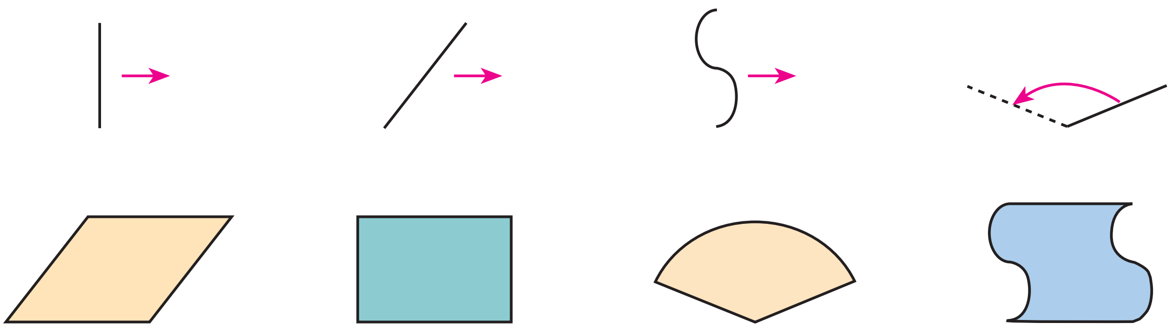
1. 围成下面这些立体图形的各个面中，哪些面是平的？哪些面是曲的？



（1）　（2）　（3）

（第 1 题）

2. 如图，上面的线分别按箭头所示方向平移或绕定点旋转，可以得出下面图（1）～（4）中哪个平面图形？



（1）　　（2）　　（3）　　（4）

（第 2 题）

阅读与思考

选学

几何学的起源

我们生活的世界处处存在着关于数量和空间的问题，数学中以空间形式（简称形）为研究对象的分支，叫做几何学，它有着悠久的历史．

在古埃及，由于尼罗河经常泛滥而需要不断整修土地，由此测量土地的方法引起人们的重视．我国古代对形的研究也与测量关系密切，夏禹治水时期就已有规、矩、准、绳等

测量工具．约公元前 11 世纪的西周初期，人们已经知道了直角三角形的“勾三，股四，弦五”的知识．大量事实说明，测量活动是几何学形成的直接原因．

人类从开始制作和使用工具起，就开始研究工具的造型、体积、外表装饰等，这也对几何学的产生起了促进作用．从现存的旧石器时代的一些工具，可以看出当时的人们已能打制出具有较复杂的几何造型的工具．在新石器时代制作的陶器上，已出现圆、三角形、正方形等基本图形，以及更复杂的对称几何图案、等分圆周花纹等．

随着时间的推移，人们在大量的实践中不断扩大和加深对形的认识，得到了许多关于形的知识和研究形的方法．约公元前 300 年，古希腊数学家欧几里得（Euclid）将已有的关于形和数的知识作了系统编排，写成了《原本》一书．这是数学发展史上的一个里程碑．1607 年，意大利传教士利玛窦和我国学者徐光启把此书的前一部分翻译成中文，以《几何原本》为名成书，这对于介绍西方数学和科学起了积极的推动作用，在中国数学发展史上具有重要影响．

数学活动

图 1 是七巧板拼成的一些图案，请你类似地拼出其他的一些图案.

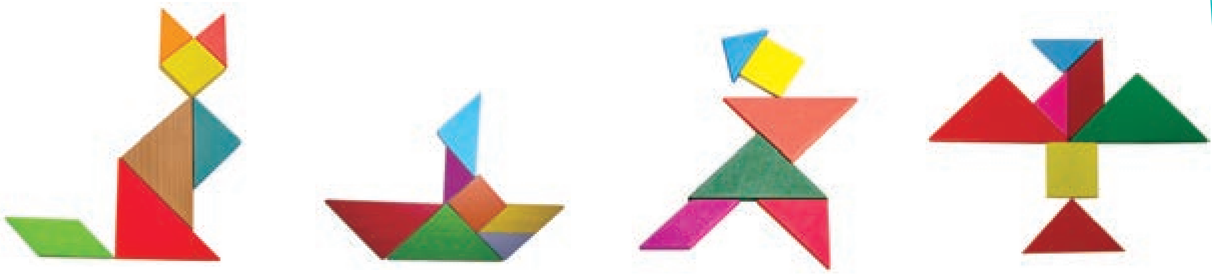
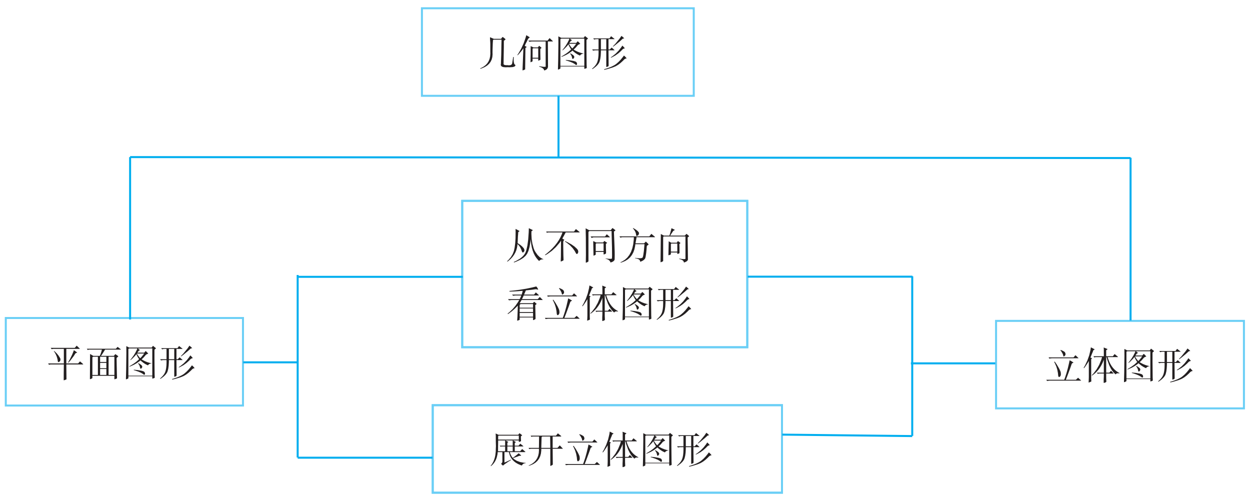


图 1

小　结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

1. 几何是研究图形的形状、大小和位置关系的学科．本章我们学习了图形与几何的一些基本知识，如几何图形、平面图形、点、线、面、体等．下面是本章学到的一些数学名词，你能简短地描述这些数学名词吗？

立体图形　平面图形　展开图

2. 几何图形是从各种物体中抽象出来的，是更一般的“形”．你能举出几个立体图形和平面图形的实例吗？

*3. 找几个简单的立体图形，分别画出它们的展开图和从不同方向看得到的平面图形．你能由此说说立体图形与平面图形的联系吗？

4. 在学习中，我们要注意几何图形之间的相互联系，如点动成线、线动成面、面动成体，这种联系有助于我们理解和掌握知识．你能举出几个点动成线、线动成面的实例吗？

复习题 5

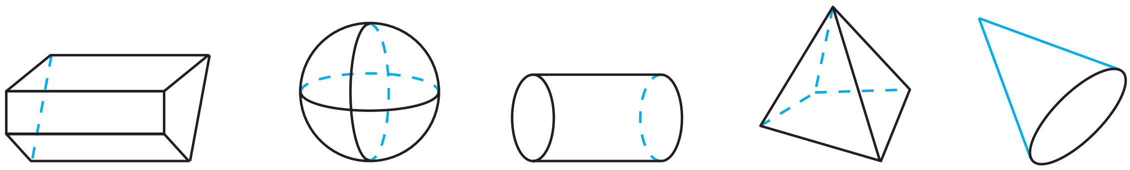
复习巩固

1. 一个铁球有下列性质：

铁制的，硬的，灰黑色，球形，直径 5 cm，质量 500 g，摸上去很凉，等等.

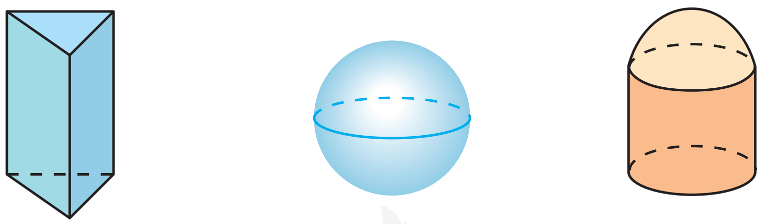
几何研究的是其中的哪些性质？

2. 说出下列几何图形的名称.



（第 2 题）

3. 围成下面这些立体图形的各个面中，哪些面是平的？哪些面是曲的？



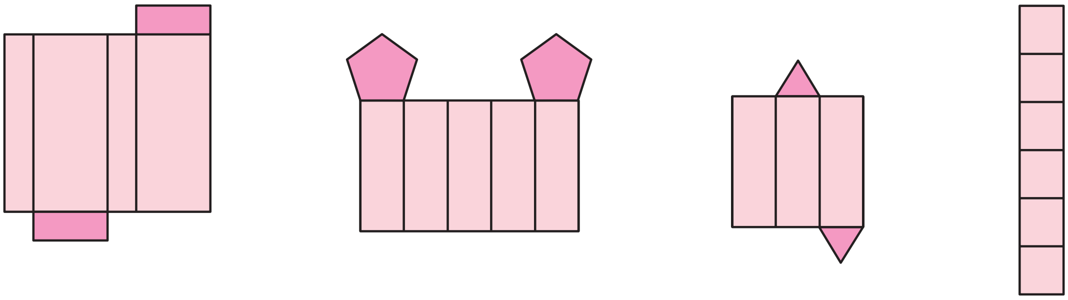
（1）　（2）　（3）

（第 3 题）

*4. 如图，分别从正面、左面、上面观察这些立体图形，各能得到什么平面图形？

（第 4 题）

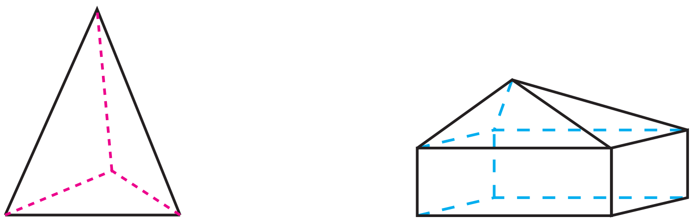
*5. 图中的几个图形能否折叠成为棱柱？先想一想，再折一折.



（第 5 题）

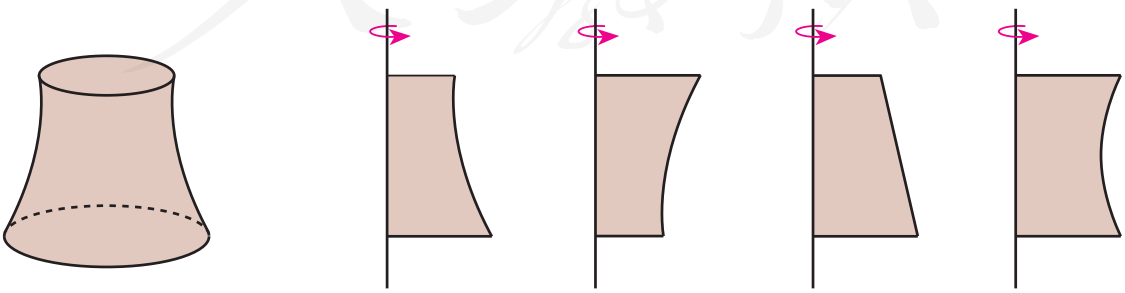
综合运用

6. 如图，图中的各立体图形的表面中包含哪些平面图形？试指出这些平面图形在立体图形中的位置.



（第 6 题）

7. 将下列平面图形绕轴旋转一周，可得到图中所示的立体图形的是(　　).

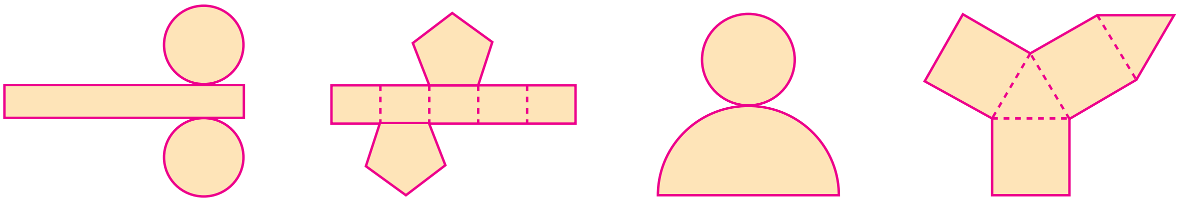


（A）　（B）　（C）　（D）

（第 7 题）

拓广探索

8. 如图，下列图形能折叠成什么立体图形？



（第 8 题）

第六章　线段和角

线段和角是基本、简单的几何图形，各种复杂的几何图形都是由简单几何图形组合而成的，要研究复杂几何图形，就必须知道简单几何图形的知识.

在小学，我们已经初步认识了线段和角，并能够用线段和角的有关知识解决简单的几何问题. 在本章，我们将进一步学习线段和角的有关知识. 我们将学习确定直线的基本事实，直线、射线、线段和角的表示，以及线段和角的度量和大小比较等. 此外，在研究几何图形的过程中，我们要注意运用类比的方法. 类比的方法既引导我们发现问题，也帮助我们找到解决问题的途径.

6.1 直线、射线、线段

6.1.1 直线、射线、线段

一根拉得很紧的线，给我们以直线的形象，直线是向两个方向无限延伸的．在代数中常用的数轴，就是一条直线，它是规定了原点、方向和单位长度的直线，数轴是向两个方向无限延伸的．

画直线可以用直尺，把直尺放在纸上沿着直尺的边就可以画出一条直线．

思考

经过一个点能画几条直线？经过两个点呢？动手试一试．

经过思考和画图，我们可以得到一个基本事实：

经过两点有一条直线，并且只有一条直线．

简单说成：**两点确定一条直线**．

在日常生活和生产中常常用到这个基本事实．例如，人民大会堂的工作人员在摆放茶杯时，经常拉一条直的参照线将桌子上的茶杯摆放整齐，并用“准绳”反复检查；植树时，只要定出两个树坑的位置，就能使同一行树坑在一条直

线上；等等.

因为两点确定一条直线，所以除了用一个小写字母表示直线（如直线 l）外，我们经常用一条直线上的两点来表示这条直线. 如图 6.1-1，直线 l 也可以记作直线 AB.

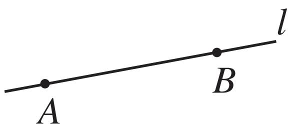


图 6.1-1

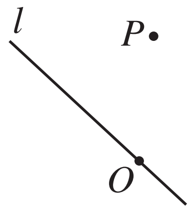


图 6.1-2

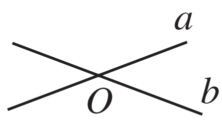


图 6.1-3

一个点在一条直线上，也可以说这条直线经过这个点；一个点在直线外，也可以说直线不经过这个点. 如图 6.1-2，点 O 在直线 l 上，也可以说直线 l 经过点 O；点 P 在直线 l 外，也可以说直线 l 不经过点 P.

当两条不同的直线有一个公共点时，我们就称这两条直线**相交**（intersection），这个公共点叫做它们的**交点**（point of intersection）. 例如，在图 6.1-3 中，直线 a 和 b 相交，点 O 是它们的交点.

巩固运用6.1

1. 举出一些可以看成直线的实例.
2. 判断下列说法是否正确：

   直线 AB 和直线 BA 是同一条直线.
3. 按下列语句画出图形：

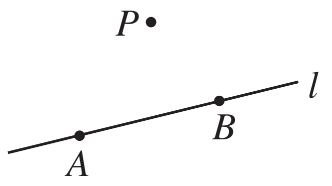
   （1）直线 EF 经过点 C；

（2）点 A 在直线 l 外；

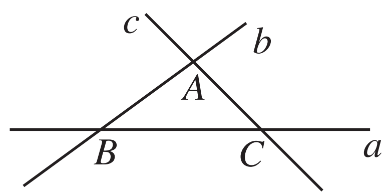
（3）经过点 O 的三条直线 a，b，c；

（4）直线 AB，CD 相交于点 B.

4. 用适当的语句表述图中的点和直线的关系：



（1）



（2）

（第 4 题）

直线上的一点和它一旁的部分叫做**射线**（half line），这个点叫做射线的端点．如图 6.1-4，直线上点 O 和它一旁的部分是一条射线，点 O 是它的端点．实际生活中，射线的实例很多，例如，激光器发出的激光光束，给我们以射线的形象．

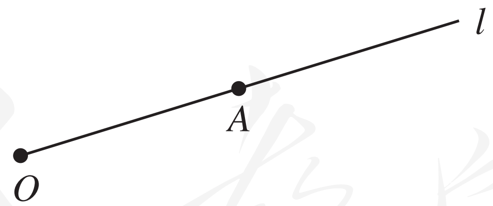


图 6.1-4

一条射线可以用端点和射线上另一点来表示．例如图 6.1-4 中的射线，可以记作射线 OA．注意，表示端点的字母要写在前面，使字母的顺序和射线延伸的方向一致．有时，一条射线也可以用一个小写字母来表示，图 6.1-4 中的射线 OA 也可记作射线 l.

画射线时，如画图 6.1-4 中的射线 OA，要画出射线的端点 O，射线经过点 A 并向 OA 一旁延伸的情况.

直线上两个点和它们之间的部分叫做**线段**（line segment），这两个点叫做线段的端点. 像长方体的棱，就是线段.

图 6.1-5 中，以 A，B 为端点的线段，记作线段 AB 或线段 BA，有时也可记作线段 a. 我们说连接 AB，就是要画出以 A，B 为端点的线段. 这时，注意不要向任何一方延伸.

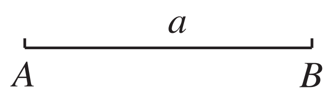


图 6.1-5

延长线段 AB，是指按从 A 到 B 的方向延长（图 6.1-6（1））；延长线段 BA，是指按从 B 到 A 的方向延长（图 6.1-6（2）），这时，也可说成反向延长线段 AB.

图 6.1-6

巩固运用6.2

1. 举出生活中一些可以看成射线、线段的例子.
2. 判断下列说法是否正确：

（1）线段 AB 和射线 AB 都是直线 AB 的一部分；

（2）射线 AB 和射线 BA 是同一条射线；

（3）把线段向一个方向无限延伸可得到射线，向两个方向无限延伸可得到直线.

3. 按下列语句画出图形：

（1）经过点 O 的三条线段 a，b，c；

（2）线段 AB 和直线 CD 相交于点 B.

4. 如图，分别画出线段 AB 的延长线和反向延长线.

（第 4 题）

6.1.2　线段的比较和运算

思考

怎样比较两条线段的长短呢？你能从比身高上受到一些启发吗？

比较两条线段的长短，我们可用刻度尺分别测量出它们的长度来比较，或者把其中的一条线段移到另一条上作比较（图 6.1-7）.

图 6.1-7

图 6.1-7 中，点 A 和点 C 重合，点 B 落在 C，D 之间，这时我们说线段 AB 小于线段 CD，记作 $AB<CD$. 想一想，什么情况下线段 AB 大于线段 CD，线段 AB 等于线段 CD 呢？

在直线上画线段 $AB=a$，再在 AB 的延长线上画线段 $BC=b$，线段 AC 就是 a 与 b 的和，记作 $AC=a+b$. 设线段 $a>b$（图 6.1-8），如果在线段 AB 上画线段 $BD=b$，那么线段 AD 就是 a 与 b 的差，记作 $AD=a-b$.

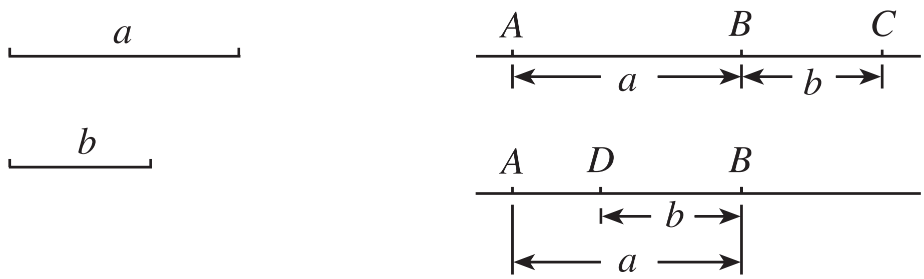


图 6.1-8

如图 6.1-9（1），点 M 把线段 AB 分成相等的两条线段 AM 和 MB，点 M 叫做线段 AB 的**中点**（midpoint）. 类似地，还有线段的三等分点、四等分点等（图 6.1-9（2）（3））.

在一张透明的纸上画一条线段，折叠纸片，使线段的端点重合，折痕与线段的交点就是线段的中点. 动手试一试.

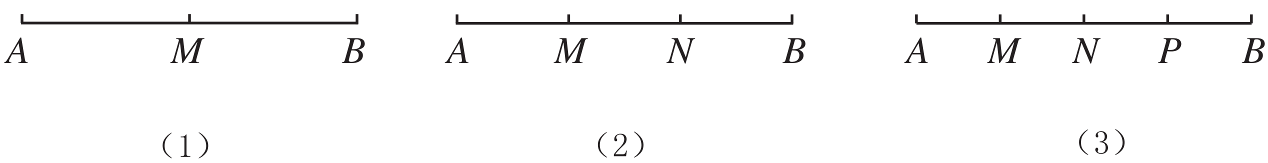
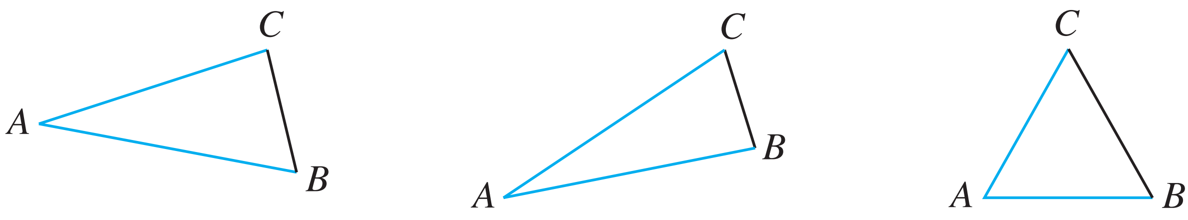


图 6.1-9

巩固运用6.3

1. 估计下列图中线段 AB 和线段 AC 的大小关系，并检验你的估计.



（1）　　（2）　　（3）

（第 1 题）

2. 点 A，B，C 在同一条直线上，$AB=3$ cm，$BC=1$ cm. 求 AC 的长.

思考

如图 6.1-10，从 A 地到 B 地有四条道路，除它们外能否再修一条从 A 地到 B 地的最短道路？如果能，请你联系以前所学的知识，在图上画出最短路线.

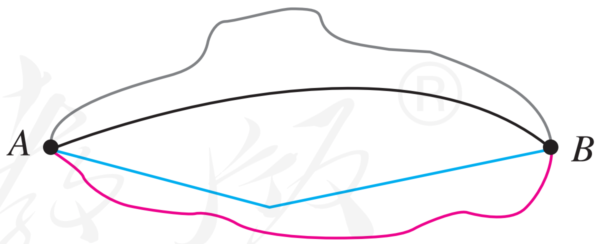


图 6.1-10

经过比较，我们可以得到一个关于线段的基本事实：**两点的所有连线中，线段最短.**

简单说成：**两点之间，线段最短.**

> 这里最后一句话说明了什么是“两点的距离”，它是两点的距离的**定义**（definition）.

你能举出这条性质在生活中的一些应用吗？

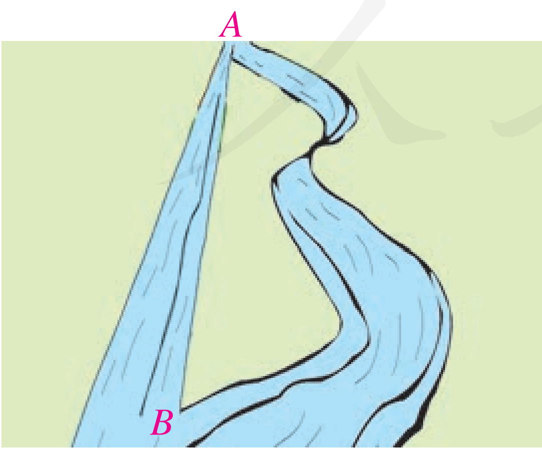
连接两点间的线段的长度，叫做这两点的**距离**（distance）.

巩固运用6.4

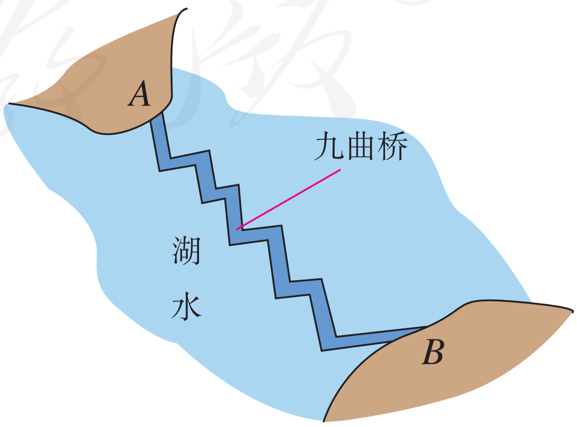
1. （1）如图（1），把原来弯曲的河道改直，A，B 两地间的河道长度有什么变化？

   （2）如图（2），公园里修建了曲折迂回的桥，这和修一座直的桥相比，对游人观赏湖面风光能起什么作用？用你所学数学知识说明其中的道理.

   （3）用皮尺测量跳远成绩时为什么要拉紧尺子去测量？



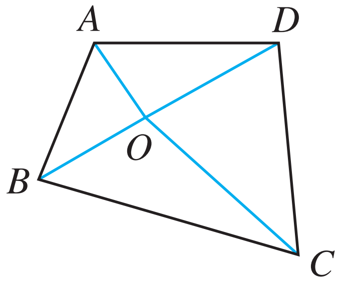
（1）



（2）

（第 1 题）

*2. 如图，在四边形 $ABCD$ 内找一点 O，使它到四边形四个顶点的距离的和 $OA+OB+OC+OD$ 最小，并说出你的理由．由本题你得到什么数学结论？



（第 2 题）

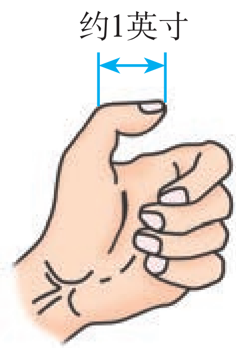
阅读与思考

选学

长度的测量

在日常生活和生产中，人们经常要进行长度的测量．

测量离不开测量单位．在国际单位制中，长度的基本单位是米（m），1 m 最早是由地球球面上经过巴黎经线的二千万分之一（$\dfrac{1}{20\ 000\ 000}$）定出的．常用的单位还有千米（km）、分米（dm）、厘米（cm）、毫米（mm）、微米（μm）等．



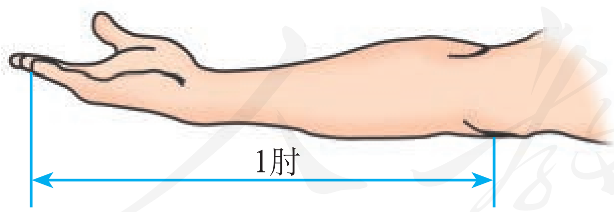
科研中还经常用到更小和更大的长度

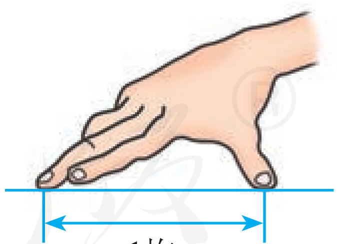
单位．现在开始广泛应用的纳米科学，就是在纳米（nm）尺度上研究物质的特性和相互作用，1 nm 等于十亿分之一米，人的头发的直径就相当于 7 万 nm！在天文学上，经常用天文单位和光年计算星体间的距离．1 天文单位是地球到太阳的平均距离，约等于 1.5×10^{8} km，1 光年是光 1 年走过的距离，约等于 9.46×10^{12} km．

除了国际单位制的长度单位外，有时还用到其他一些长度单位．例如，海上航行经常使用的长度单位海里（n mile，1 n mile＝1 852 m）；人们经常提及的“××英寸彩电”使用的是英制长度单位等．

查一查资料，英制长度单位包括哪些单位？它们和国际单位制的长度单位是如何换算的？你知道 42 英寸、50 英寸彩电的屏幕对角线长度是多少厘米吗？

测量长度的工具有很多种，常用的工具有木尺、塑料尺、卷尺、钢卡尺、游标卡尺等．如果测量精度要求不高，也可以用肘、拃、步长等来估计距离．





随着科技的发展，人们已经发明了许多测量精度很高的测距仪，例如用于测量人造卫星的激光测距仪，测量 8 000 km远的卫星时，误差不超过 2 cm．

6.2 角

6.2.1 角

角（angle）也是一种基本的几何图形，钟面上的时针与分针，棱锥相交的两条棱，三角尺两条相交的边线（图 6.2-1），都给我们以角的形象.

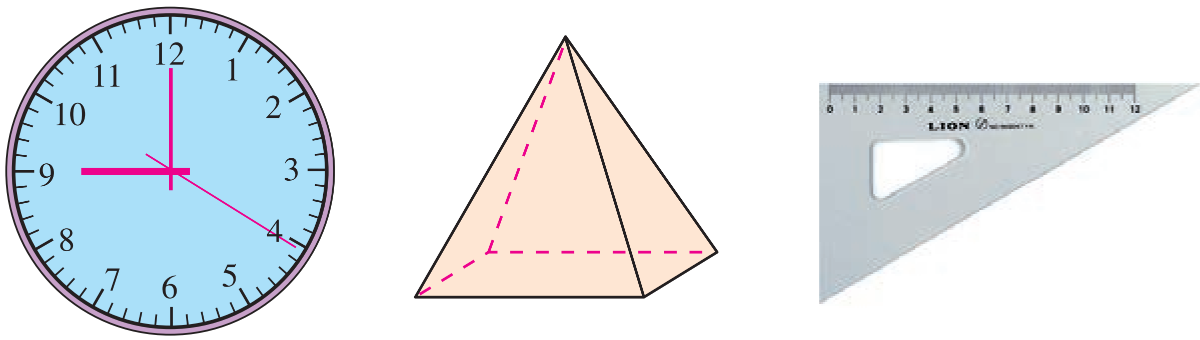
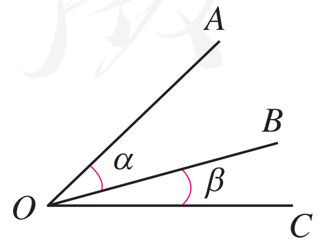


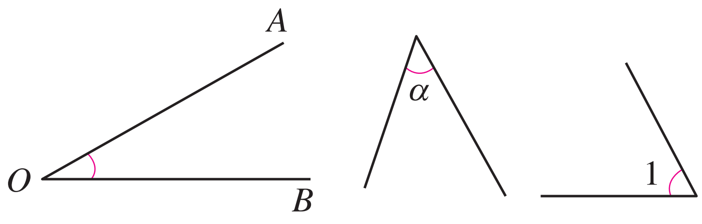
图 6.2-1

我们知道，有公共端点的两条射线组成的图形叫做角，这个公共端点是角的顶点，这两条射线是角的两条边.

图 6.2-2 中的角分别记作$\angle AOB$ 或$\angle O$，$\angle \alpha$，$\angle 1$.

如图，能把$\angle \alpha$ 记作 $\angle O$ 吗？为什么？$\angle \alpha$ 还可以怎样表示呢？





（1）　（2）　（3）

图 6.2-2

角也可以看作由一条射线绕着它的端点旋转而形成的图形，起始位置的射线叫做角的始边，终止位置的射线叫做角的终边，如图 6.2-3，射线 OA 绕点 O 旋转，当终边 OB 和始边 OA 成一条直线时，就形成一个平角．继续旋转，始边 OB 和终边 OA 重合时，就形成一个周角．

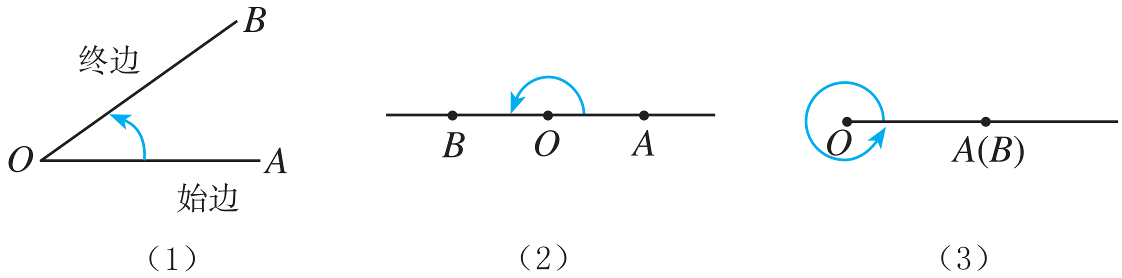
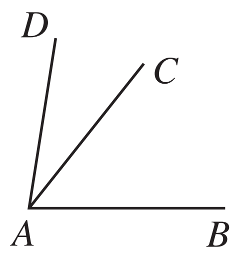


图 6.2-3

巩固运用6.5

1. 请举出几个角的例子．
2. 图中有几个角？分别用三个字母表示它们．



（第 2 题）

（第 3 题）

3. 指出图中以 E 为顶点的平角的两条边．

* 4. 如果把钟表的时针在任一时刻所在的位置作为始边，那么时针旋转出一个平角及一个周角，至少各需要多长时间？

我们常用量角器量角，度、分、秒是常用的角的度量单位．把一个周角 360 等分，每一份就是 **1 度**（degree）的角，记作 1°；把 1 度的角 60 等分，每一份叫做 1 分的角，记作 $1'$；把 1 分的角 60 等分，每一份叫做 1 秒的角，记作 $1''$．

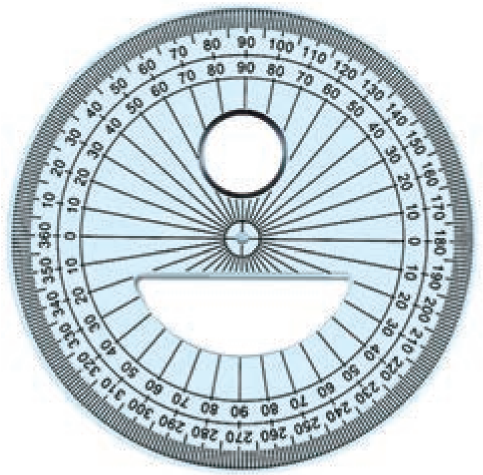


图 6.2-4

角度制起源于四大文明古国之一的古代巴比伦．为什么选择 60 这个数作为进制的基数呢？据说是由于 60 这个数是许多常用的数 2，3，4，5，6，10，12，15，20，30 的倍数，$60=12\times5$，12 是一年中的月数，5 是一只手的手指数，所以古代巴比伦人认为 60 是一个特别而又重要的数．

1 周角 $=360^\circ$，1 平角 $=180^\circ$，

$1^\circ=60'$，$1'=60''$．

$\angle\alpha$ 的度数是 48 度 56 分 37 秒，记作

$$\angle\alpha=48^\circ56'37''.$$

角的度、分、秒是 60 进制的，这和计量时间的时、分、秒是一样的．

以度、分、秒为单位的角的度量制，叫做角度制．此外，还有其他度量角的单位制．例如，以弧度为基本度量单位的弧度制，在军事上经常使用的角的密位制等．

除量角器外，工程测量中，还常用经纬仪来测量角的大小．

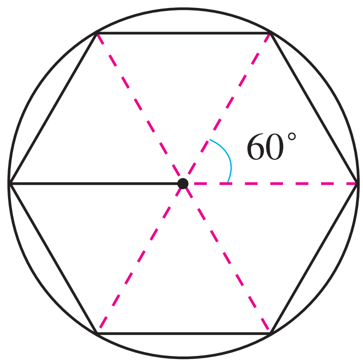
借助三角尺，我们可以画出 30°，45°，60°，90°等特殊角，借助量角器，可以画出任何给定度数（如 36°，108°）的角.

巩固运用6.6

1.（1）35°等于多少分？等于多少秒？

（2）$38^\circ15'$和 38.15°相等吗？如不相等，哪一个大？

2. 从蜂巢的入口处看，蜂巢由许多正六边形（六条边相等，六个角也相等的六边形）构成，按图示的方法，画出一个正六边形.



（第 2 题）

6.2.2 角的比较和运算

你已经知道了比较两条线段长短的方法，怎样比较两个角的大小呢？

与线段长短的比较类似，我们可以用量角器量出角的度数，然后比较它们的大小；也可以把它们的一条边叠合在一

起，通过观察另一条边的位置来比较两个角的大小.

如图 6.2-5，移动$\angle AOB$，使它的顶点 O 和$\angle A'O'B'$的顶点 O'重合，一边 OA 和 $O'A'$重合，另一边 OB 和 $O'B'$落在 OA 的同旁. 如果 OB 落在$\angle A'O'B'$的内部，那么$\angle AOB$ 小于$\angle A'O'B'$，记作$\angle AOB<\angle A'O'B'$（图 6.2-5（1））.

如果 OB 和 $O'B'$重合，那么$\angle AOB$ 等于$\angle A'O'B'$，记作$\angle AOB=\angle A'O'B'$（图 6.2-5（2））.

如果 OB 落在$\angle A'O'B'$的外部，那么$\angle AOB$ 大于$\angle A'O'B'$，记作$\angle AOB>\angle A'O'B'$（图 6.2-5（3））.

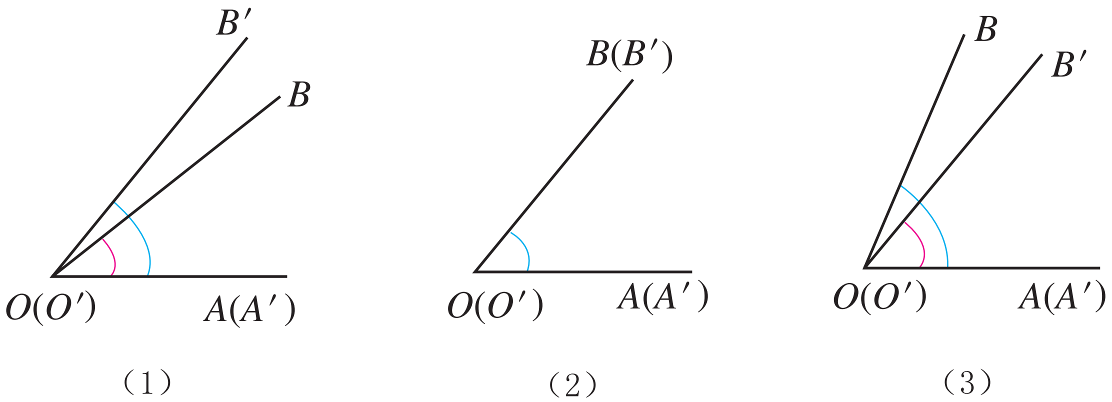


图 6.2-5

如图 6.2-6（1），有两个角$\angle 1$ 和$\angle 2$（$\angle 1>\angle 2$）. 把$\angle 2$ 移到$\angle 1$ 上，使它们的顶点重合，一边重合. 当$\angle 2$ 在$\angle 1$ 的外部时（图 6.2-6（2）），它们的另一边所成的角（如$\angle ABC$）是它们的和，记作$\angle ABC=\angle 1+\angle 2$；当$\angle 2$ 在$\angle 1$ 的内部时（图 6.2-6（3）），它们的另一边所成的角（如$\angle DEF$）是它们的差，记作$\angle DEF=\angle 1-\angle 2$.

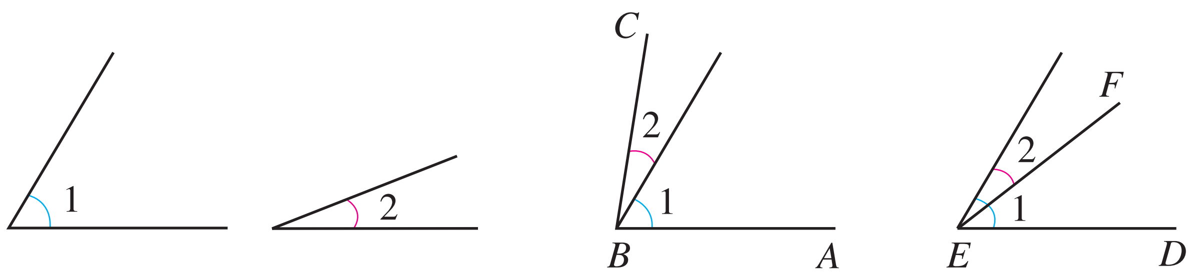


图 6.2-6

两个角的和、差的度数等于它们的度数的和、差.

例 1 如图 6.2-7，O 是直线 AB 上一点，$\angle AOC = 53°17'$，求$\angle BOC$ 的度数.

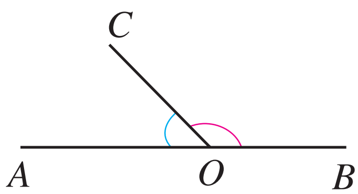


图 6.2-7

分析： AB 是直线，$\angle AOB$ 是平角. $\angle BOC$ 与$\angle AOC$ 的和是$\angle AOB$.

解： 由题意可知，$\angle AOB$ 是平角，$\angle AOB = \angle AOC + \angle BOC$.

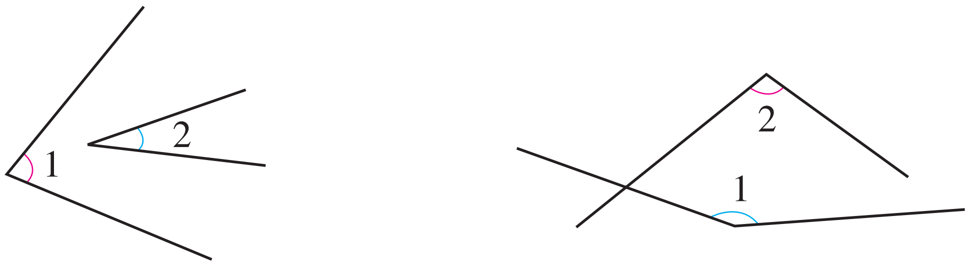
所以

$$\begin{aligned}\angle BOC &= \angle AOB - \angle AOC \\ &= 180° - 53°17' \\ &= 126°43'.\end{aligned}$$

这里的加与减，要将度与度、分与分、秒与秒分别相加、减，分秒相加时逢 60 要进位，相减时要借 1 作 60. 本题中应借 1°，化为 60′.

巩固运用6.7

1. 估计图中$\angle 1$与$\angle 2$的大小关系，并用适当的方法检验.



（第 1 题）

2. 计算：

（1）$48°39' + 67°31'$；（2）$41°12' - 11°27'$.

3. 如果$\angle 1 = \angle 2$，$\angle 2 = \angle 3$，那么$\angle 1$ $\underline{\qquad\qquad}$ $\angle 3$；

如果$\angle 1 > \angle 2$，$\angle 2 > \angle 3$，那么$\angle 1$ $\underline{\qquad\qquad}$ $\angle 3$.

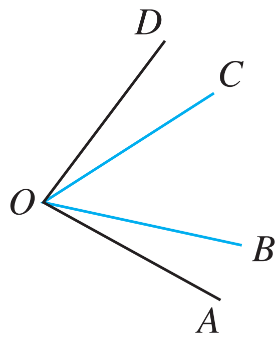
4. 按图填空：

（1）$\angle AOB + \angle BOC =$ $\underline{\qquad\qquad}$；

（2）$\angle AOC + \angle COD =$ $\underline{\qquad\qquad}$；

（3）$\angle BOD - \angle COD =$ $\underline{\qquad\qquad}$；

（4）$\angle AOD -$ $\underline{\qquad\qquad}$ $= \angle AOB$.



（第 4 题）

我们知道，线段的中点把线段分成相等的两条线段. 类似地，图 6.2-8 中，如果$\angle AOB = \angle BOC$，那么射线 OB 把$\angle AOC$ 分成两个相等的角. 一般地，从一个角的顶点出发，把这个角分成两个相等的角的射线，叫做这个角的**角的平分线**（angular bisector）. 如图 6.2-8，OB 是$\angle AOC$ 的平分

线．类似地，还有角的三等分线等．如图 6.2-9，OB，OC 是$\angle AOD$ 的三等分线．

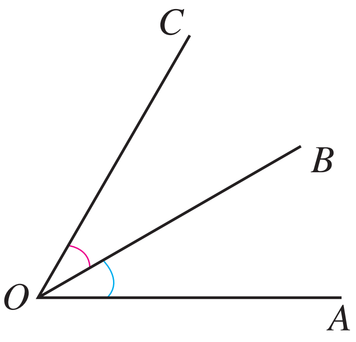


图 6.2-8

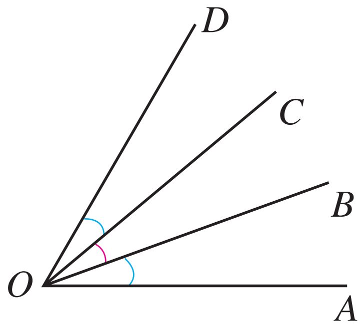


图 6.2-9

角有一条平分线，两条三等分线，三条四等分线，等等．

探究

通过折纸作任意一角的平分线．

如果两个$\angle 1$ 的和是$\angle 2$，那么$\angle 2$ 是$\angle 1$ 的 2 倍，记作$\angle 2=2\angle 1$，$\angle 1$ 是$\angle 2$ 的$\frac{1}{2}$，记作$\angle 1=\frac{1}{2}\angle 2$．同样地，有角的 3 倍和$\frac{1}{3}$，等等．例如，图 6.2-8 中，$\angle AOC=2\angle AOB=2\angle BOC$，$\angle AOB=\angle BOC=\frac{1}{2}\angle AOC$．特别地，周角的一半是平角，平角的一半是直角．

角的倍、分的度数等于它们的度数的倍、分．

例 2 把一个周角 7 等分，每一份是多少度的角（精确到分）？

解：$360^\circ \div 7 = 51^\circ + 3^\circ \div 7$

$= 51^\circ + 180' \div 7$

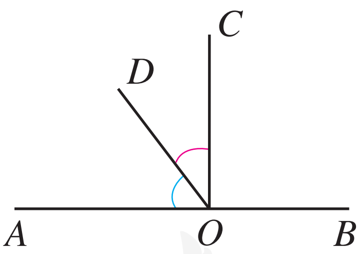
$\approx 51^\circ 26'$.

答：每份约是 $51^\circ 26'$ 的角.

> 注意度、分、秒是 60 进制的，要把剩余的度数化成分.

巩固运用6.8

1. 要把一个周角 8 等分，每一份的角是多少度？如果要使每份中的角是 15°，这个周角应分成多少份？
2. 如图，O 是直线 AB 上一点，OC 是 $\angle AOB$ 的平分线，$\angle COD = 31^\circ 28'$，求 $\angle AOD$ 的度数.



（第 2 题）

6.2.3 余角和补角

在一副三角尺中，每块都有一个角是 90°，而其他两个角的和是 90°（$30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$，$45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$）. 一般地，如图 6.2-10，如果两个角的和等于 90°（直角），就说这两个角互

为余角（complementary angle），即其中每一个角是另一个角的余角.

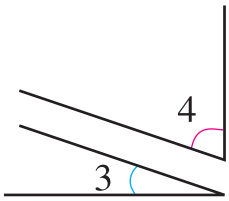


图 6.2-10

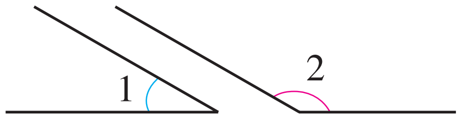


图 6.2-11

两个角互为余角简称为两个角互余，两个角互为补角简称为两个角互补.

类似地，如图 6.3-11，如果两个角的和等于 180°（平角），就说这两个角互为补角（supplementary angle），即其中一个角是另一个角的补角.

思考

$\angle 1$ 和 $\angle 2$，$\angle 3$ 都互为补角，$\angle 2$ 和 $\angle 3$ 的大小有什么关系？

$\angle 1$ 和 $\angle 2$，$\angle 3$ 都互为补角，那么 $\angle 2=180^\circ-\angle 1$，$\angle 3=180^\circ-\angle 1$，所以 $\angle 2=\angle 3$. 由此，我们得到关于补角的一个性质：

同角（等角）的补角相等.

对于余角也有类似的性质：

同角（等角）的余角相等.

例 3　如图 6.2-12，点 A，O，B 在同一条直线上，射线 OD 和射线 OE 分别平分$\angle AOC$ 和$\angle BOC$，图中哪些角互为余角？

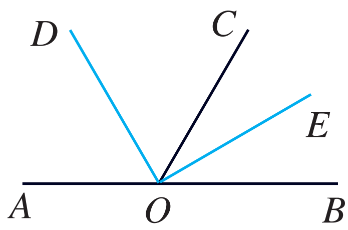


图 6.2-12

解： 因为点 A，O，B 在同一条直线上，所以$\angle AOC$ 和$\angle BOC$ 互为补角.

又因为射线 OD 和射线 OE 分别平分$\angle AOC$ 和$\angle BOC$，所以

$$\angle COD+\angle COE=\frac{1}{2}\angle AOC+\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}（\angle AOC+\angle BOC）=90°.$$

所以，$\angle COD$ 和$\angle COE$ 互为余角.

同理，$\angle AOD$ 和$\angle BOE$，$\angle AOD$ 和$\angle COE$，$\angle COD$ 和$\angle BOE$ 也互为余角.

例 4　如图 6.2-13（1），货轮 O 在航行过程中，发现灯塔 A 在它南偏东 60°的方向上. 同时，在它东北（即北偏东 45°）方向上又分别发现了客轮 B. 仿照表示灯塔方位的方法，画出表示客轮 B 方向的射线.

画法： 以点 O 为顶点，表示正北方向的射线为角的一边，画 45°的角，使它的另一边 OB 落在东和北之间. 射线 OB 的方向就是东北（即北偏东 45°）方向（图 6.2-13

（2））, 即客轮 B 所在的方向.

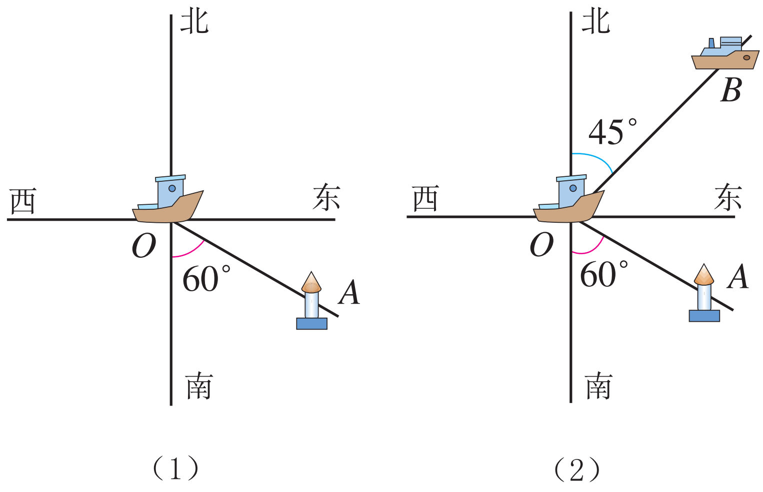


图 6.2-13

> 有时以正北、正南方向为基准，描述物体运动的方向，如“北偏东 30°”“南偏东 25°”.
>
> 表示方向的角在航行、测绘等工作中经常用到.

巩固运用6.9

1. 下列各角中，哪些互为余角？哪些互为补角？

   10°，30°，60°，80°，100°，120°，150°，170°.

2. （1）一个角是 $70°39'$，求它的余角和补角.

   （2）$\angle\alpha$ 的补角是它的 3 倍，$\angle\alpha$ 是多少度？

   （3）互余且相等的两个角，各是多少度？

   （4）一个锐角的补角比这个角的余角大多少度？

3. 按照上北下南，左西右东的规定画出表示东南西北的十字线，然后在图上画出表示下列方向的射线：

   （1）北偏西 30°；（2）南偏东 60°；（3）西南方向（南偏西 45°）.

数学活动

如图 1，许多艺术设计和图案设计都与星形有关.

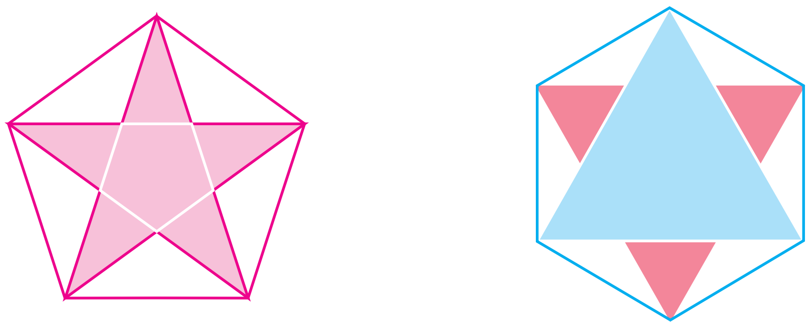


图 1

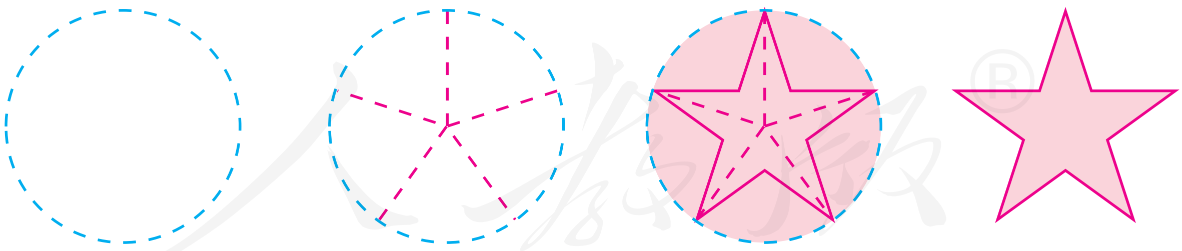
仿照下面的步骤画一个五角星（图 2）：

（1）任意画一个圆；

（2）以圆心为顶点，连续画 72°（即 360°÷5）的角，和圆相交于 5 点；

（3）连接每隔一点的两个点；

（4）擦去多余的线，就得到五角星.



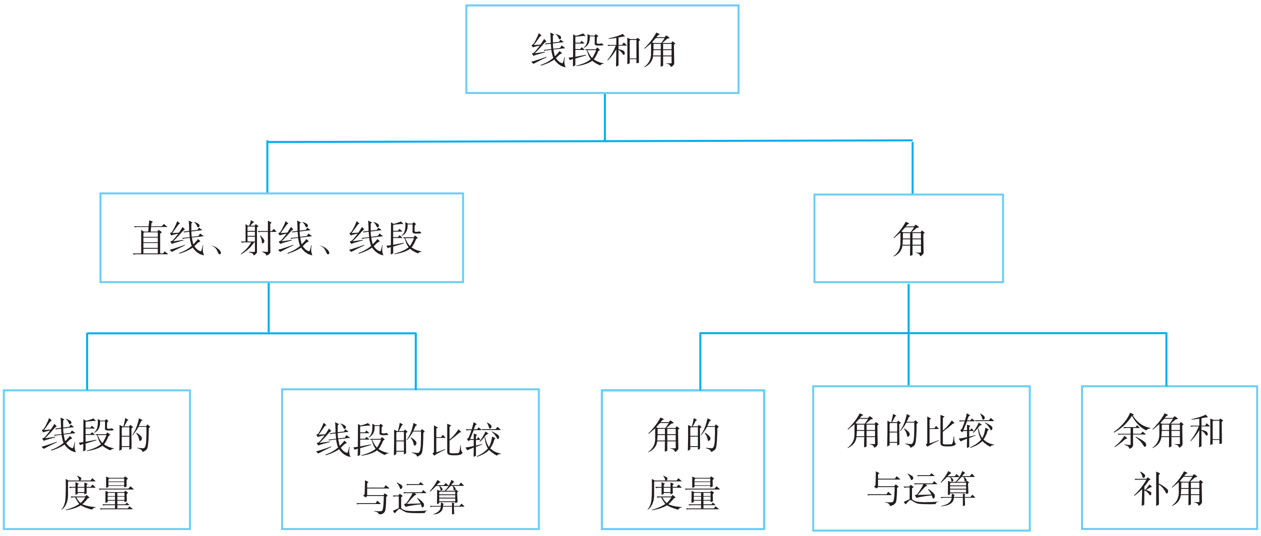
（1）　（2）　（3）　（4）

图 2

你能说出这种画法的道理吗？你还有其他画法吗？类似地，你能画出一个六角星吗？

小　结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

1. 本章学习几何图形中线段和角的基础知识，包括确定一条直线的基本事实，直线、射线、线段和角的表示，以及线段和角的度量、大小比较等. 这些知识都是进一步学习图形与几何知识的基础.

2. 在研究几何图形的过程中，我们常常采用类比的方法. 例如，类比线段的大小比较、线段中点研究角的大小比较、角平分线等. 类比的方法既引导我们发现问题，也帮助我们找到解决问题的途径.

3. 下面是本章学到的一些数学名词，你能简短地描述这些数学名词吗？你能画出图形来表示它们吗？

直线　射线　线段　角　余角　补角　角的平分线

4. 在本章中，关于直线和线段有哪些重要结论？

5. 本章学习了有关角的哪些知识？有哪些重要结论？

复习题 6

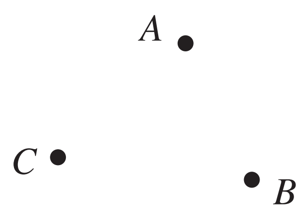
复习巩固

1. 如图，已知三点 A，B，C.

(1) 画直线 AB ；

(2) 画射线 AC；

(3) 连接 BC.



（第 1 题）

2. 读下列语句，并分别画出图形：

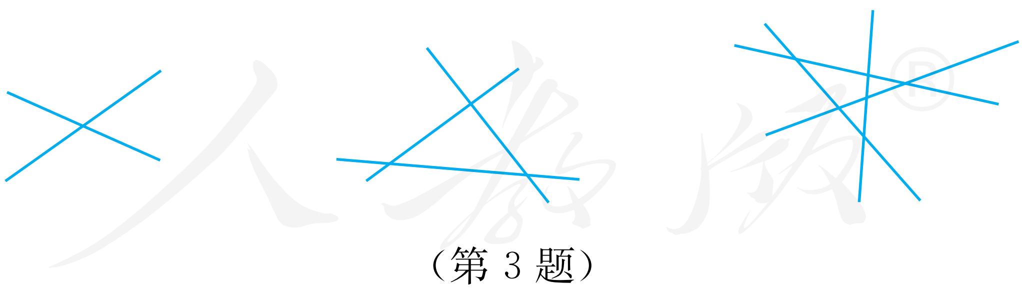
(1) 直线 l 经过 A，B，C 三点，并且点 C 在点 A 和 B 之间；

(2) 两条线段 m 与 n 相交于点 P；

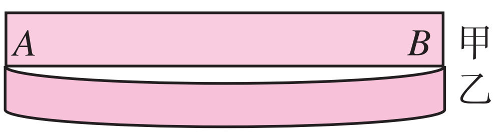
(3) P 是直线 a 外一点，过点 P 有一条直线 b 与直线 a 相交于点 Q；

(4) 直线 l，m，n 相交于点 Q.

3. 两条直线相交，有一个交点. 三条直线相交，最多有多少个交点？四条直线呢？你能发现什么规律吗？


（第 3 题）

4. 如图，将甲、乙两个尺子拼在一起，两端重合. 如果甲尺经校订是直的，那么乙尺是直的吗？为什么？



（第 4 题）

5. 把一个周角分成 12 等份，每等份的角有多大？

6. 判断题：

（1）锐角的补角一定是钝角；（　）

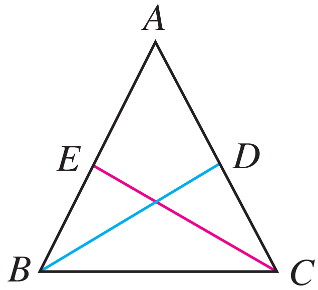
（2）一个角的补角一定大于这个角；（　）

（3）如果两个角是同一个角的补角，那么它们相等；（　）

（4）锐角和钝角互补.（　）

7. 已知$\angle\alpha$和$\angle\beta$互为补角，并且$\angle\beta$的一半比$\angle\alpha$小30°，求$\angle\alpha$，$\angle\beta$.

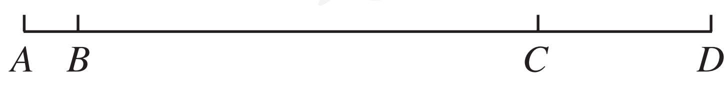
8. 如图，BD 和 CE 分别是$\angle ABC$和$\angle ACB$的平分线，$\angle DBC=\angle ECB=31^\circ$，求$\angle ABC$和$\angle ACB$的度数.



（第 8 题）

综合运用

9. 如图，已知 $AD=76$ mm，$BD=70$ mm，$CD=19$ mm，求 AB 和 BC 的长.



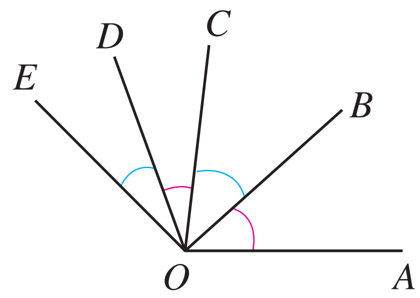
（第 9 题）

10. 用三角尺画出75°，105°，15°的角.

11. 如图，OB 是$\angle AOC$的平分线，OD 是$\angle COE$的平分线.

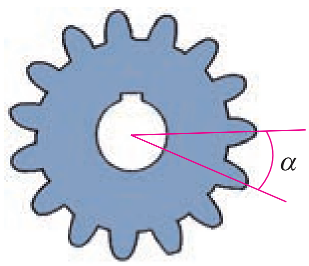
（1）如果 $\angle AOB=40^\circ$，$\angle DOE=30^\circ$，那么 $\angle BOD$ 是多少度？

（2）如果 $\angle AOE=140^\circ$，$\angle COD=30^\circ$，那么 $\angle AOB$ 是多少度？



（第 11 题）

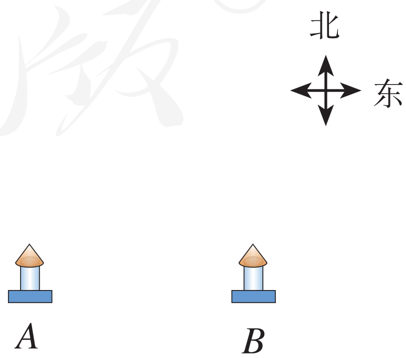
12. 如图，一个齿轮有 15 个齿，每相邻两齿中心线间的夹角都相等，这个夹角是多少度？如果是 22 个齿的齿轮，这个夹角又是多少度（精确到分）？



（第 12 题）

拓广探索

13. 如图，A 地和 B 地都是海上观测站，从 A 地发现它的北偏东 60° 方向有一艘船，同时，从 B 地发现这艘船在它的北偏东 30° 方向．试在图中确定这艘船的位置．



（第 13 题）

部分中英文词汇索引

SHUXUE

人教版®

中国环境标志

CHINA ENVIRONMENTAL LABELLING

绿色印刷产品

ISBN 978-7-107-50056-9

9 787107 500569 >

定价：15.40元