义务教育教科书（五·四学制）

责任编辑：孙金栋
封面设计：武　斌
王　琦
丽　子

绿色印刷产品

义务教育教科书（五 · 四学制）　数学　七年级　上册
价格批准文号：鲁发改价格核（2021）607008
举报电话：12345

ISBN 978-7-5328-7777-5
定价：10.88元

义务教育教科书（五·四学制）
数学
七年级 上册
山东教育出版社

教育部审定
2013

义务教育教科书
（五 · 四学制）

数学

七年级　上册

山东教育出版社

教育部审定 2013

义务教育教科书

（五·四学制）

数学

七年级 上册

山东教育出版社

YIWU JIAOYU JIAOKESHU（WU · SI XUEZHI）
SHUXUE
QI NIANJI　SHANG CE
义务教育教科书（五 · 四学制）
数学
七年级　上册
*
山东出版传媒股份有限公司
山东教育出版社出版
（济南市市中区二环南路 2066 号 4 区 1 号）
山东新华书店集团有限公司发行
莱芜凤城印务有限公司印装
*
开本：787 毫米 × 1092毫米　1/16
印张：11.75　字数：235 千
定价：10.88 元（上光）
ISBN 978-7-5328-7777-5
2013 年 7 月第 1 版　2021 年 7 月第 9 次印刷

走进数学新天地

亲爱的同学：

欢迎你步入七年级！

六年级的数学学习，使你切实感受到生活中处处都有数学的身影：生活充满了数学，数学伴随着生活。一年来，你学习了许多新知识：有理数及其运算、整式及其加减、一元一次方程……它们给你带来惊喜不断，使你在知识与能力上接受了挑战。六年级，你收获多多！

在本册教科书中，你将要认识许多新的图形，探索三角形全等的条件和轴对称的性质，并运用这些知识解决实际的问题，设计精美的图案。

不能过河又没有任何测量工具，两位同学却算出了河宽，你是否感觉到异常奇妙！

“对称”在你身边无处不闪现着她的倩影，给你带来艺术享受的同时，也装点着我们的生活空间。

勾股定理是一个古老的定理，对它的探索，你会领略到前人的奇思妙想及折射出的智慧火花。

你会经历一次“数的扩张”——从有理数到实数，从中你将认识“数”这一家族中的新成员。

从“数”“形”两个角度认识一次函数，掌握确定位置的基本方法……

上述知识你感到新奇吗？走进数学新天地，探索其中的奥秘吧！

学习中面对新的问题情境，先动脑想一想，动手做一做，尝试找出解决问题的方案，再与同伴议一议。改善学习方式，养成良好学习习惯，你会终生受益。

让数学伴随着你一同成长！

目 录 MULU

第一章　三角形

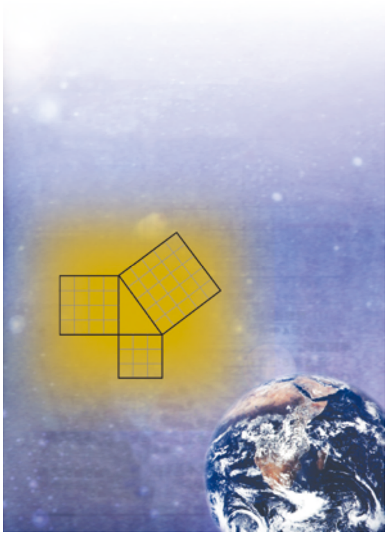
1　认识三角形 …………………… 2
2　图形的全等 …………………… 15
3　探索三角形全等的条件 ……… 19
4　三角形的尺规作图 …………… 30
5　利用三角形全等测距离 ……… 33
回顾与思考 ……………………… 35
复习题 …………………………… 35

第二章　轴对称

1　轴对称现象 …………………… 40
2　探索轴对称的性质 …………… 43
3　简单的轴对称图形 …………… 46
4　利用轴对称进行设计 ………… 55
回顾与思考 ……………………… 58
复习题 …………………………… 58

综合与实践

七巧板 …………………………… 62



第三章　勾股定理

1　探索勾股定理 ………………… 66

2　一定是直角三角形吗 ………… 73

3　勾股定理的应用举例 ………… 77

回顾与思考 ……………………… 81

复习题 …………………………… 81

第四章　实数

1　无理数 ………………………… 86

2　平方根 ………………………… 90

3　立方根 ………………………… 95

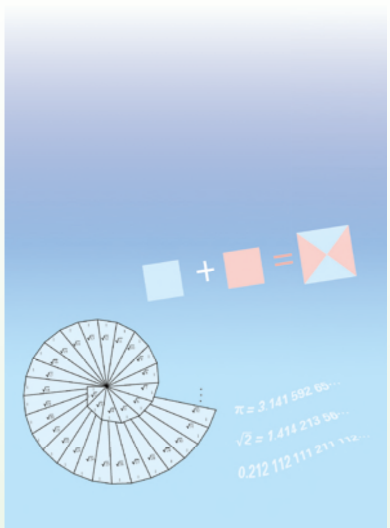
4　估算 …………………………… 98

5　用计算器开方 ……………… 101

6　实数 ………………………… 103

回顾与思考 …………………… 108

复习题 ………………………… 108



综合与实践

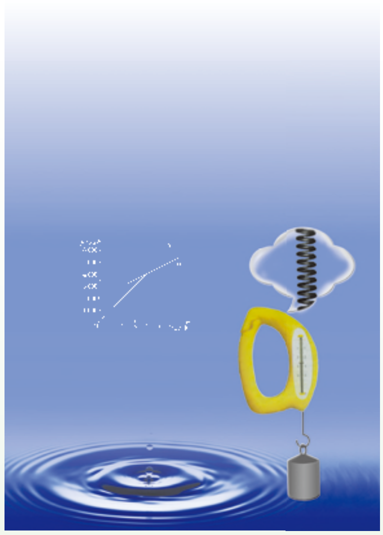
计算器运用与功能探索 ……… 111

第五章　位置与坐标

1　确定位置 ………………………… 114
2　平面直角坐标系 ……………… 118
3　轴对称与坐标变化 …………… 132
回顾与思考 ………………………… 139
复习题 ……………………………… 139

第六章　一次函数

1　函数 ……………………………… 144
2　一次函数 ………………………… 148
3　一次函数的图象 ……………… 152
4　确定一次函数的表达式 ……… 159
5　一次函数的应用 ……………… 161
回顾与思考 ………………………… 168
复习题 ……………………………… 169



总复习题

总复习题 …………………… 174

第一章　三角形

院子的栅栏门，为什么钉上一根木条就结实、稳定了呢?

在不能过河测量又没有任何测量工具的条件下，两位同学测出了河宽，你想知道这两位同学是怎样测量的吗?

本章我们将学习三角形的基本性质，探索三角形全等的条件，并利用这些结果解决一些实际问题.

学习目标

- 认识三角形
- 探索三角形全等的条件，并体会分类思想
- 利用尺规作三角形
- 运用三角形全等解决一些实际问题，感受数学与生活实际的密切联系
- 进一步积累活动经验，发展推理能力

1 认识三角形

观察下面的屋顶框架图：

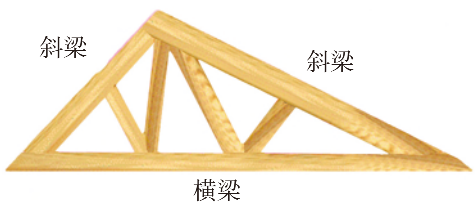


图 1–1

（1）从图 1–1 中找出 4 个三角形.

（2）这些三角形有什么共同的特点？

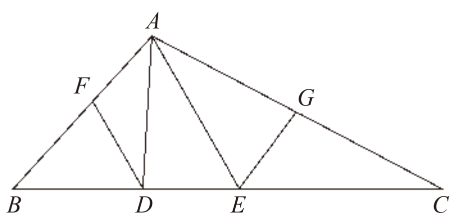


图 1–2

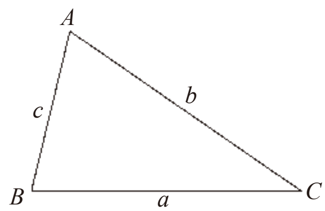


图 1–3

由不在同一直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做**三角形**（triangle）. 三角形有三条边、三个内角和三个顶点. “三角形”可以用符号“△”表示，如图 1–2 中顶点是 A，B，C 的三角形，记作“$\triangle ABC$”. $\triangle ABC$ 的三边有时也用 a，b，c 来表示. 如图 1–3 中，顶点 A 所对的边 BC 用 a 表示，边 AC、边 AB 分别用 b，c 来表示.

做一做

我们知道，将一个三角形的三个角撕下来，拼在一起，可以得到三角形的内角和为 180°.

小明只撕下三角形的一个角，也得到了上面的结论，他是这样做的：

（1）剪一个三角形纸片，它的三个内角分别为∠1，∠2 和∠3（如图 1–4）.

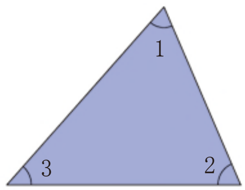


图 1–4

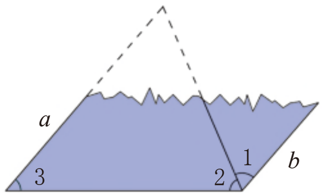


图 1–5

（2）将∠1 撕下，按图 1–5 所示进行摆放，其中∠1 的顶点与∠2 的顶点重合，∠1 的一条边与∠2 的一条边重合.

此时∠1 的另一条边 b 与∠3 的一条边 a 平行吗？为什么？

（3）如图 1–6 所示，将∠3 与∠2 的公共边延长，它与 b 所夹的角为∠4. ∠3 与∠4 的大小有什么关系？为什么？

现在，你得到这个三角形的内角和了吗？

自己剪一个三角形纸片，重复上面的过程，你得到同样的结论了吗？与同伴进行交流.

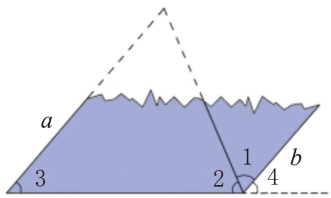


图 1–6

三角形三个内角的和等于 180°.

例 1 如图 1–7，在△ABC 中，$\angle B=3\angle A$，$\angle C=5\angle A$，求$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的度数.

解： 因为三角形三个内角的和等于 180°，

所以 $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$.

所以 $\angle A+3\angle A+5\angle A=180^\circ$，

即 $9\angle A=180^\circ$.

所以 $\angle A=20^\circ$，$\angle B=3\times20^\circ=60^\circ$，$\angle C=5\times20^\circ=100^\circ$.

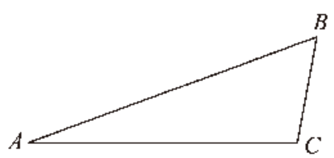


图 1–7

做一做

在$\triangle ABC$中：

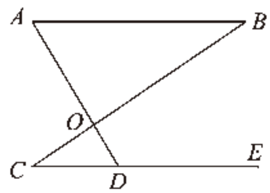
（1）如果$\angle A+\angle B=\angle C$，那么$\angle C$等于多少度？

（2）如果$\angle A+\angle B=2\angle C$，那么$\angle C$等于多少度？

随堂练习

1. 在$\triangle ABC$中，$\angle A=70°$，$\angle B=\angle C$. 求$\angle C$的度数.

2. 如图，已知AD与BC相交于点O，E为CD延长线上的一点，$\angle B=35°$，$\angle AOB=85°$，$\angle ODE=120°$. AB与CD是否平行？为什么？

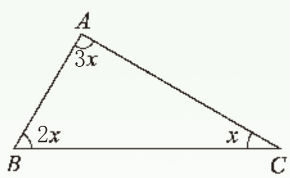


（第2题）

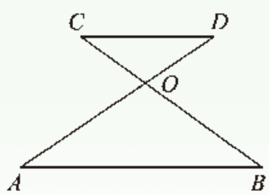
习题 1.1

知识技能

1. 如图，求$\triangle ABC$各内角的度数.



（第1题）



（第2题）

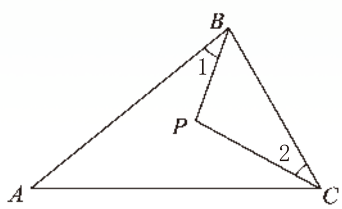
2. 如图，AD与BC相交于点O.

（1）如果$\angle A=\angle C$，那么$\angle B$等于$\angle D$吗？为什么？

（2）如果$\angle A=\angle B$，$\angle C=\angle D$，那么AB与CD平行吗？为什么？

数学理解

3. 如图，点P是$\triangle ABC$内一点，$\angle ABC=80°$，$\angle 1=\angle 2$. 求$\angle P$的度数.

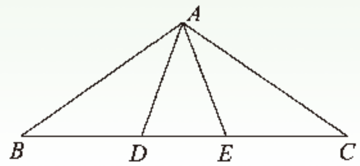


（第3题）

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC : \angle B : \angle C = 3 : 1 : 1$，$AD$，$AE$ 将 $\angle BAC$ 三等分，点 D，E 在 BC 上.

（1）求 $\angle ADE$ 的度数；

（2）写出图中所有有两个内角相等的三角形.



（第 4 题）

议一议

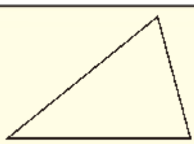
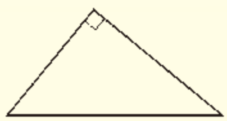
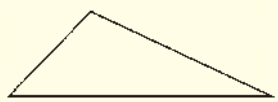
（1）图 1–8（1）中小明所拿三角形被遮住的两个内角是什么角？小颖的呢？试着说明理由.

（2）图 1–8（2）中三角形被遮住的两个内角可能是什么角？将所得结果与（1）的结果进行比较.


（1）　　（2）

图 1–8

我们可以按三角形内角的大小把三角形分为三类：

		
锐角三角形 (acute triangle) 三个内角都是锐角	**直角三角形** (right triangle) 有一个内角是直角	**钝角三角形** (obtuse triangle) 有一个内角是钝角

通常，我们用符号“Rt$\triangle ABC$”表示“直角三角形 ABC”. 如图1–9，把直角所对的边称为直角三角形的斜边（hypotenuse），夹直角的两条边称为直角边（leg）.

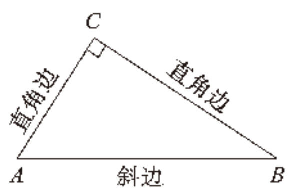


图 1–9

那么，直角三角形两个锐角之间有什么关系呢？

直角三角形的两个锐角互余.

想一想

如果一个三角形有两个角互余，这个三角形是直角三角形吗？

例 2 如图 1−10，在 $\triangle ABC$ 中，D 为 BC 上的一点，$\angle ADB=90^\circ$，$\angle 1=\angle B$. 若按角分类，$\triangle ABC$ 是什么形状的三角形？为什么？

解： $\triangle ABC$ 是直角三角形. 理由如下：

因为 $\angle ADB=90^\circ$，

所以 $\triangle ADB$ 是直角三角形.

所以 $\angle B+\angle 2=90^\circ$.

又因为 $\angle 1=\angle B$，

所以 $\angle BAC=\angle 1+\angle 2=\angle B+\angle 2=90^\circ$.

所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

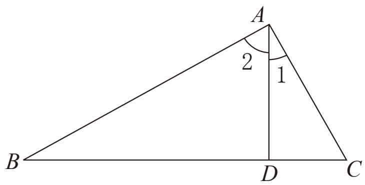
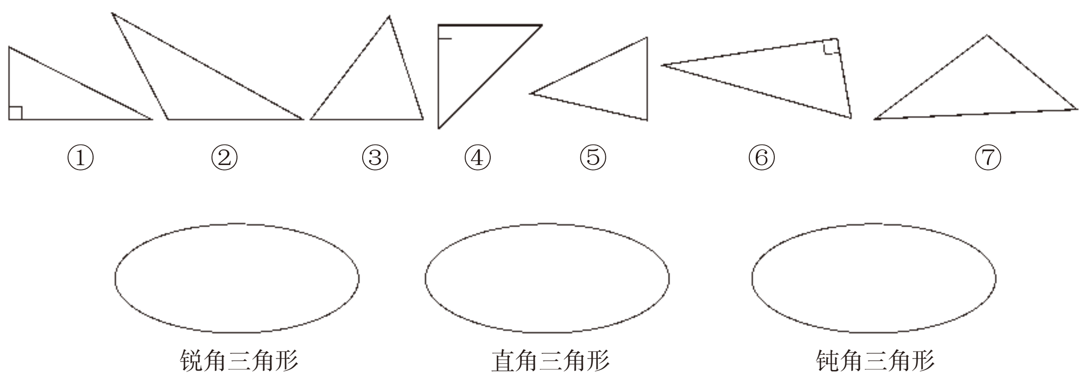


图 1−10

随堂练习

1. 观察下面的三角形，并把它们的标号填入相应的圈内.



（第 1 题）

2. 一个三角形两个内角的度数分别如下，这个三角形是什么三角形？

（1）30° 和 60°；　　（2）40° 和 70°；　　（3）50° 和 20°.

习题 1.2

知识技能

1. 在下面的空白处，分别填入“锐角”“钝角”或“直角”：

（1）如果三角形的三个内角都相等，那么这个三角形是________三角形；

（2）如果三角形的一个内角等于另外两个内角之和，那么这个三角形是________三角形；

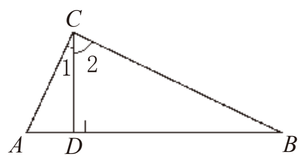
（3）如果三角形的两个内角都小于 45°，那么这个三角形是________三角形.

2. 在直角三角形中，有一个锐角是另一个锐角的 2 倍，求这个锐角的度数.

3. 如图，已知 $\angle ACB = 90°$，$CD \perp AB$，垂足是 D.

（1）图中有几个直角三角形？是哪几个？分别说出它们的直角边和斜边；

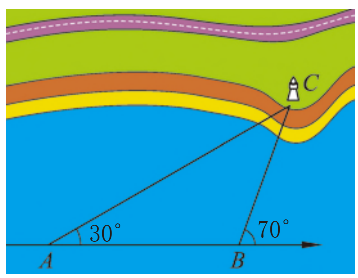
（2）$\angle 1$ 和 $\angle A$ 有什么关系？$\angle 2$ 和 $\angle A$ 呢？



（第 3 题）

问题解决

4. 如图，一艘轮船按箭头所示方向行驶，C 处有一灯塔，轮船行驶到哪一点时距离灯塔最近？当轮船从 A 点行驶到 B 点时，$\angle ACB$ 的度数是多少？当轮船行驶到距离灯塔的最近点时呢？



（第 4 题）

观察图 1−11 中的三角形，你能发现它们各自的边长之间有什么关系吗？

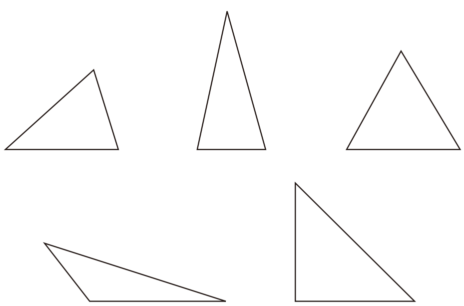


图 1−11

有两边相等的三角形叫做等腰三角形，如图 1-12.

三边都相等的三角形叫做等边三角形，也叫做正三角形.

两条直角边相等的直角三角形叫做等腰直角三角形.

图 1-12

议一议

（1）元宵节的晚上，房梁上亮起了彩灯（如图 1-13），装有黄色彩灯的电线与装有红色彩灯的电线哪根长呢？说明你的理由.

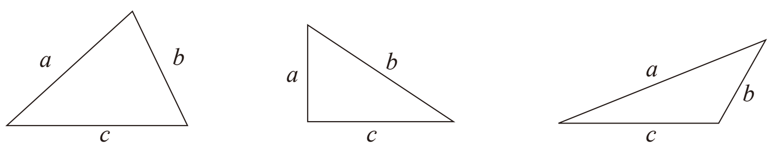
（2）在一个三角形中，任意两边之和与第三边的长度有怎样的关系？为什么？

图 1-13

三角形任意两边之和大于第三边.

做一做

分别量出下面三个三角形的三边长度，并填入空格内.



（1）　　（2）　　（3）

图 1-14

（1）$a=$ ________，　（2）$a=$ ________，　（3）$a=$ ________，

$b=$ ________，　$b=$ ________，　$b=$ ________，

$c=$ ________；　$c=$ ________；　$c=$ ________.

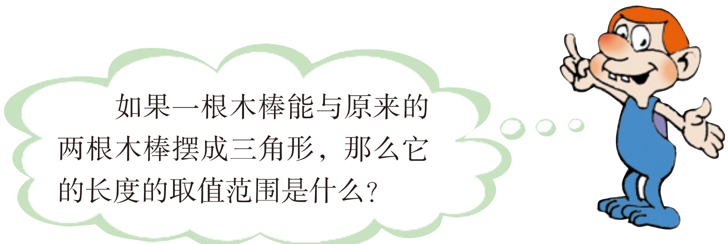
计算每个三角形的任意两边之差，并与第三边比较，你能得到什么结论？再画一些三角形试一试.

三角形任意两边之差小于第三边.

例 3 有两根长度分别为 5 cm 和 8 cm 的木棒，用长度为 2 cm 的木棒与它们能摆成三角形吗？为什么？用长度为 13 cm 的木棒呢？

解： 取长度为 2 cm 的木棒时，由于 $2+5=7<8$，出现了两边之和小于第三边的情况，所以它们不能摆成三角形.

取长度为 13 cm 的木棒时，由于 $5+8=13$，出现了两边之和等于第三边的情况，所以它们也不能摆成三角形.



随堂练习

1. 三角形两边长分别为 3 和 5，第三边的长可以是 8 吗？可以是 2 吗？说说你的理由.

2. 在 $\triangle ABC$ 中，$a=4$，$b=2$，若第三边 c 的长是偶数，求 c 的长.

习题 1.3

知识技能

1. 下列每组数分别是三根小木棒的长度，用它们能摆成三角形吗？实际摆一摆，验证你的结论.

（1）3 cm，4 cm，5 cm；（2）8 cm，7 cm，15 cm；

（3）12 cm，12 cm，20 cm；（4）5 cm，5 cm，11 cm.

问题解决

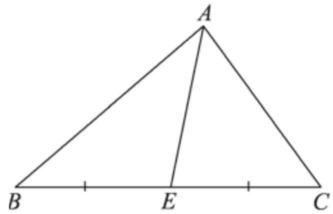
2. 等腰三角形一边长 9 cm，另一边长 4 cm，它的第三边长是多少？为什么？

3. 小亮想用长度均为奇数的三根木棒搭一个三角形，其中两根木棒的长度分别为 9 cm 和 3 cm，第三根木棒的长度可以为多少？

如图 1−15，用铅笔可以支起一张均匀的三角形卡片.

你知道怎样确定这个支撑点的位置吗?

图 1−15



$BE=EC$

图 1−16

在三角形中，连接一个顶点与它对边中点的线段，叫做这个**三角形的中线**（median）. 如图 1−16，AE 是 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的中线.

议一议

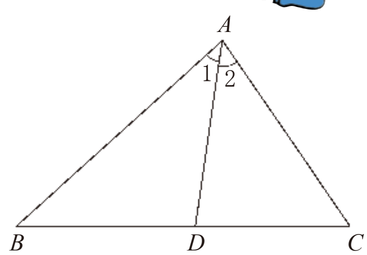
（1）在纸上画出一个锐角三角形，并画出它的三条中线，它们有怎样的位置关系？与同伴进行交流.

（2）钝角三角形和直角三角形的三条中线也有同样的位置关系吗？折一折，画一画，并与同伴进行交流.

三角形的三条中线交于一点.

这个点叫做三角形的**重心**.

在三角形中，一个内角的角平分线与它的对边相交，这个角的顶点与交点之间的线段叫做**三角形的角平分线**. 如图 1−17，AD 是 $\triangle ABC$ 的一条角平分线.



$\angle 1=\angle 2$

图 1−17

做一做

每人准备锐角三角形、钝角三角形和直角三角形纸片各一张.

（1）你能分别画出这三个三角形的三条角平分线吗？

（2）你能用折纸的办法得到它们吗？

（3）在每个三角形中，三条角平分线之间有怎样的位置关系？

将你的结果与同伴进行交流.

三角形的三条角平分线交于一点.

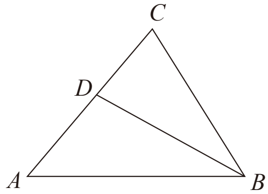
随堂练习

1. 填空：

（1）AE 是 $\triangle ABC$ 的中线，那么 $BE=$______ $=$ ______BC；

（2）AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，那么 $\angle BAD=$ ________ $=\frac{1}{2}$ ________.

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=50^\circ$，$\angle C=72^\circ$，BD 是 $\triangle ABC$ 的一条角平分线，求 $\angle ABD$ 的度数.



（第 2 题）

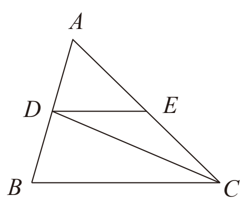
习题 1.4

知识技能

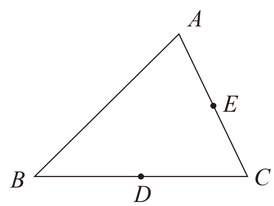
1. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=60^\circ$，$\angle B=45^\circ$，AD 是 $\triangle ABC$ 的一条角平分线. 求 $\angle ADB$ 的度数.

问题解决

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=62^\circ$，$\angle B=74^\circ$，CD 是 $\angle ACB$ 的平分线，点 E 在 AC 上，且 $DE/\!/BC$. 求 $\angle EDC$ 的度数.



（第 2 题）



（第 3 题）

※**3.** 如图，在△ABC 中，D，E 分别是 BC，AC 边的中点，怎样用直尺画出 AB 边的中点？画画看.

如图 1–18 所示，三角形房梁中，立柱与横梁有什么特殊的位置关系？

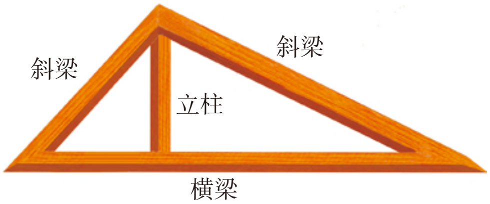


图 1–18

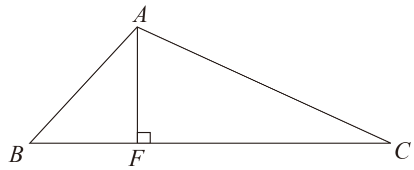


图 1–19

从三角形的一个顶点向它的对边所在直线作垂线，顶点和垂足之间的线段叫做**三角形的高线**，简称**三角形的高**（height）. 如图 1–19，线段 AF 是△ABC 的 BC 边上的高.

想一想

分别指出图 1–20 中△ABC 的三条高.

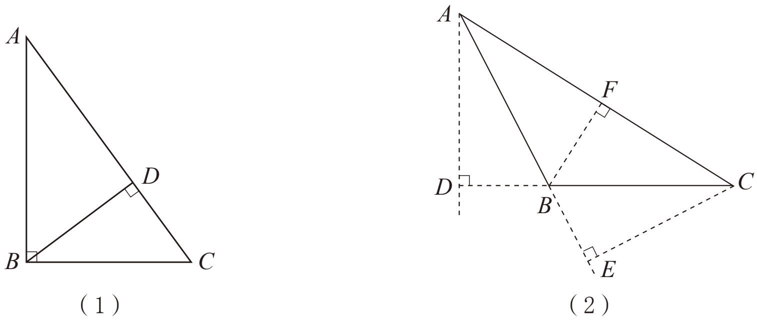


图 1–20

做一做

每人准备一张锐角三角形纸片.

（1）你能画出这个三角形的三条高吗？你能用折纸的方法得到它们吗？

（2）这三条高之间有怎样的位置关系？

将你的结果与同伴进行交流.

议一议

（1）对于直角三角形，上面的结论还成立吗？结合图1−20（1）加以说明；

（2）对于钝角三角形，上面的结论还成立吗？请在图1−20（2）中延长这三条高，看看它们是否交于一点.

三角形的三条高所在的直线交于一点.

例4 如图1−21，AD是$\triangle ABC$的中线，$AF\perp BC$，垂足是点F.

（1）AF是图中哪几个三角形的高？

（2）图中哪两个三角形的面积相等？请说明理由.

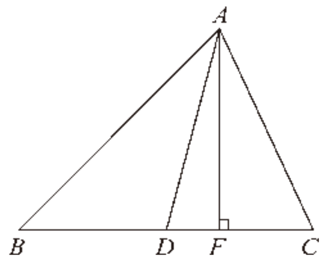


图 1−21

解：（1）AF是$\triangle ABC$，$\triangle ABD$，$\triangle ABF$，$\triangle ADF$，$\triangle ADC$和$\triangle AFC$的高.

（2）$\triangle ABD$与$\triangle ACD$的面积相等. 理由如下：

因为 $BD=DC$，

所以 $\frac{1}{2}BD\cdot AF=\frac{1}{2}DC\cdot AF$.

由三角形的面积公式可知，$\triangle ABD$与$\triangle ACD$的面积相等.

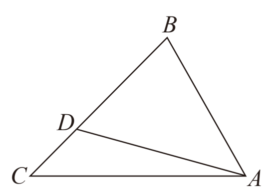
随堂练习

1. 如图，在$\triangle ABC$中，D是BC边上的一点.

（1）画出$\triangle ABD$中BD边上的高；

（2）画出$\triangle ACD$中CD边上的高；

（3）若$BD=2CD$，$\triangle ABD$与$\triangle ACD$的面积有什么关系？



（第1题）

2. 两人一组，画出对方所给出的三角形的三条高.

读一读

计算机帮你做试验

我们在前面学习了“三角形的内角和等于 180°”，“三角形的三条角平分线、三条中线、三条高所在的直线分别交于一点”. 这些结论的正确性都可以在计算机上用“几何画板”等软件加以验证.

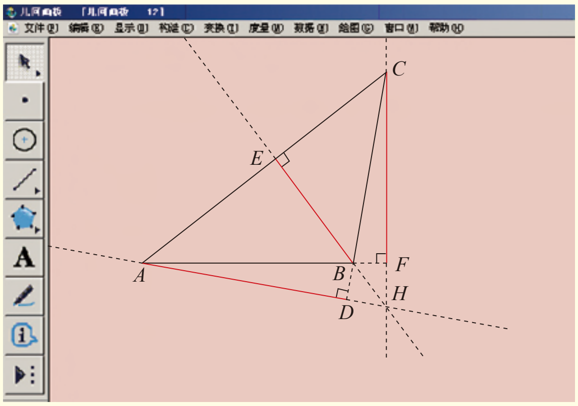


图 1–22

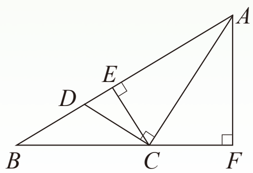
你可以在计算机上做下面的验证工作：打开“几何画板”的绘图窗口，先任意画一个 $\triangle ABC$，再分别自顶点 A，B，C 作对边所在直线的垂线，垂足分别为 D，E，F，则线段 AD，BE，CF 是 $\triangle ABC$ 的三条高. 我们发现线段 AD，BE，CF 所在的直线交于一点 H（如图 1–22）. 拖动点 A，B，C 中的任意一点，线段 AD，BE，CF 所在的直线始终交于一点，这说明了什么？这说明：三角形的三条高所在的直线交于一点.

类似地，你还可以验证“三角形的三条中线交于一点”和“三角形的三条角平分线交于一点”.

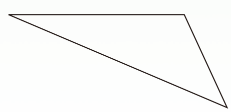
习题 1.5

知识技能

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，BC 边上的高是______，AB 边上的高是______；在 $\triangle BCE$ 中，BE 边上的高是______，EC 边上的高是______；在 $\triangle ACD$ 中，AC 边上的高是______，CD 边上的高是______.



（第 1 题）

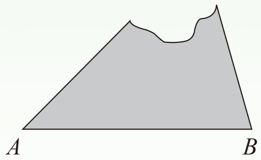


（第 2 题）

2. 画出图中三角形的三条高.

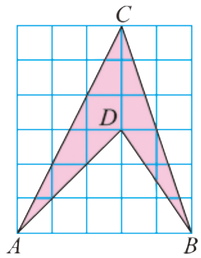
问题解决

3. 一个缺角的三角形残片如图所示，请你画出 AB 边上的高所在的直线. 你是怎样画的？



（第 3 题）

4. 如图所示是边长为 1 的正方形网格，点 A，B，C，D 都在格点上. 求图中阴影部分的面积.

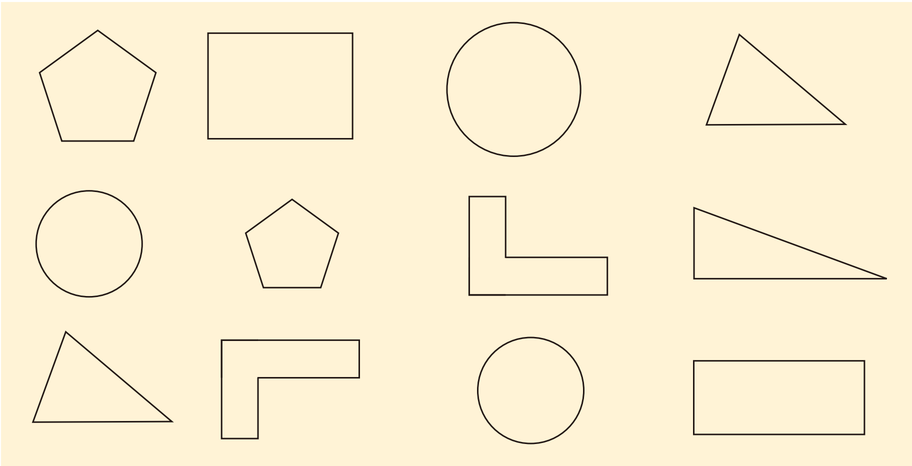


（第 4 题）

2 图形的全等

观察图 1−23 中的几组图形：

（1）



（2）

图 1-23

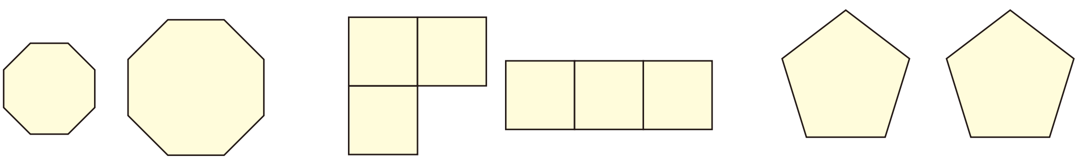
这些图形中，有些是完全一样的. 如果把它们叠在一起，它们就能重合. 你能分别从图中找出完全一样的图形吗？

能够完全重合的两个图形称为**全等图形**（congruent figures）.

议一议

（1）你能说出生活中全等图形的例子吗？

（2）观察图 1-24 中的三组图形，它们是不是全等图形？为什么？与同伴进行交流.



（1）　　　　（2）　　　　（3）

图 1-24

（3）如果两个图形全等，它们的形状和大小一定都相同吗？

全等图形的形状和大小都相同.

能够完全重合的两个三角形叫做**全等三角形**. 例如，在图 1-25 中，$\triangle ABC$

与$\triangle DEF$能够完全重合，它们是全等的. 其中，顶点A，D重合，它们是对应顶点；AB边与DE边重合，它们是对应边；$\angle A$与$\angle D$重合，它们是对应角. $\triangle ABC$与$\triangle DEF$全等，我们把它记作“$\triangle ABC \cong \triangle DEF$”. 记两个三角形全等时，通常把表示对应顶点的字母写在对应的位置上.

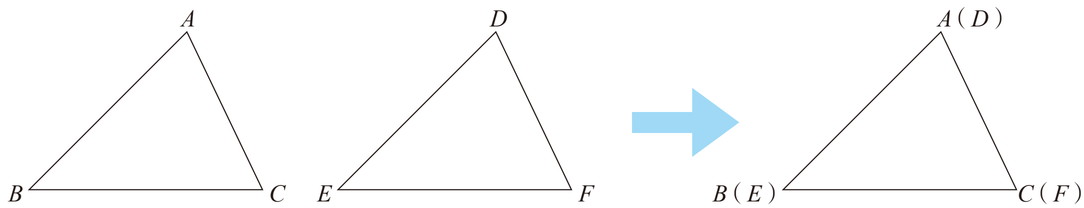


图 1-25

你能找出图 1-25 中其他的对应顶点、对应边和对应角吗?

全等三角形的对应边相等，对应角相等.

例 如图 1-26，$\triangle ABC \cong \triangle BAD$，说出它们的对应边和对应角.

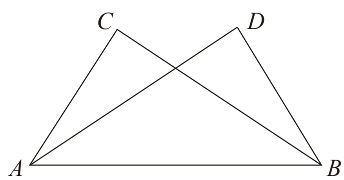


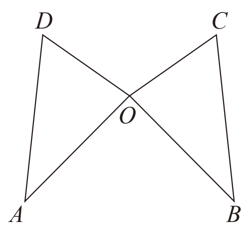
图 1-26

解： AC与BD，BC与AD，AB与BA是对应边.

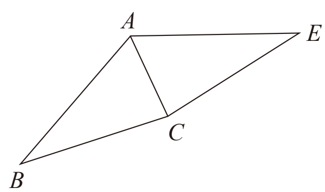
$\angle ABC$与$\angle BAD$，$\angle BAC$与$\angle ABD$，$\angle C$与$\angle D$是对应角.

随堂练习

1. 如图，$\triangle AOD \cong \triangle BOC$，写出其中相等的角.



（第 1 题）



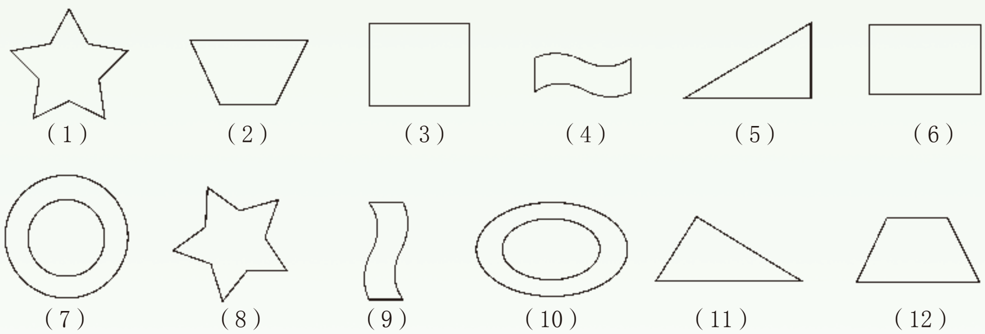
（第 2 题）

2. 如图，已知$\triangle ABC \cong \triangle AEC$，$\angle B=30^\circ$，$\angle ACB=85^\circ$，求出$\triangle AEC$各内角的度数.

习题 1.6

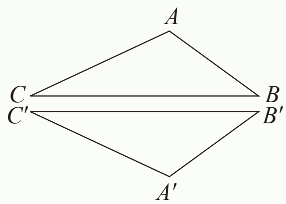
知识技能

1. 下面图形中有哪些是全等的？



（第 1 题）

2. 如图，$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$，$\angle C=25^\circ$，$BC=6\,\text{cm}$，$AC=4\,\text{cm}$，你能得出 $\triangle A'B'C'$ 中哪些角的大小、哪些边的长度？

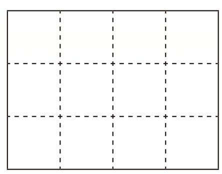


（第 2 题）

问题解决

3. 一个风筝如图所示，请在风筝图中找出 3 对全等三角形，并指出它们的对应边和对应角（可以在图中标注字母）.

（第 3 题）



（第 4 题）

4. 沿着图中的虚线，用三种方法将上面的图形划分为两个全等的图形.

3 探索三角形全等的条件

要画一个三角形与小明画的三角形全等，需要几个与边或角的大小有关的条件呢？一个条件、两个条件、三个条件……

做一做

1. 只给一个条件（一条边或一个角）画三角形时，大家画出的三角形一定全等吗？

2. 给出两个条件画三角形时，有几种可能的情况？每种情况下画出的三角形一定全等吗？分别按照下面的条件做一做.

（1）三角形的一个内角为 30°，一条边为 3 cm；

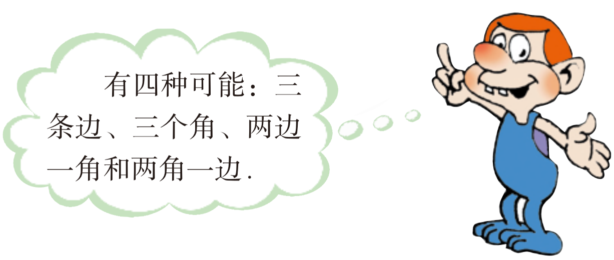
（2）三角形的两个内角分别为 30° 和 50°；

（3）三角形的两条边分别为 4 cm，6 cm.

只给出一个条件或两个条件时，都不能保证所画出的三角形一定全等.

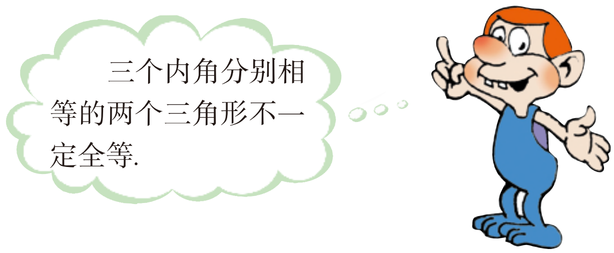
议一议

如果给出三个条件画三角形，那么有哪几种可能的情况？



做一做

（1）已知一个三角形的三个内角分别为 40°，60° 和 80°，你能画出这个三角形吗？把你画的三角形与同伴画的进行比较，它们一定全等吗？



（2）用三根长度分别为 4 cm，5 cm 和 7 cm 的木棒摆一个三角形，把你摆出的三角形与同伴摆出的进行比较，它们一定全等吗？

三边分别相等的两个三角形全等.
简写为“边边边”或“SSS”.

由上面的结论可知，只要三角形三边的长度确定了，这个三角形的形状和大小就完全确定了. 图 1–27 是用三根木条钉成的一个三角形框架，它的大小和形状是固定不变的，三角形的这个性质叫做三角形的稳定性. 图 1–28 是用四根木条钉成的框架，它的形状是可以改变的，它不具有稳定性.


图 1–27

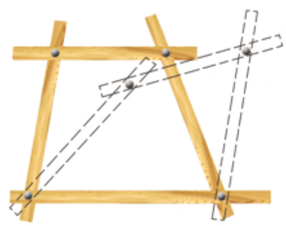
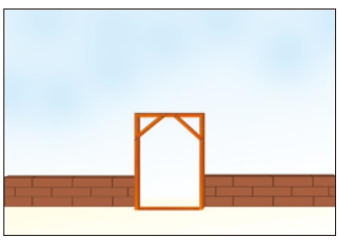


图 1–28

在生活中，我们经常会看到应用三角形稳定性的例子（如下图）.



你还能举出一些其他的例子吗？

例 1 如图 1−29，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，AD是中线. $\triangle ABD$与$\triangle ACD$全等吗？为什么？

解：$\triangle ABD \cong \triangle ACD$. 理由如下：

在$\triangle ABD$与$\triangle ACD$中，

因为AD是$\triangle ABC$的中线，所以$BD=CD$.

又因为$AB=AC$，$AD=AD$，

根据 SSS，所以$\triangle ABD \cong \triangle ACD$.

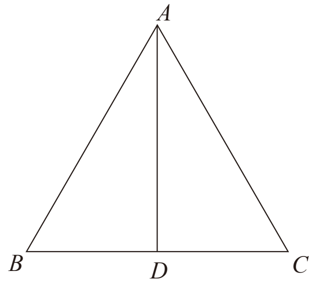
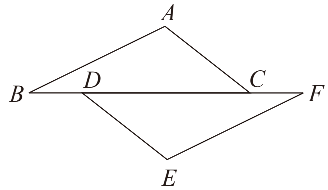


图 1−29

随堂练习

如图，B，D，C，F四点在同一直线上，$AB=EF$，$AC=ED$，$BD=FC$，$\triangle ABC$与$\triangle EFD$是否全等？为什么？



读一读

跪姿射击技术分析

如图 1−30 是跪姿射击的情形.

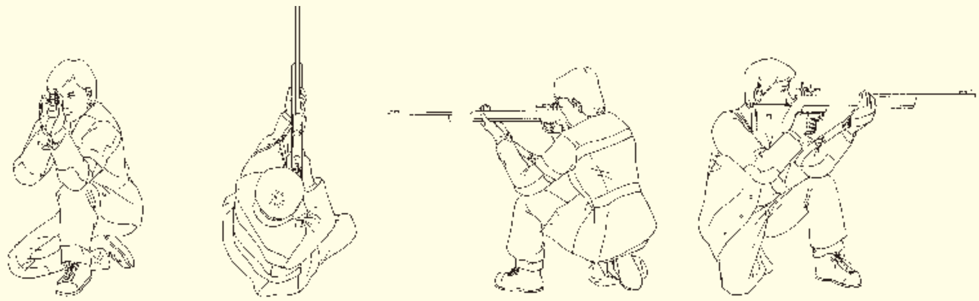


图 1−30

我们可以看到，跪姿射击的动作构成了三个三角形：

1. 由右脚尖、右膝、左脚构成的三角形支撑面，它可以使射击者在射击过程中保持稳定. 当然，射击者的体型不同，他所选择的支撑面形状也可能不同.

2. 由左手、左肘、左肩构成的托枪三角形，以及由左手、左肩、右肩所构成的近乎水平的三角形. 这两个三角形可以使射击者在射击过程中保持枪的稳定性.

正是这样三个三角形，使射击者保持了姿势的稳定和枪的稳定. 当然，要想射击准确，好的射姿只是一个方面，除此之外，射击者的技术水平、心理素质等也都是极为重要的因素.

习题 1.7

数学理解

1. 准备几根硬纸条.

（1）取出三根硬纸条钉成一个三角形，你能拉动其中两边，使这个三角形的形状发生变化吗?

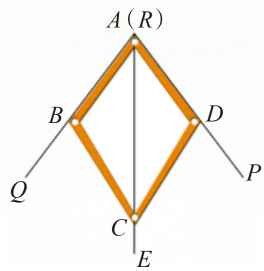
（2）取出四根硬纸条钉成一个四边形，拉动其中两边，这个四边形的形状改变了吗?钉成一个五边形，又会怎么样?

（3）上面的现象说明了什么?

2. 两个锐角分别相等的两个直角三角形全等吗?为什么?

问题解决

3. 如图，仪器 $ABCD$ 可以用来平分一个角，其中 $AB=AD$，$BC=DC$. 将仪器上的点 A 与 $\angle PRQ$ 的顶点 R 重合，调整 AB 和 AD，使它们落在角的两边上，沿 AC 画一条射线 AE，AE 就是 $\angle PRQ$ 的平分线. 你能说明其中的道理吗?



（第 3 题）

小明的思考过程如下：

在△ABC 和△ADC 中，

因为 $AB=AD$，$BC=DC$，$AC=AC$，

所以△ABC≌△ADC.

所以 $\angle BAC=\angle DAC$，即 $\angle QRE=\angle PRE$.

所以 AE 就是 $\angle PRQ$ 的平分线.

你能说出每一步的理由吗?

由前面的讨论我们知道，如果给出一个三角形三条边的长度，那么由此得到的三角形都是全等的. 如果已知一个三角形的两角及一边，那么有几种可能的情况呢?每种情况下得到的三角形都全等吗?

做一做

如果“两角及一边”条件中的边是两角所夹的边，比如三角形的两个内角分别是 60° 和 80°，它们所夹的边是 2 cm，如图 1−31，你能画出这个三角形吗？你画的三角形与同伴画的一定全等吗？

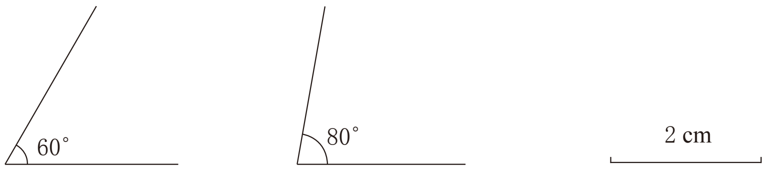


图 1−31

改变上述条件中的角度和边长，你能得到同样的结论吗？

> 两角及其夹边分别相等的两个三角形全等.
> 简写成“角边角”或“ASA”.

议一议

如果“两角及一边”条件中的边是其中一角的对边，情况会怎样呢？你能将它转化为“做一做”中的条件吗？

> 两角分别相等且其中一组等角的对边相等的两个三角形全等.
> 简写成“角角边”或“AAS”.

例 2　如图1−32，AB 与 CD 相交于点 O，O 是 AB 的中点，$\angle A=\angle B$，$\triangle AOC$ 与 $\triangle BOD$ 全等吗？为什么？

解： $\triangle AOC\cong\triangle BOD$. 理由如下：

在 $\triangle AOC$ 与 $\triangle BOD$ 中，

因为点 O 是 AB 的中点，所以 $OA=OB$.

又已知 $\angle A=\angle B$，且 $\angle AOC=\angle BOD$，

根据 ASA，所以 $\triangle AOC\cong\triangle BOD$.

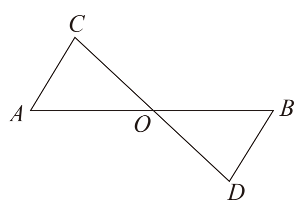


图 1−32

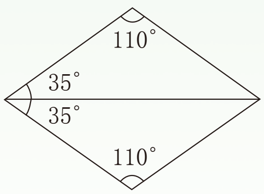
随堂练习

两个直角三角形中，斜边和一个锐角分别相等，这两个直角三角形全等吗？为什么？

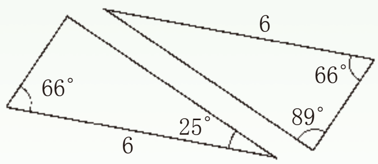
习题 1.8

知识技能

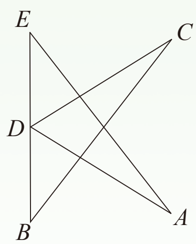
1. 图中的两个三角形全等吗？请说明理由.



（第 1 题）



（第 2 题）



（第 3 题）

2. 图中的两个三角形有几对相等的角？这两个三角形全等吗？请说明理由.

3. 如图，D 是线段 BE 的中点，$\angle C=\angle A$，$\angle B=\angle E$. 请你在图中找出一对全等三角形，并说明理由.

问题解决

4. 如图，小明不慎将一块三角形模具打碎为两块，他是否可以只带其中的一块碎片到商店去，就能配一块与原来一样的三角形模具呢？如果可以，带哪块去合适？为什么？

（第 4 题）

如果已知一个三角形的两边及一角，那么有几种可能的情况呢？每种情况下得到的三角形都全等吗？

做一做

如果“两边及一角”条件中的角是两边的夹角，比如三角形两条边分别为 2.5 cm 和 3.5 cm，它们所夹的角为 40°，如图 1-33，你能画出这个三角形吗？你画的三角形与同伴画的一定全等吗？

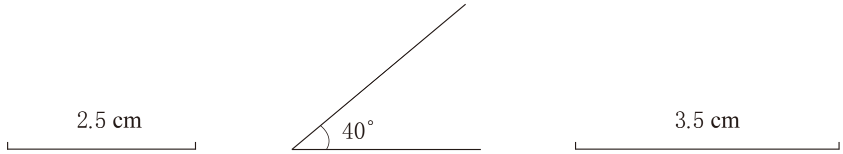


图 1−33

改变上述条件中的角度和边长，再试一试.

> 两边及其夹角分别相等的两个三角形全等.
> 简写成“边角边”或“SAS”.

例 3 如图 1−34，已知 AB 与 CD 相交于点 O，$OA=OB$，$OD=OC$. $\triangle AOD$ 与 $\triangle BOC$ 全等吗？请说明理由.

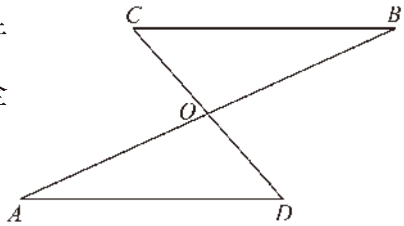


图 1−34

解： $\triangle AOD \cong \triangle BOC$. 理由如下：

在 $\triangle AOD$ 与 $\triangle BOC$ 中，

因为 $\angle AOD$ 与 $\angle BOC$ 是对顶角，所以 $\angle AOD=\angle BOC$.

又已知 $OA=OB$，$OD=OC$，

根据 SAS，所以 $\triangle AOD \cong \triangle BOC$.

议一议

如果“两边及一角”条件中的角是其中一边的对角，比如两条边长分别为 2.5 cm 和 3.5 cm，长度为 2.5 cm 的边所对的角为 40°，情况会怎样呢？

小明和小颖按照所给条件分别画出了下面的三角形（如图 1−35），由此你发现了什么？与同伴进行交流.

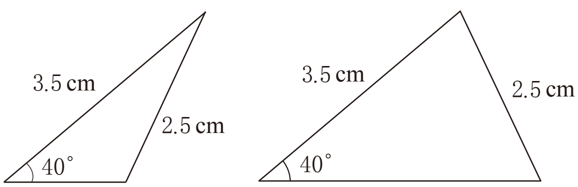
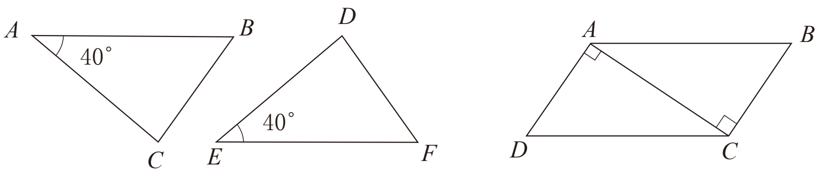


图 1−35

随堂练习

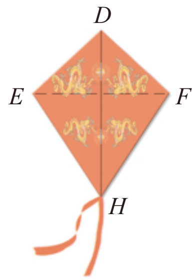
1. 图（1）中，$AB = EF$，$AC = ED$，$\angle A = \angle E = 40^\circ$．图（2）中，$AD = CB$，$\angle DAC = \angle BCA = 90^\circ$．分别找出各题中的全等三角形，并说明理由．



（1）　　　　（2）

（第 1 题）

2． 小明做了一个如图所示的风筝，其中 $\angle EDH = \angle FDH$，$ED = FD$．不用测量你就能知道 $EH = FH$ 吗？与同伴进行交流．

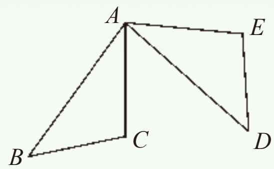


（第 2 题）

习题 1.9

知识技能

1. 如图，$AB = AD$，$AC = AE$，$\angle BAC = \angle DAE$，$\angle B$ 与 $\angle D$ 相等吗？



（第 1 题）

小明的思考过程如下：

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中，

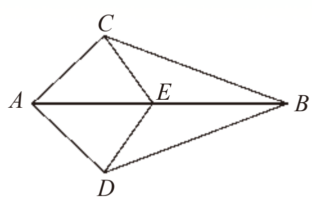
因为 $AB = AD$，$\angle BAC = \angle DAE$，$AC = AE$，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$.

所以 $\angle B = \angle D$.

你能说明每一步的理由吗？

2. 如图，点 E 在 AB 上，$AC = AD$，$\angle CAB = \angle DAB$. $\triangle ACE$ 与 $\triangle ADE$ 全等吗？$\triangle ACB$ 与 $\triangle ADB$ 呢？请说明理由．

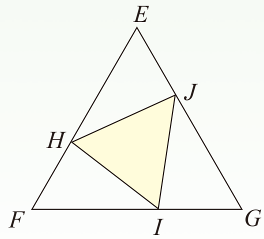


（第 2 题）

问题解决

3. 小颖作业本上画的三角形被墨迹污染，她想画出一个与原来完全一样的三角形，她该怎么办呢？请帮助小颖想出一个办法来，并说明你的理由.

（第 3 题）



（第 4 题）

4. 如图，$\triangle EFG$ 的三条边相等，三个内角也相等，且 $EH=FI=GJ$，找出图中一对全等三角形，并说明理由.

做一做

如图 1-36，在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中，已知 $\angle A=\angle D$，$AB=DE$，再增加一个什么条件就可以判定这两个三角形全等？与同伴进行交流.

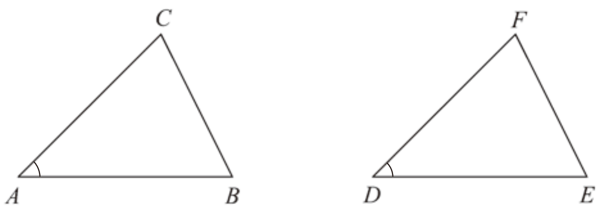


图 1-36

想一想

如果增加条件 $BC=EF$，能判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 吗？为什么？

例 4 如图 1-37，已知 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$，$D$ 与 D_1 分别是 BC，B_1C_1 上的一点，且 $BD=B_1D_1$. AD 与 A_1D_1 相等吗？为什么？

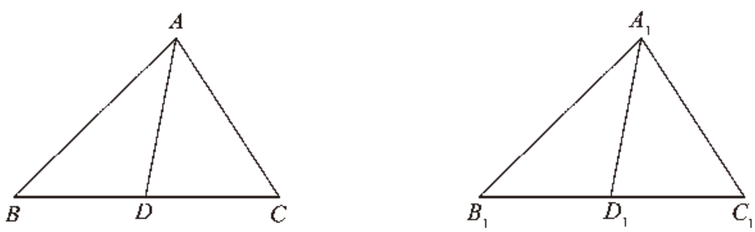


图 1-37

解：$AD=A_1D_1$．理由如下：

在$\triangle ABD$和$\triangle A_1B_1D_1$中，

因为$\triangle ABC\cong\triangle A_1B_1C_1$，所以$AB=A_1B_1$，$\angle B=\angle B_1$.

又因为$BD=B_1D_1$，

根据SAS，所以$\triangle ABD\cong\triangle A_1B_1D_1$.

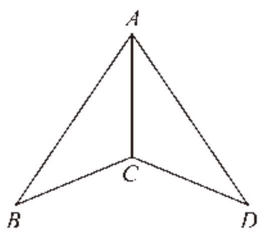
所以$AD=A_1D_1$.

想一想

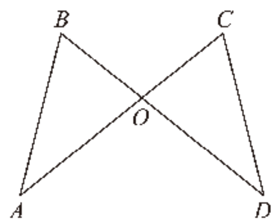
全等三角形对应角的平分线是否相等？对应中线和对应高呢？全等三角形的面积是否相等？

随堂练习

1. 如图，已知$AB=AD$，要使$\triangle ABC$与$\triangle ADC$全等，还需要增加一个什么条件？



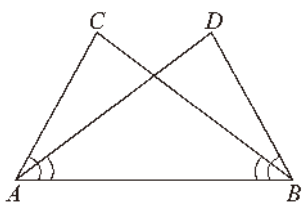
（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，AC与BD相交于点O，$\angle A=\angle D$，要使$\triangle AOB$与$\triangle DOC$全等，还需要增加一个什么条件？

3. 如图，已知$\angle CAB=\angle DBA$，$\angle CBA=\angle DAB$，找出图中与AC相等的线段，与$\angle C$相等的角，并说明理由.

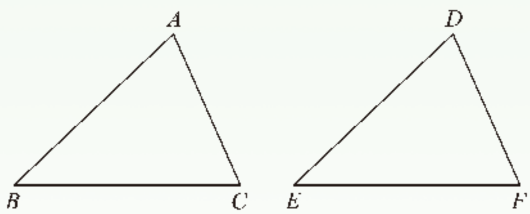


（第 3 题）

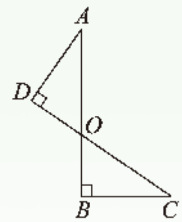
习题 1.10

知识技能

1. (1) 如图，已知 $AB=DE$，$AC=DF$，要使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等，还需要增加一个条件：________ = ________ 或 ________ = ________.



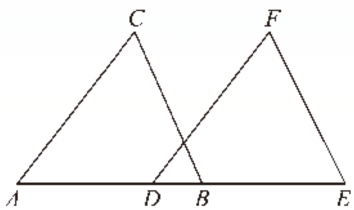
（第 1(1) 题）



（第 1(2) 题）

(2) 如图，AB 与 CD 相交于点 O，$\angle D=\angle B=90^\circ$，要使 $\triangle AOD$ 与 $\triangle COB$ 全等，还需要增加一个什么条件？

2. 如图，已知点 D，B 在线段 AE 上，$AD=BE$，$AC=DF$，$AC \parallel DF$. $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等吗？请说明理由.



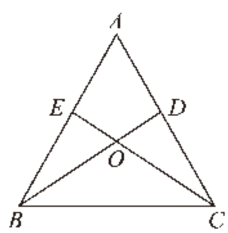
（第 2 题）

数学理解

3. 如图，已知 D，E 分别是 AC，AB 上的点，$AB=AC$.

(1) 要使 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 全等，只需增加一个什么条件？为什么？

(2) 如果已知 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$，你还能找到几对全等三角形？请说明理由.



（第 3 题）

4 三角形的尺规作图

我们已经会用尺规作一条线段等于已知线段、作一个角等于已知角，而边和角是三角形的基本元素，那么你能利用尺规作一个三角形与已知三角形全等吗？

做一做

1. 已知三角形的两边及其夹角，求作这个三角形.

已知：线段 a，c，$\angle\alpha$.（如图 1–38）

求作：$\triangle ABC$，使 $BC=a$，$AB=c$，$\angle ABC=\angle\alpha$.

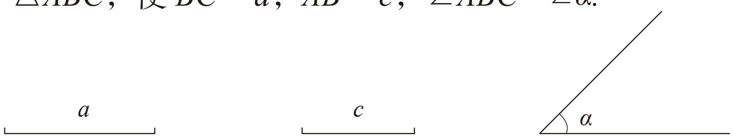
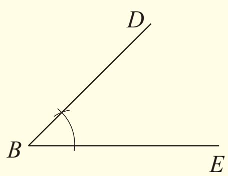
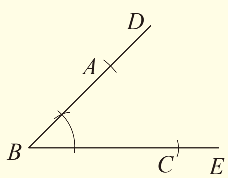
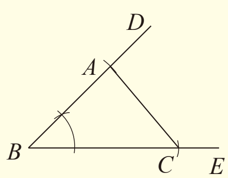


图 1–38

作法与示范：

<table>
<tr><th>作法</th><th>示范</th></tr>
<tr><td>（1）作角 $\angle DBE=\angle\alpha$；</td><td>
</td></tr>
<tr><td>（2）在射线 BE 上截取线段 $BC=a$，
在射线 BD 上截取线段 $BA=c$；</td><td>
</td></tr>
<tr><td>（3）连接 AC.
$\triangle ABC$ 就是所求作的三角形.</td><td>
</td></tr>
</table>

将你所作的三角形与同伴作出的三角形进行比较，它们全等吗？为什么？

2. 已知三角形的两角及其夹边，求作这个三角形.

已知：$\angle\alpha$，$\angle\beta$，线段 c.（如图1−39）

求作：$\triangle ABC$，使 $\angle A=\angle\alpha$，$\angle B=\angle\beta$，$AB=c$.

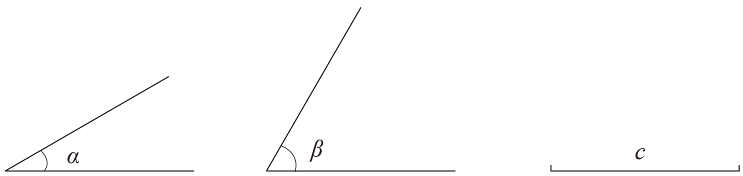


图 1−39

请按照给出的作法作出相应的图形.

作法	图形
（1）作 $\angle DAF=\angle\alpha$；	
（2）在射线 AF 上截取线段 $AB=c$；	
（3）以点 B 为顶点，以 BA 为一边，作 $\angle ABE=\angle\beta$，BE 交 AD 于点 C. $\triangle ABC$ 就是所求作的三角形.	

将你所作的三角形与同伴作出的三角形进行比较，它们全等吗？为什么？

3. 已知三角形的三条边，求作这个三角形.

已知：线段 a，b，c.（如图 1−40）

图 1−40

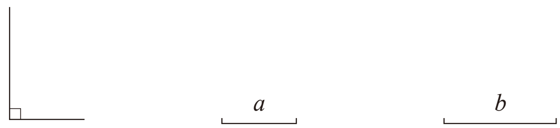
求作：$\triangle ABC$，使 $AB=c$，$AC=b$，$BC=a$.

（1）请写出作法并作出相应的图形.

（2）将你作出的三角形与同伴作出的三角形进行比较，它们全等吗？为什么？

随堂练习

你能用尺规作一个直角三角形，使其两条直角边分别等于如图所示的已知线段 a，b 吗？

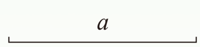


习题 1.11

知识技能

1. 如图，已知 $\angle\alpha$ 和线段 a，用尺规作一个三角形，使其一个内角等于 $\angle\alpha$，另一个内角等于 $2\angle\alpha$，且这两个内角的夹边等于 a.

（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，已知线段 a，用尺规作 $\triangle ABC$，使 $AB=a$，$BC=AC=2a$.

问题解决

3. 先画一个 $\triangle ABC$，然后选择 $\triangle ABC$ 中适当的边和角，用尺规作出与 $\triangle ABC$ 全等的三角形.（不写作法，但要在所作的三角形中标出用到的条件）

5 利用三角形全等测距离

在一次数学夏令营活动中，老师把同学们带到一条河边. 在不能过河测量又没有任何测量工具的情况下，老师要求同学们测出河宽. 同学们经过讨论，想出了一个办法. 他们先让一位同学站在河边的 A 点处，面向河的对岸，然后调整这位同学的旅行帽，使视线通过帽檐正好落在河对岸的 B 点处. 接着，再让她保持姿态转过一个角度，这时她的视线通过帽檐落在了自己所在岸边的一点 C 上，另一位同学马上记下这个点. 最后，同学们用步测的方法量出 A，C 两点间的距离，这个距离就等于河宽 AB.

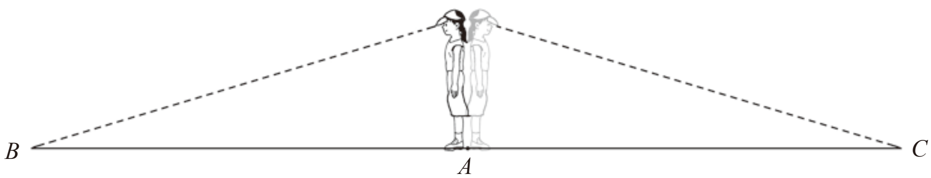


图 1−41

（1）你能解释其中的道理吗?

（2）按这个方法，找出教室或操场上与你距离相等的两个点，并通过测量加以验证.

想一想

如图 1−42，A，B 两点分别位于一个池塘的两端，小明和小颖想用绳子测量 A，B 两点间的距离. 他们想出了这样一个办法：先在地上取一个可以直接到达点 A 和点 B 的

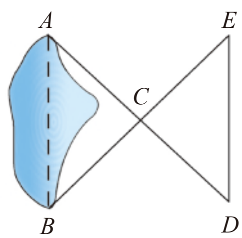


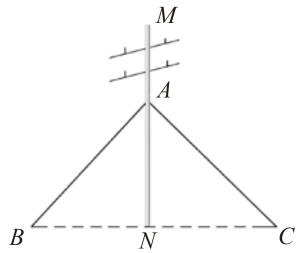
图 1−42

点 C，连接 AC 并延长到 D，使 $CD=CA$；连接 BC 并延长到 E，使 $CE=CB$；连接 DE 并测量出它的长度，DE 的长度就是 A，B 两点间的距离.

你能说明其中的道理吗?

随堂练习

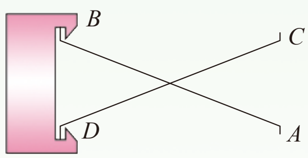
电线杆 MN 直立在水平的地面上，缆绳 AB，AC 将它加固（如图）. 小明测得 $BN=CN$ 后，就说缆绳 AB，AC 的长一定相等. 你能说明理由吗?



习题 1.12

知识技能

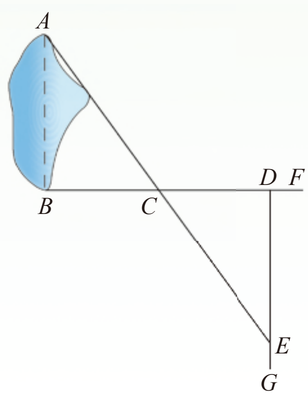
1. 如图，把两根钢条 AB，CD 的中点连在一起，可以做成一个测量工件内槽宽的工具（卡钳）. 只要量得 AC 的长度，就可知工件的内径 BD 是否符合标准. 你明白其中的道理吗? 与同伴进行交流.



（第 1 题）

2. 要解决本节"想一想"中的问题，还可以用下面的方法：如图所示，要测量 A，B 两点间的距离，可以在 AB 的垂线 BF 上取两点 C，D，使 $DC=BC$，再过点 D 作出 BF 的垂线 DG，并在 DG 上找一点 E，使 A，C，E 在同一条直线上，这时测得的 DE 的长度就是 A，B 两点间的距离. 你能说出这是为什么吗?

3. 利用全等三角形测距离的道理是什么? 你想到了什么地方可以利用这个方法吗?



（第 2 题）

回顾与思考

1. 请举出生活中包含三角形的例子.
2. 三角形各边之间及各角之间分别有怎样的关系?
3. 举出生活中包含全等图形的例子.
4. 举例说明怎样判断两个三角形全等.
5. 举例说明三角形全等在生活中的应用.
6. 利用尺规，你能用几种方法作一个三角形与已知三角形全等?
7. 用适当的方式梳理本章的知识，并与同伴进行交流.

复习题

知识技能

1. 一个三角形可以有两个直角吗? 一个三角形的三个角能都大于60°吗? 能都小于60°吗?

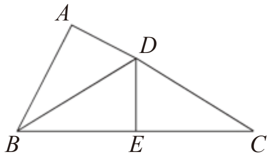
2. 在一个直角三角形中，两个锐角相等，求这两个锐角的度数.

3. 如图，$\triangle ADB \cong \triangle EDB$，$\triangle BDE \cong \triangle CDE$，点$B$，$E$，$C$在一条直线上.

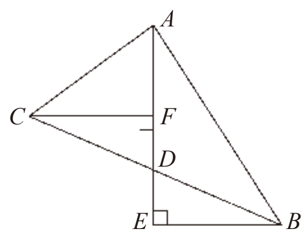
(1) BD是$\angle ABE$的平分线吗? 为什么?

(2) DE与BC垂直吗? 为什么?

(3) 点E平分线段BC吗? 为什么?



(第 3 题)



(第 4 题)

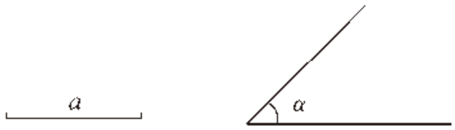
4. 如图，$BE \perp AE$，$CF \perp AE$，垂足分别是点E，F，BC与EF相交于点D，D是EF的中点. $\triangle BED$与$\triangle CFD$全等吗? 为什么?

5. 尺规作图:

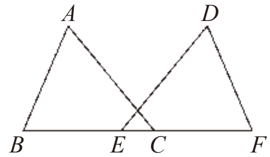
如图，已知线段a和$\angle \alpha$.

(1) 作一个$\triangle ABC$，使$AB=3a$，$BC=4a$，$AC=5a$;

（2）作一个 $\triangle ABC$，使 $BC=a$，$AC=2a$，$\angle BCA=\angle\alpha$.



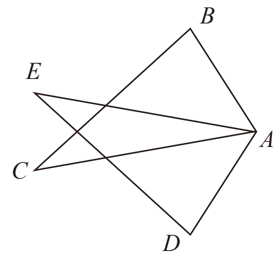
（第 5 题）



（第 6 题）

6. 如图，已知点 B，E，C，F 在一条直线上，$AB=DF$，$AC=DE$，$BE=CF$. 你能找到一对全等三角形吗？说明你的理由.

7. 如图，$AB=AD$，$AC=AE$，$\angle BAE=\angle DAC$，$\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 全等吗？为什么？

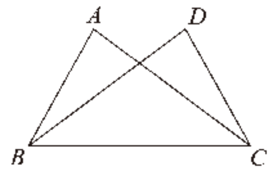


（第 7 题）

数学理解

8. 面积相等的三角形一定全等吗？举例说明.

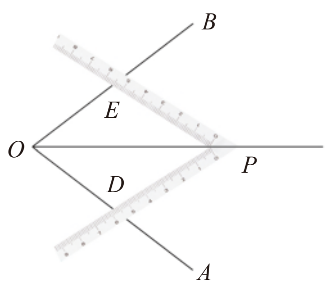
9. 如图，已知 $\angle ABC=\angle DCB$，要使 $\triangle ABC\cong\triangle DCB$，只需添加一个条件是____________.



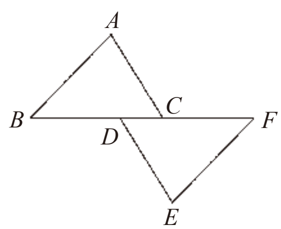
（第 9 题）

10. 有四根细木棒，长度分别为 3 cm，5 cm，7 cm，9 cm，哪三根木棒可以组成一个三角形？有几种可能的情况？实际摆一摆，验证你的结论.

11. 工人师傅经常利用角尺平分一个任意角. 如图所示，$\angle AOB$ 是一个任意角，在边 OA、边 OB 上分别取 $OD=OE$，移动角尺，使角尺两边相同的刻度分别与 D，E 重合，这时过角尺顶点 P 的射线 OP 就是 $\angle AOB$ 的平分线. 你能先说明 $\triangle OPE$ 与 $\triangle OPD$ 全等，再说明 OP 平分 $\angle AOB$ 吗？



（第 11 题）

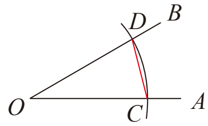


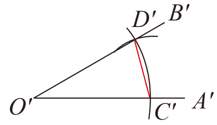
（第 12 题）

12. 如图，$\triangle ABC\cong\triangle EFD$，你能从图中找出几组平行线？

13. 你还记得怎样用尺规作一个角等于已知角吗？你能说明其中的道理吗？

小明回顾了作图的过程，并进行了如下的思考：





连接 CD，$C'D'$.

由尺规作图知，$OC = O'C'$，$OD = O'D'$，$CD = C'D'$，

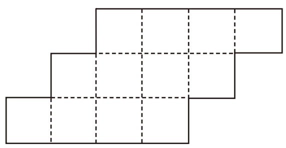
所以 $\triangle OCD \cong \triangle O'C'D'$，

所以 $\angle DOC = \angle D'O'C'$.

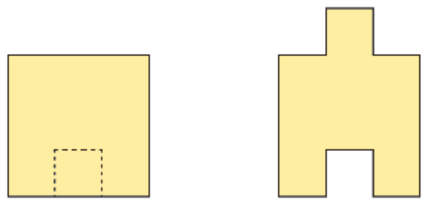
你能说明每一步的理由吗？

问题解决

14. 沿着图中的虚线，用三种方法将下面的图形划分为两个全等的图形.



（第 14 题）



（1）　　（2）

（第 15 题）

15. 按下列步骤设计图案：

（1）画一个边长为 3 的正方形，并在它的下方中间剪掉一个边长为 1 的小正方形，如图（1）；

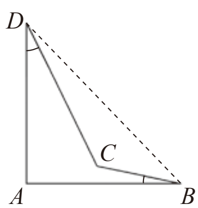
（2）将剪下的小正方形补在大正方形的正上方，如图（2）；

（3）在新得到的图形上绘制出你所喜欢的图案；

（4）再做出若干个这样的图案，并利用它们拼出一个美丽的图案.

将你的作品与同伴进行交流，你喜欢它们吗？

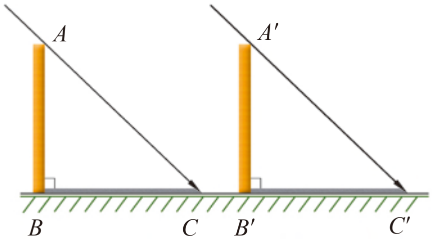
16. 一个零件的形状如图所示，按规定 $\angle A$ 应等于 90°，$\angle B$，$\angle D$ 应分别是 20° 和 30°. 李叔叔量得 $\angle BCD = 142^\circ$，就断定这个零件不合格，你能说出其中的道理吗？



（第 16 题）

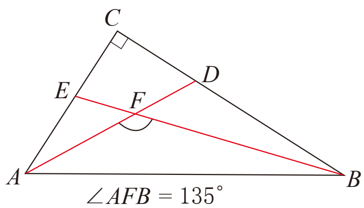
联系拓广

17. 如图，太阳光线 AC 与 $A'C'$ 是平行的，在同一时刻两根高度相同的木杆在太阳光照射下的影子一样长吗？说说你的理由.



（第 17 题）

※**18.** 如图，小明在计算机上用“几何画板”画了一个 Rt△ABC，并画出了两锐角的平分线 AD，BE 及其交点 F. 小明发现，无论怎样变动 Rt△ABC 的形状和大小，计算机上总是显示 $\angle AFB = 135^\circ$. 你能解释这种现象吗？



（第 18 题）

第二章　轴对称

无论是艺术家的创造，还是日常生活中图案的设计，都有对称的身影．初步掌握对称的奥妙，不仅可以帮助我们发现一些图形的特征，还可以使我们感受到自然界的美与和谐，并能够根据自己的设想创造出对称的作品，装点生活.

本章我们将认识生活中的轴对称现象，探索轴对称的奥妙并利用它解决问题.

学习目标

- 认识和欣赏身边的轴对称图形，增进学习数学的兴趣
- 了解轴对称的概念，探索轴对称的基本性质
- 能按照要求，画出一些轴对称图形
- 探索线段垂直平分线、角平分线和等腰三角形的性质
- 积累探究图形性质的活动经验，发展空间观念

1 轴对称现象

观察下面的几组图片和图形，它们有什么共同特点？

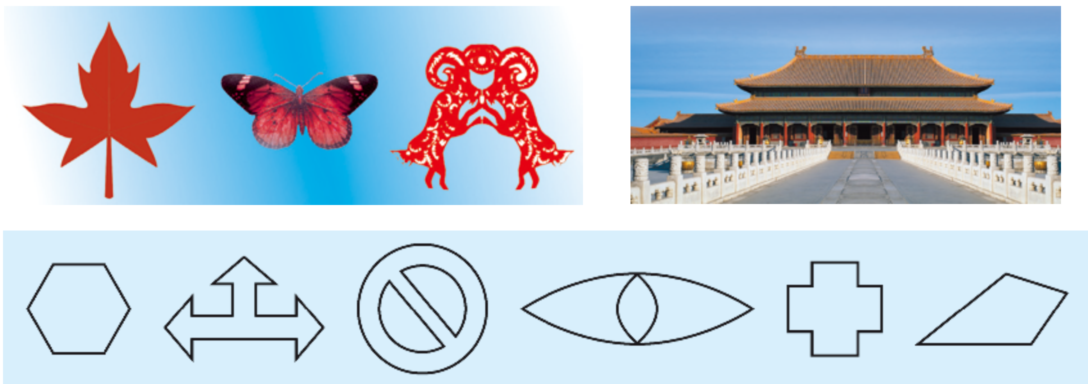


图 2–1

如果一个平面图形沿一条直线折叠后，直线两旁的部分能够互相重合，那么这个图形叫做**轴对称图形**（axially symmetric figure），这条直线叫做**对称轴**（axis of symmetry）.

议一议

观察下面的图形，哪些图形是轴对称图形？如果是轴对称图形，请找出它的对称轴.

图 2–2

做一做

将一张纸对折后，用笔尖在纸上扎出如图 2–3 所示的图形，将纸打开后铺

平，观察所得到的图形，是轴对称图形吗？你还能用这种方法得到其他的轴对称图形吗？与同伴进行交流．

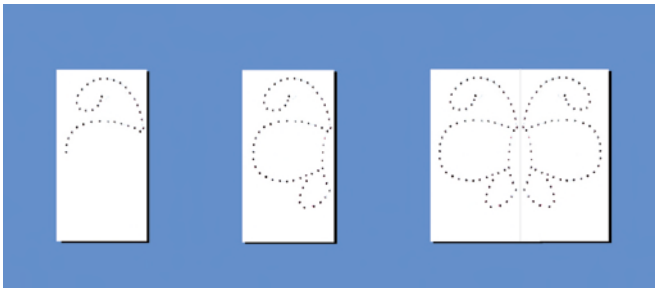


图 2-3

议一议

观察下图中的每组图案，你发现了什么？

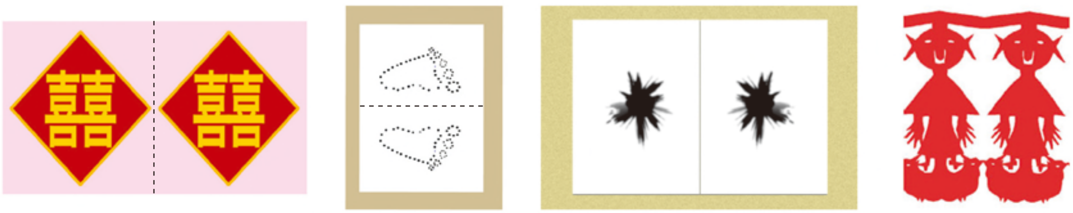


图 2-4

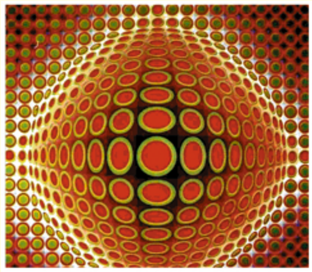
如果两个平面图形沿一条直线对折后能够完全重合，那么称这**两个图形成轴对称**，这条直线叫做这两个图形的对称轴．

随堂练习

下面的图形都是轴对称图形或成轴对称的图形，请分别找出每个图形的对称轴．

读一读

艺术作品中的对称



许多著名画家在作品中运用简单的图形创造出了奇妙的韵意. 法国著名画家 V.瓦萨雷利于 1969 年创作了名画《委加·派尔》，画中仅仅用了“圆形”图案，就形成了一幅动态的轴对称图形!

在从古至今的艺术创作中，不仅画家大量运用了对称，许多别的艺术家也经常运用对称的手法. 如雕刻家威廉斯·多佛 1971 年在加蓬《非洲人的设计》中创作的“木制卫兵雕像”就是典型的雕刻艺术中的对称.

习题 2.1

知识技能

1. 观察下面的图形，哪些图形是轴对称图形? 如果是轴对称图形，请画出对称轴.

(第 1 题)

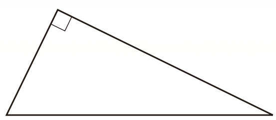
数学理解

2. 请你举出几个生活中轴对称图形的例子.

3. 下列汉字中，哪些可以看成是轴对称图形? 你能再找出几个类似的汉字吗?

草　　木　　水　　土

4. 如图所示的图形是由一张纸对折后(两部分完全重合)得到的，展开折纸，你能得到什么样的图形?



(第 4 题)

2 探索轴对称的性质

如图 2–5，将一张长方形纸对折，然后用笔尖扎出“14”这个数字，将纸打开后铺平.

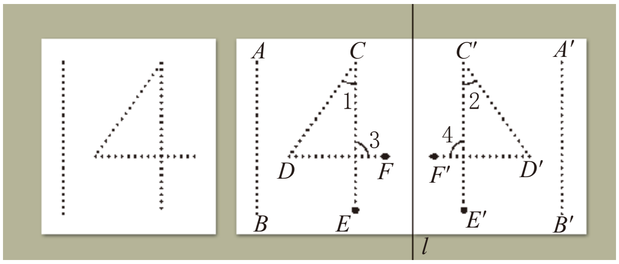


图 2–5

（1）上图中，两个“14”有什么关系？

（2）在上面扎字的过程中，点 E 与点 E' 重合，点 F 与点 F' 重合．设折痕所在直线为 l，连接点 E 与点 E' 的线段与 l 有什么关系？点 F 与点 F' 呢？

（3）线段 AB 与线段 $A'B'$ 有什么关系？CD 与 $C'D'$ 呢？

（4）$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 有什么关系？$\angle 3$ 与 $\angle 4$ 呢？说说你的理由.

做一做

观察图 2–6 中的轴对称图形，回答下列问题：

（1）找出它的对称轴及其成轴对称的两个部分.

（2）连接点 A 与点 A' 的线段与对称轴有什么关系？连接点 B 与点 B' 的线段呢？

（3）线段 AD 与线段 $A'D'$ 有什么关系？线段 BC 与线段 $B'C'$ 呢？为什么？

（4）$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 有什么关系？$\angle 3$ 与 $\angle 4$ 呢？说说你的理由.

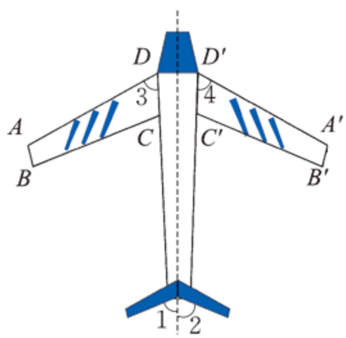


图 2–6

在图 2-6 中，沿对称轴对折后，点 A 与点 A' 重合，称点 A 关于对称轴的对应点是点 A'. 类似地，线段 AD 关于对称轴的对应线段是线段 $A'D'$，$\angle 3$ 关于对称轴的对应角是 $\angle 4$.

议一议

在轴对称图形中，对应点所连的线段与对称轴有什么关系？对应线段有什么关系？对应角有什么关系？在两个成轴对称的图形中呢？

在轴对称图形或两个成轴对称的图形中，对应点所连的线段被对称轴垂直平分，对应线段相等，对应角相等.

做一做

图 2-7 是一个图案的一半，其中的虚线是这个图案的对称轴，画出这个图案的另一半.

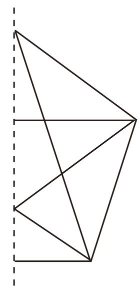


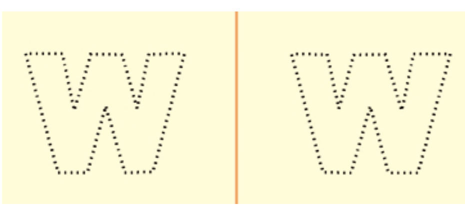
图 2-7

随堂练习

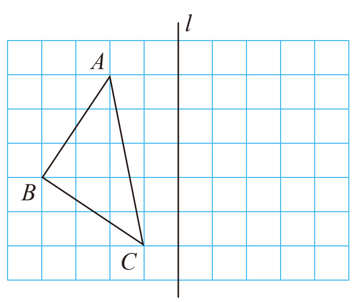
1. 用笔尖扎重叠的纸可以得到下面成轴对称的两个图案.

（1）找出它的两组对应点、两条对应线段和两个对应角；

（2）说明你找到的对应点所连线段分别被对称轴垂直平分.



（第 1 题）



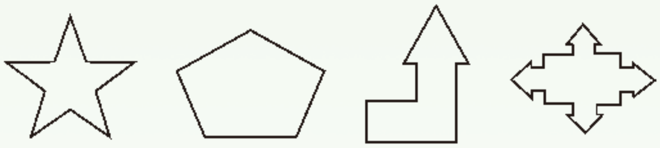
（第 2 题）

2. 在如图所示的方格中，以直线 l 为对称轴，画出与 $\triangle ABC$ 成轴对称的图形.

习题 2.2

知识技能

1. 在下列图形中，找出轴对称图形，并找出它的两组对应点.

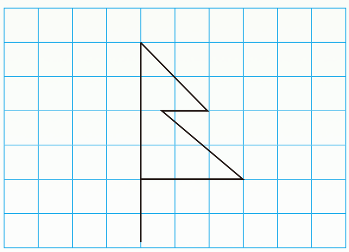


（第 1 题）

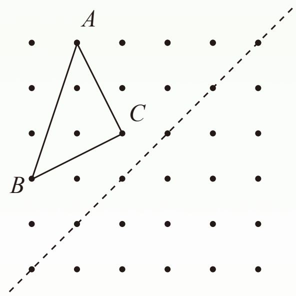
2. 请你画两个成轴对称的图形，并标明其对称轴.

问题解决

3. 如图，在方格上已画出了一棵树的一半，以树干为对称轴画出树的另一半.



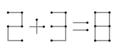
（第 3 题）



（第 4 题）

4. 如图，点阵（相邻的四个点构成正方形）中实线所构成的图形是已知图形，以虚线为对称轴，画出与$\triangle ABC$成轴对称的图形.

联系拓广

※**5.** 一次晚会上，主持人出了一道题目：“如何把变成一个真正的等式？”很长时间没人答出. 小兰仅仅拿了一面镜子，就很快解决了这道题目，你知道她是怎样做的吗？

3 简单的轴对称图形

线段（如图 2-8）是轴对称图形吗?

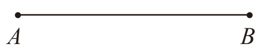


图 2-8

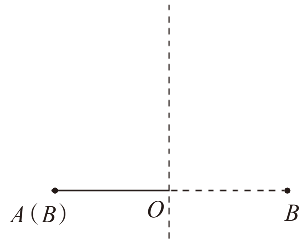


图 2-9

如图 2-9，在纸上画一条线段 AB，然后对折 AB，使 A，B 两点重合，设折痕与 AB 的交点为 O. 你发现了什么?

线段是轴对称图形，垂直并且平分线段的直线是它的一条对称轴.

垂直于一条线段，并且平分这条线段的直线，叫做这条线段的**垂直平分线**（简称中垂线，midperpendicular）.

议一议

如图 2-10，点 C 是线段 AB 的垂直平分线上的一点，AC 和 BC 相等吗? 改变点 C 的位置，结论还成立吗?

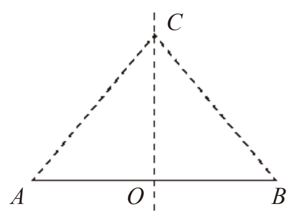


图 2-10

线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等.

例 1 利用尺规，作线段 AB（如图 2-11）的垂直平分线.

已知：线段 AB，如图 2-11.

求作：AB 的垂直平分线.

作法：

（1）分别以点 A 和 B 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长度为半径作弧，两弧相交于点 C 和点 D.

（2）作直线 CD.

直线 CD 就是线段 AB 的垂直平分线（如图 2-12）.

图 2-11

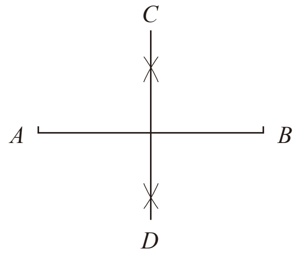


图 2-12

因为直线 CD 与线段 AB 的交点就是线段 AB 的中点，所以我们也用这种方法作线段的中点.

做一做

（1）利用尺规作如图 2-13 所示的图形，其中 $AB=BC=CD=DA$. 你是怎样作的？

（2）在问题（1）中，如果改变条件为 $AB=CB$，$AD=CD$，$AB\neq AD$，请作出符合条件的图形，并与同伴交流.

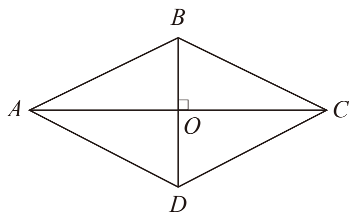


图 2-13

随堂练习

利用尺规作图把线段 AB 分成四等份.

习题 2.3

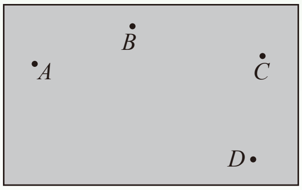
知识技能

1. 画一个 $\triangle ABC$，利用尺规求作它的重心.

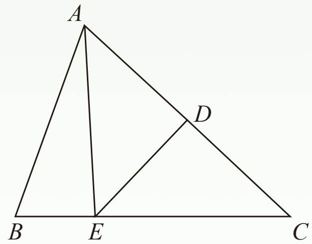
2. 利用尺规作三角形的三条边的垂直平分线，观察这三条垂直平分线的位置关系，你发现了什么？再换一个三角形试一试.

问题解决

3. 如图，一张纸上有 A，B，C，D 四个点，请找出一点 M，使得 $MA=MB$，$MC=MD$.



（第 3 题）



（第 4 题）

4. 如图，在△ABC 中，$AC=6$ cm. 将△ABC 折叠，使点 C 与点 A 重合，得折痕 DE. 若△ABE 的周长为 9 cm，试求△ABC 的周长.

※**5.** 如图，直线 l 是草原上的一条小河. 将军从草原的 A 地出发到河边饮马，然后再到 B 地军营视察. 那么走什么样的路线行程最短呢？

（第 5 题）

角是轴对称图形吗？

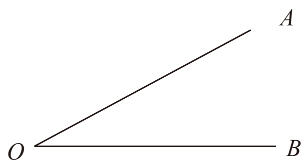


图 2-14

如图 2-14，将∠AOB 对折，你发现了什么？

角是轴对称图形，角平分线所在的直线是它的对称轴.

做一做

（1）在一张纸上任意画∠AOB，沿角的两边将角剪下. 将这个角对折，使角的两边重合，折痕就是∠AOB 的平分线.

（2）在∠AOB 的角平分线上任意取一点 C，分别折出过点 C 且与∠AOB 的两边垂直的直线，垂足分别为 D，E. 将∠AOB 再次对折，折

痕 CD 与 CE 能重合吗?（如图 2−15）

改变点 C 的位置，CD 和 CE 还相等吗?

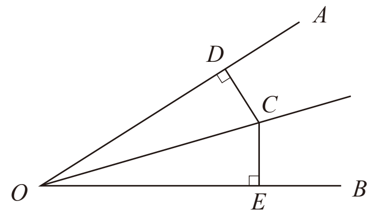


图 2−15

角平分线上的点到这个角的两边的距离相等.

例 2 利用尺规，作 $\angle AOB$（如图 2−16）的平分线.

已知：$\angle AOB$，如图 2−16.

求作：射线 OC，使 $\angle AOC=\angle BOC$.

作法：

（1）在 OA 和 OB 上分别截取 OD，OE，使 $OD=OE$.

（2）分别以 D，E 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长度为半径作弧，两弧在 $\angle AOB$ 内交于点 C.

（3）作射线 OC.

OC 就是 $\angle AOB$ 的平分线（如图 2−17）.

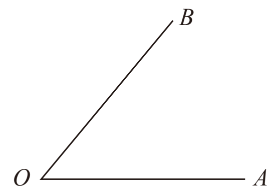


图 2−16

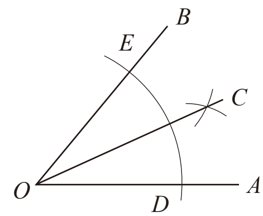


图 2−17

想一想

如图 2−18，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，BD 是 $\angle ABC$ 的平分线，$DE\perp AB$，垂足为点 E. DE 与 DC 相等吗？为什么?

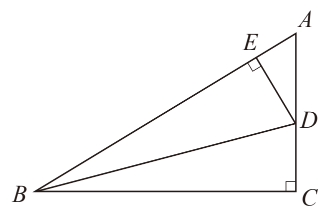
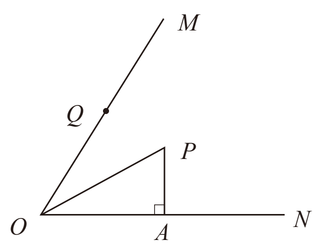


图 2−18

随堂练习

1. 先任意画一个角，然后将它四等分.

2. 如图，OP 平分 $\angle MON$，$PA\perp ON$，垂足为点 A，点 Q 是射线 OM 上的一个动点. 若 $PA=2$，则线段 PQ 长度的最小值为多少？请说明理由.



（第 2 题）

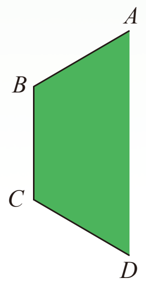
习题 2.4

知识技能

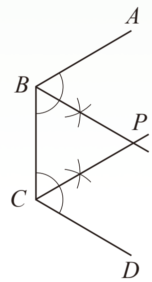
1. 利用尺规作三角形的三个内角的平分线.

数学理解

2. 校园一角的形状如图（1）所示，其中 AB，BC，CD 表示围墙. 小亮通过作角平分线在图示的区域中找到了一点 P（如图（2）所示），使得点 P 到三面墙的距离都相等. 你能解释他这样做的道理吗？



（1）



（2）

（第 2 题）

等腰三角形是生活中常见的图形.

图 2–19

（1）等腰三角形是轴对称图形吗？如果是，请找出它的对称轴.

（2）等腰三角形顶角平分线所在的直线是它的对称轴吗？

（3）等腰三角形底边上的中线所在的直线是它的对称轴吗？底边上的高所在的直线呢？

（4）沿对称轴对折，你能发现等腰三角形的哪些特征？说说你的理由.

等腰三角形是轴对称图形.

等腰三角形顶角的平分线、底边上的中线、底边上的高重合（也称“三线合一”），它们所在的直线都是等腰三角形的对称轴.

等腰三角形的两个底角相等.

想一想

（1）等边三角形有几条对称轴?

（2）你能发现等边三角形的哪些特征?

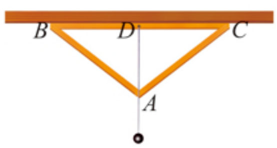
议一议

你有哪些办法可以得到一个等腰三角形? 与同伴进行交流.

随堂练习

1. 下面是由大小不同的等边三角形组成的图案，请找出它的对称轴.

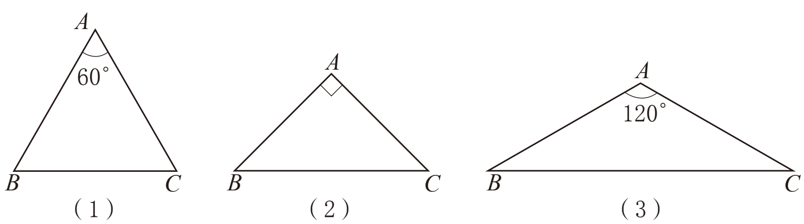
（第 1 题）



（第 2 题）

2. 墙上钉了一根木条，小明想检验这根木条是否水平. 他拿来一个如图所示的测平仪. 在这个测平仪中，$AB = AC$，BC 边的中点 D 处挂了一个重锤. 小明将 BC 边与木条重合，观察此时重锤是否通过点 A. 如果重锤过点 A，那么这根木条就是水平的. 你能说明其中的道理吗?

3. 如图，在下面的等腰三角形中，$\angle A$ 是顶角，分别求出它们的底角的度数.



（第 3 题）

习题 2.5

知识技能

1. 分别找出图中各个图形的对称轴.

（由底边相同的两个等腰三角形组成）（由三个相同的正三角形组成）

（第 1 题）

2. 一个等腰三角形的底角是顶角的 2 倍，求它的各个内角的度数.

数学理解

3. 长方形是轴对称图形吗？圆呢？如果是，它们的对称轴分别是什么？

4. 扇形是轴对称图形吗？设计一个方案验证自己的猜测.

议一议

如果一个三角形有两条边相等，那么这两条边所对的角也相等. 反过来，如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等吗？

如图 2-20，在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\angle B=\angle C$，AD 是 BC 边上的高，那么 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 全等吗？边 AB 和 AC 相等吗？与同伴进行交流.

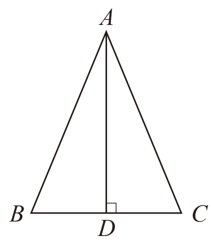


图 2-20

如果一个三角形有两个角相等，那么它们所对的边也相等.

想一想

（1）如果三角形的三个内角都相等，那么这个三角形是什么三角形？为

什么？

（2）如果一个等腰三角形有一个角为 60°，那么这个三角形是什么三角形？为什么？

议一议

如图 2-21，将两个大小相同的含 30° 角的三角尺摆放在一起，所拼成的△*ABD* 是什么三角形？你能借助这个图形，找到 Rt△*ABC* 的直角边 *BC* 与斜边 *AB* 之间的数量关系吗？把你的结论与同伴进行交流.

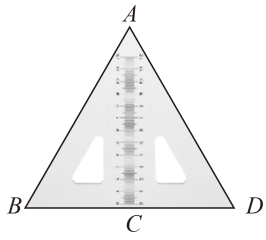


图 2-21

在直角三角形中，如果一个锐角等于 30°，那么它所对的直角边等于斜边的一半.

做一做

如图 2-22，已知 *AD*∥*BC*，*BD* 是∠*ABC* 的平分线，那么△*ABD* 是等腰三角形吗？为什么？

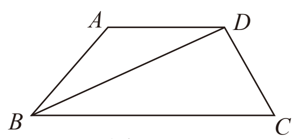
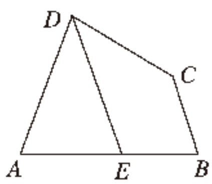


图 2-22

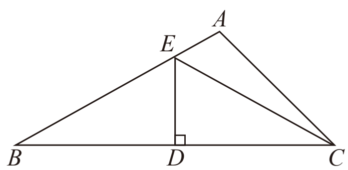
随堂练习

1. 如果三角形的两个角都是 60°，那么这个三角形是什么三角形？为什么？

2. 如图，已知∠*A* = ∠*B*，*DE*∥*CB*. △*ADE* 是等腰三角形吗？说说你的理由.



（第 2 题）



（第 3 题）

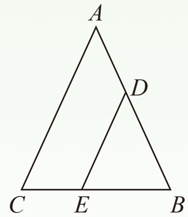
3. 如图，在△*ABC* 中，∠*B* = 30°，*ED* 垂直平分 *BC*，*ED* = 3. 求 *CE* 的长.

习题 2.6

知识技能

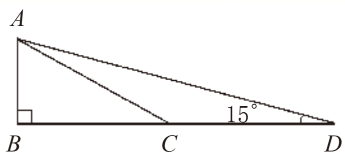
1. 如果直角三角形的一个锐角是 45°，那么这个三角形是等腰三角形吗？为什么？

2. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$. 点D为AB边上任意一点，过点D作$DE/\!/AC$，交BC于点E. $\triangle DBE$是等腰三角形吗？说说你的理由.

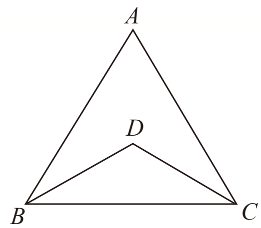


（第 2 题）

3. 在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=90^{\circ}$，D是BC边延长线上的一点，并且$CD=CA$，$\angle ADC=15^{\circ}$，试说明AB与CD的大小关系.



（第 3 题）

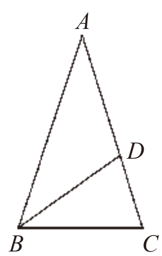


（第 4 题）

4. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，BD平分$\angle ABC$，CD平分$\angle ACB$. $\triangle BCD$是等腰三角形吗？说明你的理由.

数学理解

5. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A=36^{\circ}$，$\angle C=72^{\circ}$，BD为$\angle ABC$的平分线，试找出图中所有的等腰三角形，并说明理由.



（第 5 题）

4 利用轴对称进行设计

剪纸在生活中经常见到，你知道它是利用图形的轴对称性进行设计的吗？

图 2–23

做一做

1. 取一张长 30 cm、宽 6 cm 的纸条，将它每 3 cm 一段，一反一正像“手风琴”那样折叠起来. 在折叠好的纸上画出字母 E，并用小刀把画出的字母 E 挖去. 拉开“手风琴”纸条，你就可以得到一条以字母 E 为图案的花边，如图 2–24.

图 2–24

在上面的活动中，如果先把纸条纵向对折，再折成“手风琴”，然后继续上面的步骤，此时会得到怎样的花边？它是轴对称图形吗？先猜一猜，再做一做.

2. 如图 2–25 所示，取一张薄的正方形纸，沿对角线对折后，得到一个等

图 2-25

图 2-26

腰直角三角形，再沿底边上的高线对折．将得到的三角形纸沿图中的黑色线剪开，去掉含 90° 角的部分．打开折叠的纸，并将其铺平．

（1）你会得到怎样的图案？先猜一猜，再做一做．

（2）你能说明为什么会得到这样的图案吗？应用学过的轴对称知识试一试．

（3）如果将正方形纸按上面方式对折 3 次（如图 2-26 所示），然后沿圆弧剪开，去掉较小部分，展开后结果又会怎样？为什么？

（4）当纸对折 2 次后，剪出的图案至少有几条对称轴？3 次呢？

做一做

生活中还有很多具有轴对称性质的图案，例如：

图 2-27

你知道这些图案的含义吗？自己设计一个轴对称图案，并说明你的设计意图．

随堂练习

你知道下面的数字图案是怎样剪出的吗？你能剪出类似的图案吗？把你的作品与同伴进行交流．

习题 2.7

问题解决

1. 利用一条线段、一个圆、一个正三角形设计一个轴对称图案，并说明你所要表达的含义.

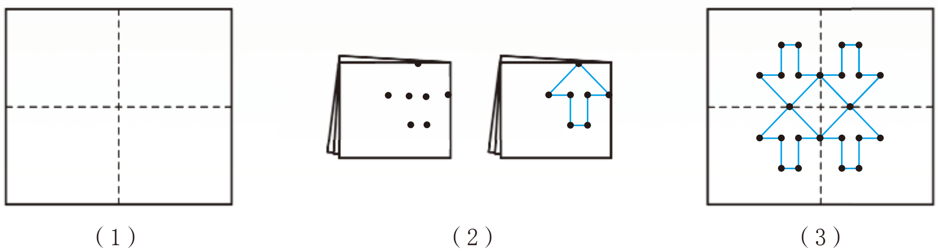
2. 请你按如下方法动手试一试：

（1）如图所示折纸；

（2）用针尖扎出或用复写纸画出一个图案（动手前先预想一下图案的形状），要尽量使图案有一部分延续到纸的边沿；

（3）将纸打开.

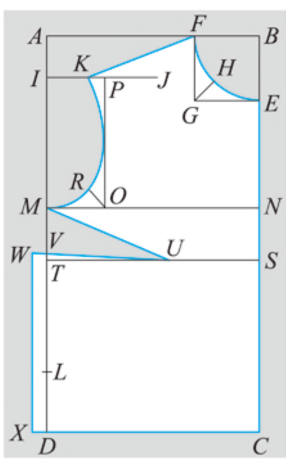
你得到了一个什么样的图案？它和你预想的一样吗？



（第 2 题）

（4）利用上面的方法，设计并制作一个镶边或剪纸图案.

3. 下图是小马甲的一半，请你画出它的另一半.



（第 3 题）

回顾与思考

1. 举出生活中轴对称的例子.
2. 举例说明轴对称有哪些性质.
3. 指出线段、角、等腰三角形的对称轴. 每个图形的对称轴与这个图形有怎样的位置关系?
4. 分别找出具有一条、两条、三条、四条对称轴的图形.
5. 用适当的方式梳理本章的知识，并与同伴进行交流.

复习题

知识技能

1. 找出下列图形中的轴对称图形，并指出它们的对称轴:

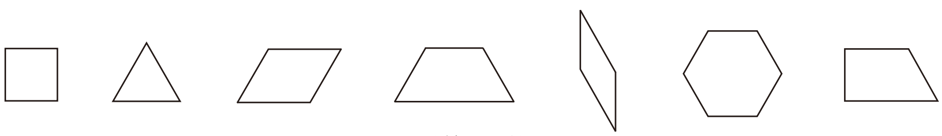
(1)　(2)　(3)　(4)　(5)

(第 1 题)

2. 将一张彩色正方形纸沿对角线对折，再沿等腰三角形底边上的高对折. 用剪刀在折好的纸上剪一个漂亮的图案，并将纸打开. 你的图案中有几条对称轴?

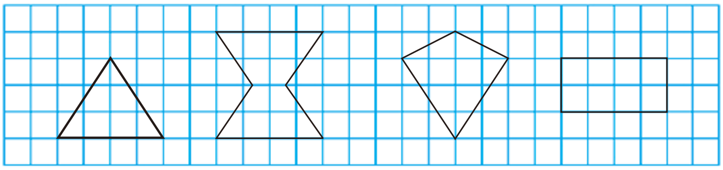
3. 取一张长 30 cm、宽 6 cm 的纸条，将它每 3 cm 一段，一反一正像“手风琴”那样折叠起来. 在折叠好的纸的中央画出一朵“小花”，并用小刀把画出的“小花”挖去. 拉开“手风琴”纸条你会得到一条什么样的花边? 在这条花边中，相邻的“小花”之间有什么关系?

4. 找出下面图形中的轴对称图形，并画出它们的对称轴.



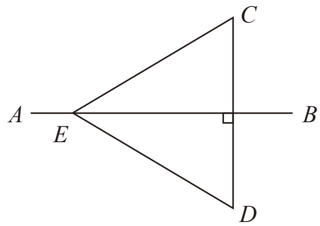
(第 4 题)

5. 分别画出如图所示图形的对称轴.



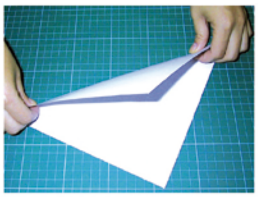
（第 5 题）

6. 如图，已知 AB 是线段 CD 的垂直平分线，E 是 AB 上的一点，如果 $EC=7\text{ cm}$，那么 ED 的长为多少？

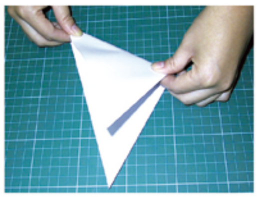


（第 6 题）

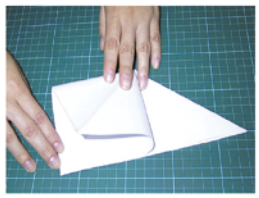
7. 按照下面的步骤，你会折出一个漂亮的纸花. 动手做一做.



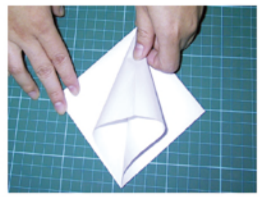
（1）将正方形对折；



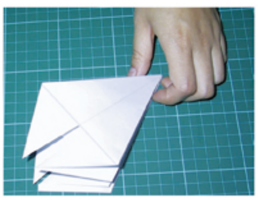
（2）再对折；



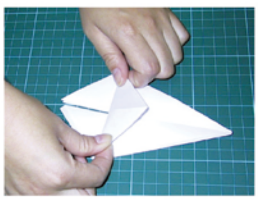
（3）把得到的两个等腰直角三角形分别折成正方形；



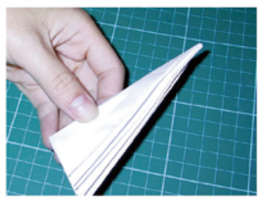
（4）将正方形的边隆起，折成一个等腰三角形；



（5）其他三边也重复同样的步骤；

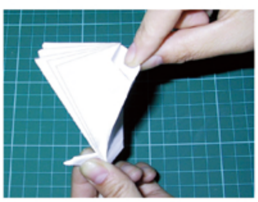


（6）将尖角向内折；

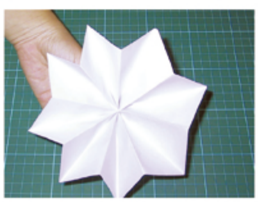


（7）折成直角；

（8）将尾部向内折；



（9）打开；



（10）纸花做成了.

数学理解

8. 你能找出一些具有轴对称性的汉字图案吗？

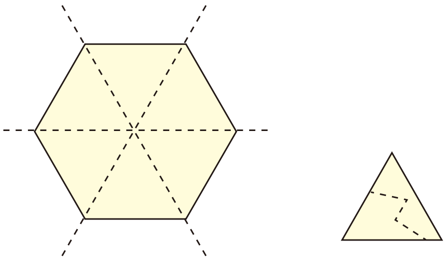
9. 如图（1），将一张正六边形纸沿虚线折叠 3 次，得到一个多层的 60° 角形纸. 用剪

刀在折叠好的纸上随意剪出一条线，如图（2）.

（1）猜一猜，将纸打开后，你会得到怎样的图形？

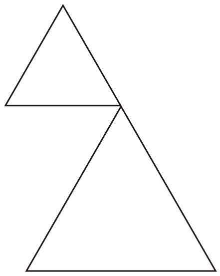
（2）这个图形有几条对称轴？

（3）如果想得到一个含五条对称轴的图形，你应该取什么形状的纸？应该如何折叠？



（1）　（2）

（第 9 题）

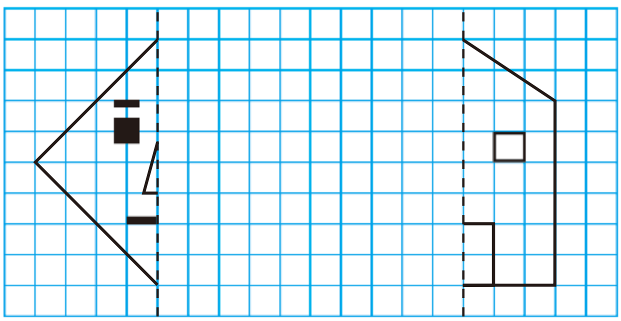


（第 10 题）

10. 如图是由两个等边三角形组成的图形，它是轴对称图形吗？如果不是，请移动其中一个三角形，使它与另一个三角形一起组成轴对称图形. 怎样移动，才能使所构成的图形具有尽可能多的对称轴？

问题解决

11. 以虚线为对称轴画出图的另一半.



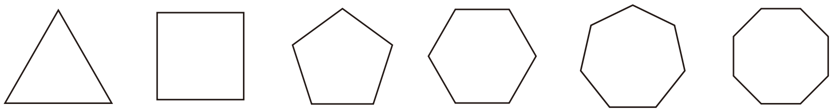
（1）　（2）

（第 11 题）

12. 利用一个点、一条线段、一个正三角形、一个正方形设计一个轴对称图案，并说明你希望表达的含义.

联系拓广

13. 试找出如图所示的每个正多边形对称轴的条数，并填入表格中.



（第 13 题）

正多边形的边数	3	4	5	6	7	8
对称轴的条数						

根据上表，请就一个正 n 边形对称轴的条数作一个猜想.

14. 请你运用轴对称的知识设计一个你认为有意义的图案，并说明你的设计意图.

综合与实践

七巧板

请你准备一张正方形纸片，按照图 1 的方式折叠，然后打开，你会得到如图 2 所示的图形.

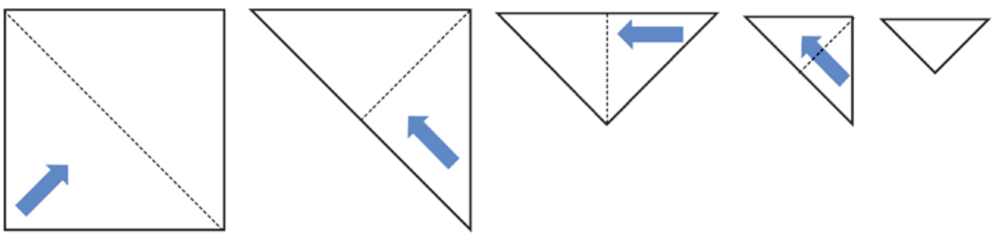


图 1

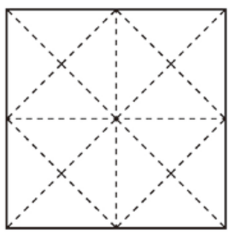


图 2

按照图 3 的方式画线，然后沿实线分割，你可以得到一副七巧板（如图 4 所示）.

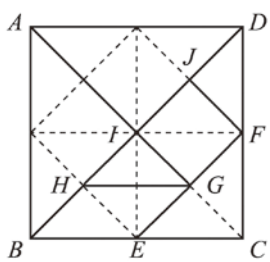


图 3

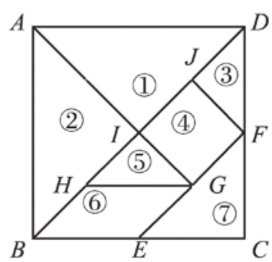


图 4

（1）请你在图 3 的实线中，分别找出三对具有平行关系和垂直关系的线段.

（2）请你在图 3 的实线中，找出三对相等的线段. 你是怎么知道它们是相等的？

（3）标出图 4 所示的七巧板每一块中各角的度数，你有什么发现？

（4）在图 4 所示的七巧板中，你能找出几对面积相等的图形？它们的面积有怎样的关系？

做一做

1. 从一副七巧板的 7 块板中任选 2 块，你能拼出多少种大小不同的三角形？你有几种不同的拼法？如果选 3 块，你是怎样选择的呢？与同伴交流各自的拼图过程.

2. 想拼一个梯形，至少要用几块板？你是怎么拼的？多选几块板，你还有哪些不同的拼法？你是怎么选择的呢？

3. 如果将 7 块板都用上，你能拼成三角形吗？你是怎么拼的？能拼成长方形、平行四边形吗？你有几种不同的拼法？你还能拼出其他的多边形吗？

议一议

在上面的拼图活动中，你积累了什么经验？

做一做

利用全部的 7 块板，你能拼出下列图形吗？先想一想，再拼一拼.

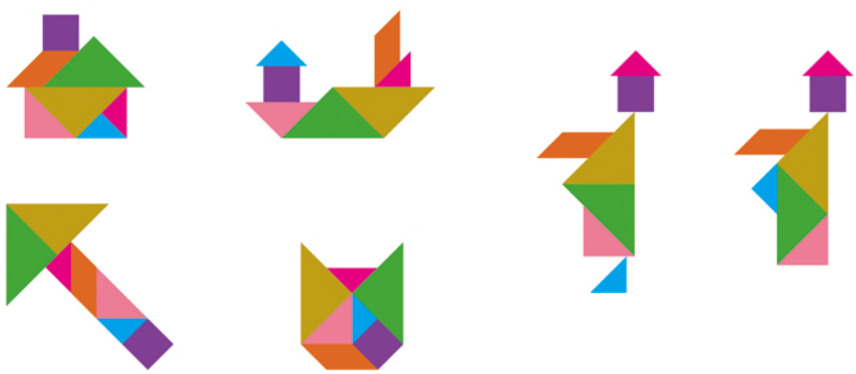


图 5

想一想

（1）图 5 中的两个“人”，是分别用同一副七巧板拼出的，人形几乎一模一样，但是一个有脚，另一个却没有脚. 这是怎么回事？

（2）你能拼出一个不同于上面的轴对称图形吗？你是怎么拼的？

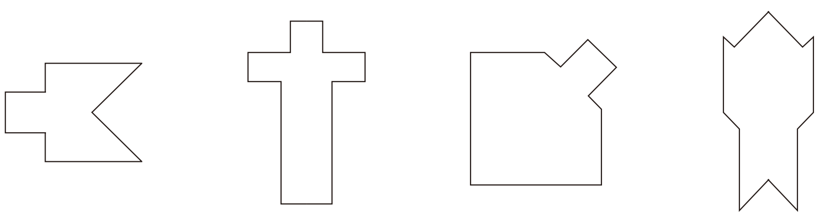
（3）给你一副图 4 所示的七巧板，你能通过挪动等方式，将它改变成一个轴对称图形吗？你是怎么做的？与同伴进行交流.

关于七巧板还有很多有趣的内容，请你和几位同学合作完成一篇关于七巧板的小论文.

习题

1. 如果将7块板都用上，你能拼成六边形吗？你是怎么拼的？你有几种不同的拼法？

2. 你能拼出下列图形吗？



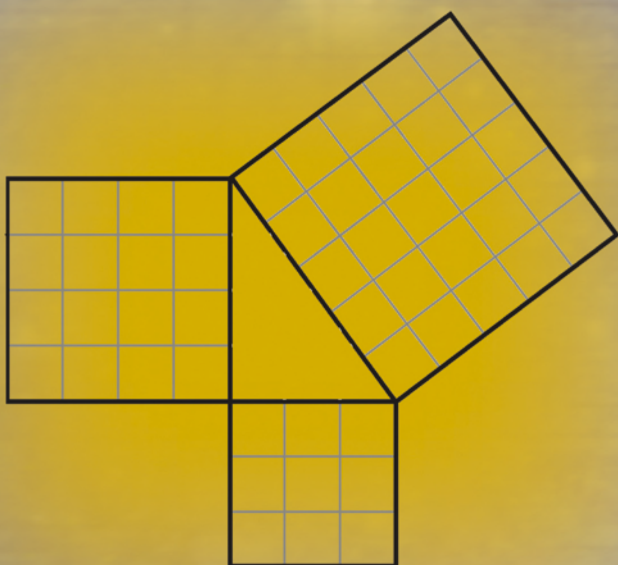
（第 2 题）

第三章　勾股定理

一个直角三角形的两条直角边长分别是3和4，你知道它的斜边长是多少吗？已知直角三角形的两条边长，你能求出它的第三条边长吗？实际上，利用勾股定理我们可以很容易地解决这些问题.

勾股定理是一个古老的定理，人类很早就发现了这个定理，加之反映勾股定理内容的图形形象直观（如图），数学家曾建议用这个图形作为与“外星人”联系的信号.

让我们一起探索这个古老的定理吧！



学习目标

- 了解勾股定理的历史，感受它的多种证法
- 体会到勾股定理探究的困难和探究成功的喜悦
- 会用勾股定理等解决简单的问题

1 探索勾股定理

如图 3-1，从电线杆离地面 8 m 处向地面拉一条钢索，若这条钢索在地面的固定点距离电线杆底部 6 m，那么需要多长的钢索？

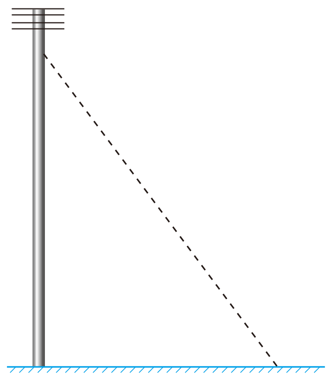


图 3-1

在直角三角形中，任意两条边确定了，另外一条边也就随之确定，三边之间存在着一个特定的数量关系．事实上，古人发现，直角三角形的三条边长度的平方存在一个特殊的关系．让我们一起去探索吧！

做一做

（1）在纸上作出若干个直角三角形，分别测量它们的三条边，看看三边长的平方之间有怎样的关系？与同伴进行交流．

（2）如图 3-2，直角三角形三边的平方分别是多少，它们满足上面所猜想的数量关系吗？你是如何计算的？与同伴进行交流．对于图 3-3 中的直角三角形，是否还满足这样的关系？你又是如何计算的呢？

（3）如果直角三角形的两直角边分别为 1.6 个单位长度和 2.4 个单位长度，上面所猜想的数量关系还成立吗？说明你的理由．

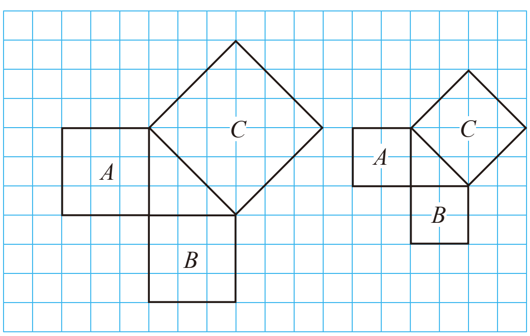


图 3-2

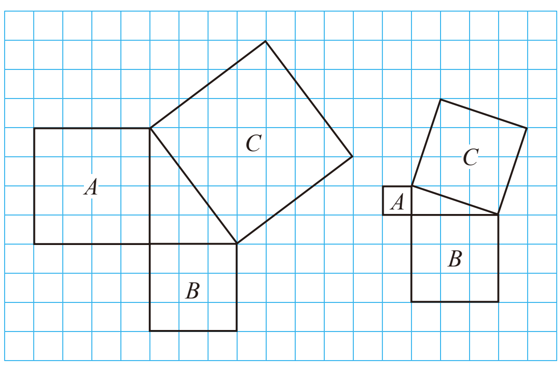


图 3-3

通过上面的活动，同学们一定已经发现：直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方．我国古代把直角三角形中较短的直角边称为勾，较长的直角边称为股，斜边称为弦．因此，我国称上面的结论为勾股定理．

勾股定理 [1]

（gou-gu theorem）

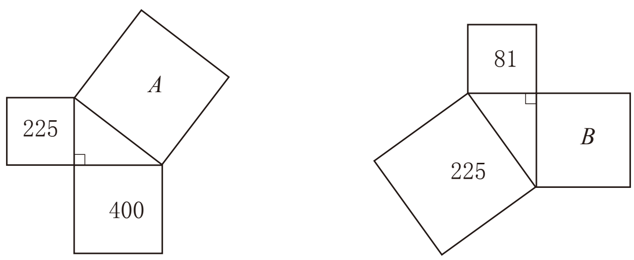
直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方．如果用 a，b 和 c 分别表示直角三角形的两直角边和斜边，那么 $a^2+b^2=c^2$．

想一想

在图 3-1 的问题中，需要多长的钢索？

随堂练习

1. 求下图中字母所代表的正方形的面积．



（第 1 题）

2. 小明妈妈买了一部 29 in[2]（74 cm）的电视机．小明量了电视机的屏幕后，发现屏幕只有 58 cm 长和 46 cm 宽，他觉得一定是售货员搞错了．你同意他的想法吗？你能解释这是为什么吗？

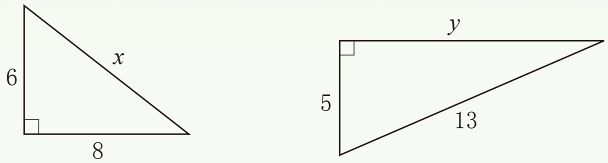
[1] 勾股定理在西方文献中又称为毕达哥拉斯定理（Pythagoras theorem）．

[2] in 表示英寸，1 in = 2.54 cm.

习题 3.1

知识技能

1. 求出下列直角三角形中未知边的长度.

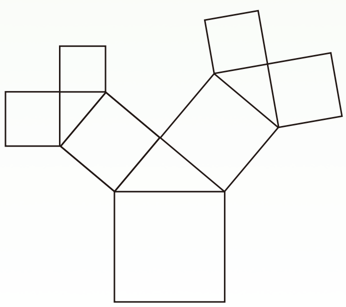


（第 1 题）

2. 求斜边长 17 cm、一条直角边长 15 cm 的直角三角形的面积.

数学理解

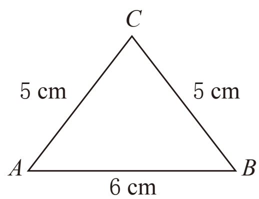
※**3.** 如图，所有的四边形都是正方形，所有的三角形都是直角三角形，请在图中找出若干个图形，使得它们的面积之和恰好等于最大的正方形的面积，尝试给出两种以上的方案.



（第 3 题）

问题解决

4. 如图，求等腰三角形 ABC 的面积.



（第 4 题）

上一节课，我们通过测量和数格子的方法发现了勾股定理. 在图 3-4 中，分别以直角三角形的三边为边长向外作正方形，你能利用这个图说明勾股定理的正确性吗？你是如何做的？与同伴进行交流.

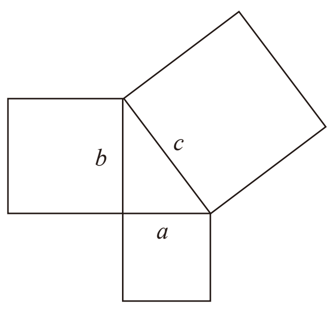


图 3-4

做一做

为了寻求图3-4 中三个正方形的面积之间的关系，小明对大正方形适当画线后，得到图3-5.

（1）将图3-5中所有三角形和正方形的面积用 a，b，c 的关系式表示出来；

（2）图3-5中正方形$ABCD$的面积是多少？你有哪些表示方式？与同伴进行交流.

（3）你能利用图 3-5 验证勾股定理吗？

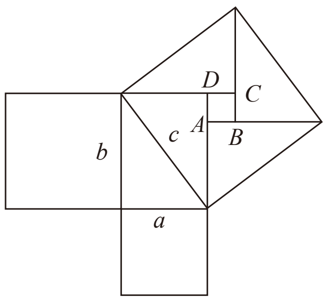


图 3-5

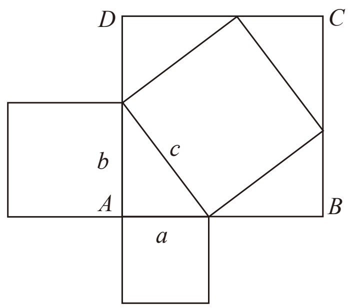


图 3-6

（4）你能利用图 3-6 验证勾股定理吗？

我国历史上将图3-5中弦上的正方形（如图 3-7）称为弦图.

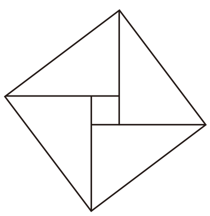


图 3-7

图 3-8

2002 年世界数学家大会（ICM 2002）在北京召开，这届大会会标（如图 3-8）的中央图案正是经过艺术处理的“弦图”，它既标志着中国古代的数学成就，又像一只转动的风车，欢迎来自世界各地的数学家们！

例 我方侦察员小王在距离东西向公路400 m处侦察，发现一辆敌方汽车在公路上疾驶．他赶紧拿出红外测距仪，测得汽车与他相距400 m．10 s后，汽

车与他相距 500 m. 你能帮小王计算敌方汽车的速度吗?

分析: 根据题意，可以画出图 3−9，其中点 A 表示小王所在位置，点 C，B 分别表示两个时刻敌方汽车的位置. 由于小王距离公路 400 m，因此 $\angle C$ 是直角，那么就可以由勾股定理来解决这个问题了.

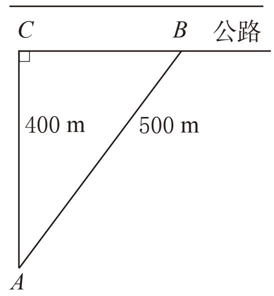


图 3−9

解: 由勾股定理，可以得到 $AB^2=BC^2+AC^2$，也就是 $500^2=BC^2+400^2$，所以 $BC=300$.

敌方汽车 10 s 行驶了 300 m，那么它 1 h 行驶的距离为 $300\times6\times60=108\ 000$（m），即它行驶的速度为 108 km / h.

议一议

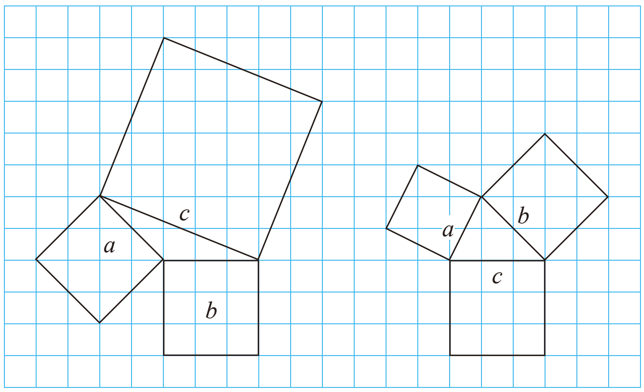
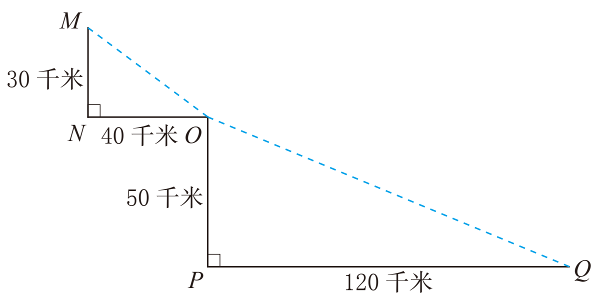


图 3−10

观察图 3−10，判断图中三角形的三边长是否满足 $a^2+b^2=c^2$. 若不满足，说出 a^2+b^2 与 c^2 的大小关系.

随堂练习

如图是某沿江地区交通平面图，为了加快经济发展，该地区拟修建一条连接 M，O，Q 三城市的沿江高速公路，已知沿江高速公路的建设成本是 5 000 万元/千米，该沿江高速公路的造价预计是多少?



读一读

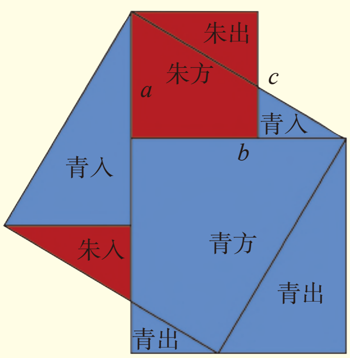
漫话勾股定理

我国是最早了解勾股定理的国家之一．早在三千多年前，周朝数学家商高就提出，将一根直尺折成一个直角，如果勾等于三、股等于四，那么弦就等于五，即“勾三、股四、弦五”．它被记载于我国古代著名的数学著作《周髀算经》中．在这本书中的另一处，还记载了勾股定理的一般形式．

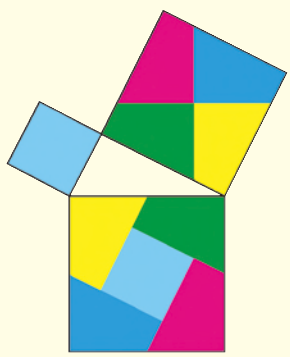
1945 年，人们在研究古巴比伦人遗留下的一块数学泥板时，惊讶地发现上面竟然刻有 15 组能构成直角三角形三边的数，其年代远在商高之前．

相传两千五百多年前，希腊的毕达哥拉斯学派首先证明了勾股定理，因此在国外人们通常称勾股定理为毕达哥拉斯定理．为了纪念毕达哥拉斯学派，1955 年希腊曾经发行了一枚纪念邮票，如右图所示．

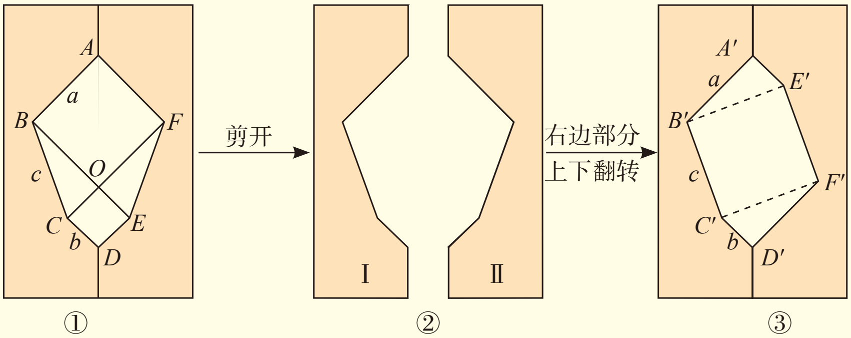
事实上，勾股定理的证明方法十分丰富，达数百种之多．其中一种方法尤为独特，单靠移动几块图形就直观地证出了勾股定理，被誉为“无字的证明”．我们欣赏几个！



中国的“青朱出入图”



古印度的“无字证明”

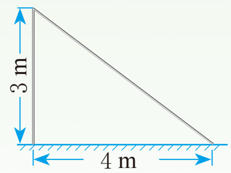


意大利著名画家达·芬奇的方法

图 3-11

习题 3.2

知识技能

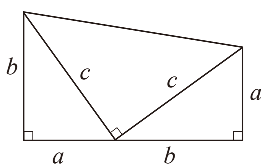


（第 1 题）

1. 如图，强大的台风使得一根竹竿在离地面 3 m 处折断倒下，竹竿顶部落在离竹竿底部 4 m 处．竹竿折断之前有多高？

数学理解

2. 曾任美国总统的 Garfield 在1876年利用如图所示图形验证了勾股定理．你能利用它验证勾股定理吗？说一说这个方法和本节的探索方法的联系．



（第 2 题）

联系拓广

3. 在一张纸上复制四个全等的直角三角形，通过拼图的方法验证勾股定理．你有哪些方法？说说你的方法与课堂上的方法之间有什么联系与差别．

4. 从网上收集有关勾股定理的资料，撰写小论文，与同伴交流．

2 一定是直角三角形吗

在一个直角三角形中，两直角边的平方和等于斜边的平方．反过来，如果一个三角形中有两边的平方和等于第三边的平方，那么这个三角形是直角三角形吗?

可以画几个符合条件的三角形试一试!

做一做

下面的每组数分别是一个三角形的三边长 a，b，c，而且都满足 $a^2+b^2=c^2$：

3，4，5；　5，12，13；　8，15，17；　7，24，25.

分别以每组数为三边长作出三角形，它们都是直角三角形吗?你是怎么想的，与同伴进行交流.

如果三角形的三边长 a，b，c 满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形是直角三角形.

满足 $a^2+b^2=c^2$ 的三个正整数，称为勾股数.

例　一个零件的形状如图 3-12 所示，按规定这个零件中 $\angle A$ 和 $\angle DBC$ 都应为直角．工人师傅量得这个零件各边尺寸如图所示，这个零件符合要求吗?

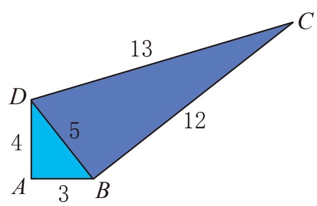


图 3-12

解：在 $\triangle ABD$ 中，$AB^2+AD^2=9+16=25=BD^2$，所以 $\triangle ABD$ 是直角三角形，$\angle A$ 是直角.

在 $\triangle BCD$ 中，$BD^2+BC^2=25+144=169=CD^2$，所以 $\triangle BCD$ 是直角三角形，$\angle DBC$ 是直角.

因此这个零件符合要求.

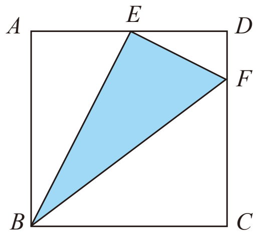
随堂练习

1. 下列几组数能否作为直角三角形的三边长？说说你的理由.

（1）9，12，15；　　（2）12，18，22；

（3）12，35，36；　　（4）15，36，39.

2. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AE=2$，$DF=1$. 图中有几个直角三角形？你是如何判断的？与同伴进行交流.



（第 2 题）

读一读

勾股数与费马大定理

我们知道，直角三角形两条直角边长 a，b 与斜边长 c 之间满足等式：$a^2+b^2=c^2$，并且能够找到一些满足这个等式的正整数组（即勾股数）. 那么勾股数到底有多少呢？它们有一定的规律吗？其实，勾股数有无数组，下面就是一种寻找勾股数的方法：对于任意两个正整数 m，n（$m>n$），$2mn$，m^2-n^2 和 m^2+n^2 这三个数就是一组勾股数. 例如，取 $m=5$，$n=2$，则 $m^2+n^2=29$，$m^2-n^2=21$，$2mn=20$，20，21，29 就是一组勾股数. 你能解释其中的道理吗？

17 世纪的法国数学家费马（Pierre de Fermat，1601—1665）也研究了勾股数的问题，并且在这个问题的启发下，想到了一个更一般的问题. 1637 年，他提出了数学史上的一个著名猜想，即当 $n>2$ 时，找不到任何的正整数组，使等式 $x^n+y^n=z^n$ 成立. 费马的猜想公布以后，引起了各国优秀数学家的关注，他们围绕着这个猜想顽强地探索着，试图来证明它. 1995 年，英籍数学家维尔斯（Andrew Wiles，1953—　）终于证明了费马猜想，解开了这个困惑世间无数智者 300 多年的谜. 费马猜想就成了著名的费马大定理.

习题 3.3

知识技能

1. 如果三条线段 a，b，c 满足 $a^2=c^2-b^2$，这三条线段组成的三角形是直角三角形吗？为什么？

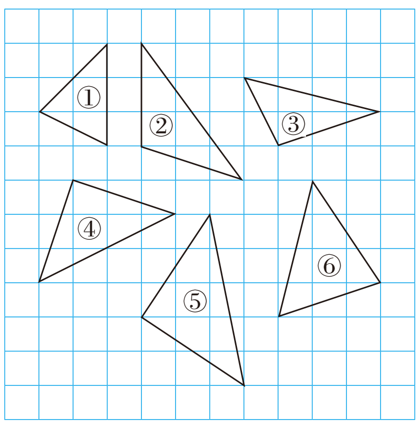
数学理解

2.（1）下表中第一列每组数都是勾股数，补全下表，这些勾股数的 2 倍、3 倍、4 倍、10 倍还是勾股数吗？说说你的理由.

	2 倍	3 倍	4 倍	10 倍
3，4，5	6，8，10	__，__，__	__，__，__	__，__，__
5，12，13	__，__，__	15，36，39	__，__，__	__，__，__
8，15，17	__，__，__	__，__，__	32，60，68	__，__，__
7，24，25	__，__，__	__，__，__	__，__，__	70，240，250

（2）如果将直角三角形的三条边长同时扩大一个相同的倍数，得到的三角形还是直角三角形吗？

3. 如图，哪些三角形是直角三角形，哪些不是？说说你的理由.



（第 3 题）

问题解决

※**4.** 给你一根长绳子，没有其他工具，你能方便地得到一个直角吗？

联系拓广

※**5.** 美国哥伦比亚大学收藏了一块古巴比伦时期的泥板（如图）．经科学家研究发现，这块泥板上的三列文字实际上是三列数字（如下表）．你知道这些数字间的关系吗？借助计算器进行探索．

a	b	c
120	119	169
3 456	3 367	4 825
4 800	4 601	6 649
13 500	12 709	18 541
72	65	97
360	319	481
2 700	2 291	3 541
960	799	1 249
600	481	769
6 480	4 961	8 161
60	45	75
2 400	1 679	2 929
240	161	289
2 700	1 771	3 229
90	56	106

3 勾股定理的应用举例

如图 3−13 所示，有一个圆柱，它的高等于 12 cm，底面上圆的周长等于 18 cm．在圆柱下底面的点 A 处有一只蚂蚁，它想吃到上底面上与点 A 相对的点 B 处的食物，沿圆柱侧面爬行的最短路程是多少?

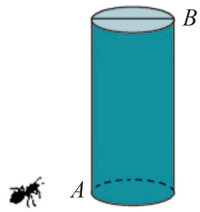


图 3−13

（1）自己做一个圆柱，尝试从点 A 到点 B 沿圆柱侧面画出几条路线，你觉得哪条路线最短呢?

（2）如图 3−14 所示，将圆柱侧面剪开展成一个长方形，从点 A 到点 B 的最短路线是什么？你画对了吗?

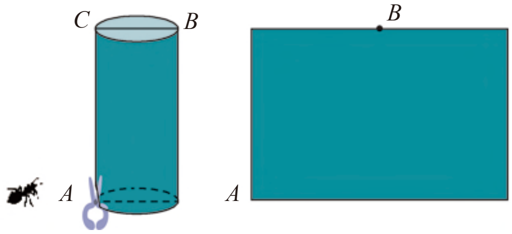


图 3−14

（3） 蚂蚁从点 A 出发， 想吃到点 B 处的食物，它沿圆柱侧面爬行的最短路程是多少?

（4）若蚂蚁先从点 A 直接向上爬到点 C，然后再从点 C 沿底面直径爬到点 B，这样爬的总路程与沿圆柱侧面爬行的最短路程比较，哪一条更短些?

做一做

李叔叔想要检测雕塑（如图3−15）底座正面的边 AD 和边 BC 是否分别垂直于底边 AB，但他随身只带了卷尺．

（1）你能替他想办法完成任务吗?

（2）李叔叔量得边 AD 长是 30 cm，边 AB 长是 40 cm，点 B，D 之间的距离是 50 cm．边 AD 垂直于边 AB 吗?

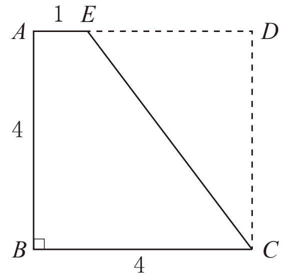
（3）小明随身只有一个长度为 20 cm 的刻度尺，他能有办法检验边 AD 是否垂直于边 AB 吗？边 BC 与边 AB 呢?

图 3−15

随堂练习

1. 将一个边长为 4 的正方形截去一个角，剩下的四边形如图. 求这个四边形的周长.

2. 甲、乙两位探险者到沙漠进行探险. 某日早晨 8:00 甲先出发，他以 6 km/h 的速度向正东方向行走. 1 h后乙出发，他以 5 km/h 的速度向正北方向行走. 上午 10:00，甲、乙二人相距多远?

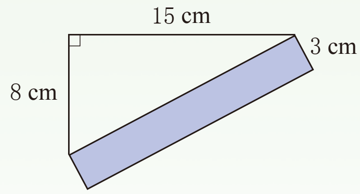


（第 1 题）

习题 3.4

知识技能

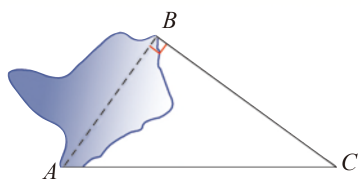
1. 如图，阴影部分的长方形面积是多少?



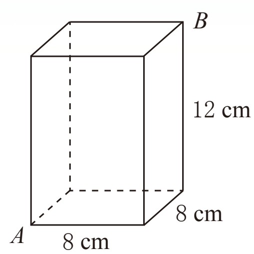
（第 1 题）

问题解决

2. 如图，为得到湖两岸A点和B点间的距离，一个观测者在C点设桩，使$\triangle ABC$为直角三角形，并测得AC长 100 m，BC长 80 m. A，B两点间的距离是多少?



（第 2 题）



（第 3 题）

3. 一个无盖的长方体形盒子的长、宽、高分别为 8 cm，8 cm，12 cm，一只蚂蚁想从盒底的点 A 爬到盒顶的点 B，你能帮蚂蚁设计一条最短的线路吗? 蚂蚁要爬行的最短行程是多少?

※4. 借助勾股定理，利用升旗的绳子、卷尺，请你设计一个方案，测算出旗杆的高度.

例 1 在我国古代数学著作《九章算术》中记载了一个有趣的问题，这个问题的意思是：如图 3-16，有一个水池，水面是一个边长为 10 尺的正方形. 在水池正中央有一根新生的芦苇，它高出水面 1 尺. 如果把这根芦苇沿与一边

垂直的方向拉向岸边，那么它的顶端恰好到达岸边的水面. 这个水池的水深和这根芦苇的长度各是多少？

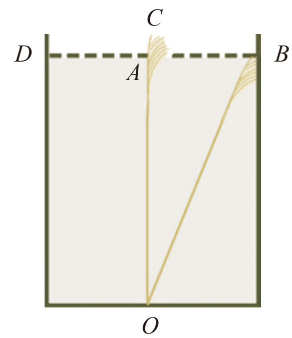


图 3–16

解： 设水深 OA 为 x 尺，则芦苇长 $OB=OC=x+1$（尺）. 又水池水面 BD 长为 10 尺，所以 $AB=\dfrac{BD}{2}=5$（尺）.

在 Rt△OAB 中，根据勾股定理，有

$$OA^2+AB^2=OB^2,$$

即 $$x^2+5^2=(x+1)^2.$$

整理得 $$2x=5^2-1.$$

解得 $$x=12.$$

又 $12+1=13$（尺）.

所以，水池的水深 12 尺，芦苇长 13 尺.

例 2 如图3–17，某隧道的截面是一个半径为 4.2 m 的半圆形，一辆高 3.6 m、宽 3 m 的卡车能通过该隧道吗？

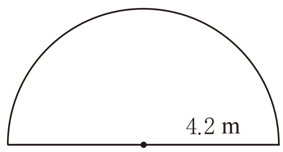


图 3–17

分析： 图 3–18 是卡车从隧道的正中间通过时，截面的示意图. 长方形 $ABCD$ 表示卡车，车宽 $AB=3$ m，车高 $BC=3.6$ m，AB 的中点恰好是隧道截面半圆的圆心. 如果 OC 的长（或OC^2）小于半圆的半径 r（或 r^2），则卡车能通过该隧道，否则不能通过.

解： 图 3–18 中的长方形 $ABCD$ 是卡车横截面的示意图，AB 的中点 O 是隧道的截面半圆的圆心. $OB=\dfrac{3}{2}=1.5$（m），$BC=3.6$（m），$\angle B=90°$.

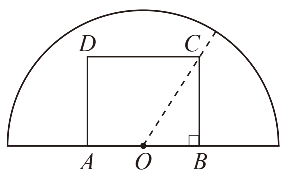


图 3–18

在 Rt△OBC 中，根据勾股定理，有

$$OC^2=OB^2+BC^2,$$

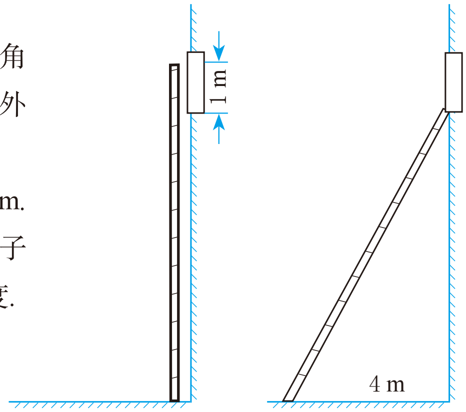
即 $$OC^2=1.5^2+3.6^2=15.21.$$

隧道的截面半径 $r=4.2$ m，$4.2^2=17.64>15.21$.

所以卡车可以沿着隧道中间顺利通过.

随堂练习

1. 小英想用一条 36 cm 米长的绳子围成一个直角三角形，其中一条边的长度为 12 cm，求另外两条边的长度.
2. 如图，一架梯子若靠墙直立时比窗户的下沿高1 m. 若斜靠在墙上，当梯子的下端离墙 4 m时，梯子的上端恰好与窗户的下沿对齐. 求梯子的长度.

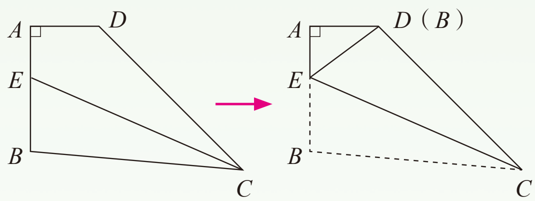


（第 2 题）

习题 3.5

知识技能

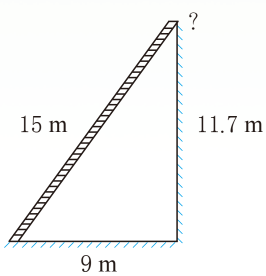
1. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=90°$，$AB=4$ cm，$AD=2$ cm，$BC=CD$，E 是 AB 上的一点. 若沿 CE 折叠，则 B，D 两点重合，求 $\triangle AED$ 的面积.



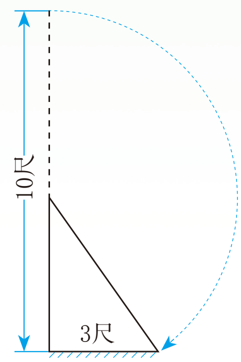
（第 1 题）

问题解决

2. 如图，一座城墙高 11.7 m，墙外有一条宽为 9 m 的护城河，那么一个长为 15 m 的云梯能否到达城墙的顶端？



（第 2 题）



（第 3 题）

3. 《九章算术》中记载了一道“折竹抵地”的数学问题，这个问题的意思是：有一根竹子原来高1丈，竹梢部分折断，尖端落在地上，竹尖与竹根距离3尺，问折断处离地多高. 你能解答此问题吗？（1丈 = 10尺）

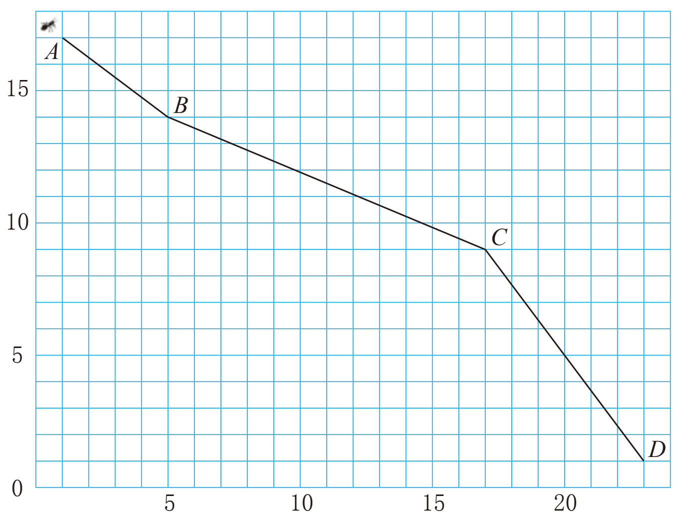
回顾与思考

1. 直角三角形的边、角之间分别存在着什么关系？
2. 举例说明，如何判断一个三角形是否为直角三角形.
3. 请你举一个生活中的实例，并运用勾股定理解决它.
4. 你了解勾股定理的历史吗？与同伴进行交流.
5. 用适当的方式梳理本章的知识，并与同伴进行交流.

复习题

知识技能

1. 蚂蚁沿图中所示的折线由点 A 爬到了点 D，蚂蚁一共爬行了多少厘米？（图中小方格的边长代表 1 cm）



（第 1 题）

2. 判断下列几组数能否作为直角三角形的三边长.

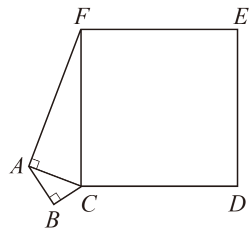
（1）8，15，17；　　（2）7，12，15；

（3）12，15，20；　　（4）7，24，25.

3. 一艘帆船由于风向的原因先向正东方向航行了 160 km，然后向正北方向航行了 120 km，这时它离出发点有多远？

4. 如图，BC 长为 3 cm，AB 长为 4 cm，AF 长为 12 cm. 求正方形 $CDEF$ 的面积.

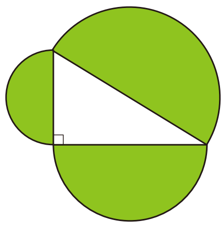
5. 小明从家出发向正北方向走了 150 m，接着向正东方向走到离家 250 m 远的地方. 小明向正东方向走了多远?



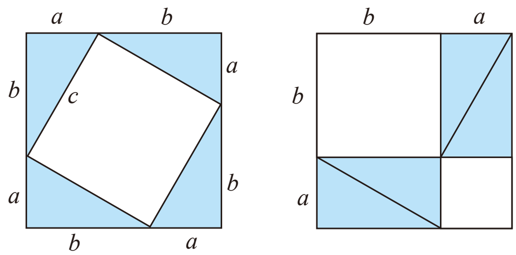
（第 4 题）

数学理解

6. 如图，直角三角形三边上的半圆面积之间有什么关系?



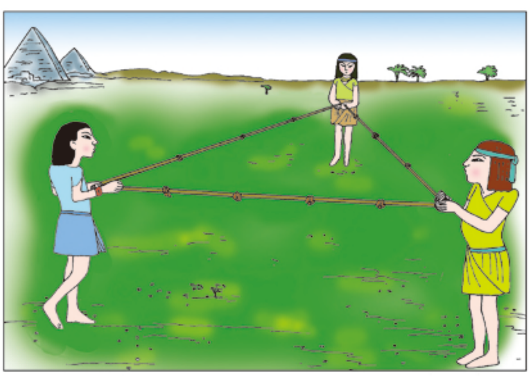
（第 6 题）



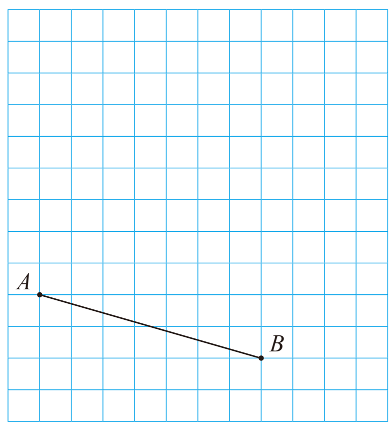
（第 7 题）

7. 据传当年毕达哥拉斯借助如图所示的两个图验证了勾股定理，你能说说其中的道理吗?

8. 据说古埃及人曾用下面的方法得到直角：如图所示，他们用 13 个等距的结把一根绳子分成等长的 12 段，一个工匠同时握住绳子的第 1 个结和第 13 个结，两个助手分别握住第 4 个结和第 8 个结，拉紧绳子，就会得到一个直角三角形，其直角在第 4 个结处. 你能说说其中的道理吗?



（第 8 题）



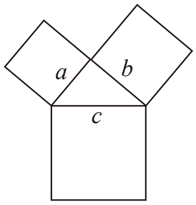
（第 9 题）

9. 如图，方格纸上每个小正方形的面积为 1 个单位.

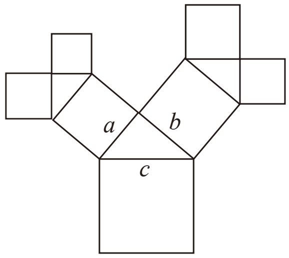
（1）在方格纸上，以线段 AB 为边画正方形并计算所画正方形的面积，解释你的计算方法;

（2）你能在图上画出面积依次为 5 个单位、10 个单位、13 个单位的正方形吗?

10. 如图 ①，直角三角形的两个锐角分别是 40° 和 50°，其三边上分别有一个正方形. 执行下面的操作：由两个小正方形向外分别作锐角为 40° 和 50° 的直角三角形，再分别以所得到的直角三角形的直角边为边长作正方形. 图 ② 是一次操作后的图形.



①



②

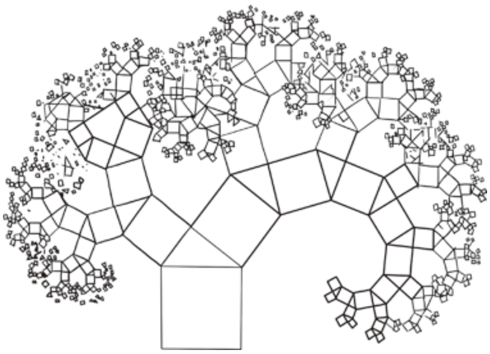
（第 10 题）

（1）试画出 2 次操作后的图形；

（2）如果原来直角三角形斜边长为 1 cm，写出 2 次操作后的图形中所有正方形的面积和；

（3）如果一直画下去，你能想象出它的样子吗？

（4）图③是重复上述步骤若干次后得到的图形，人们把它称为“毕达哥拉斯树”. 如果最初的直角三角形是等腰直角三角形，你能想象出此时“毕达哥拉斯树”的形状吗？



③

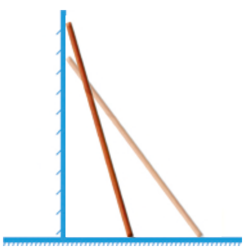
（第 10 题）

问题解决

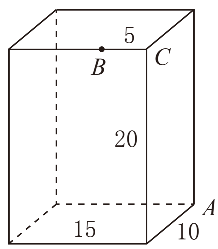
11. 一架云梯长 25 m，如图斜靠在一面墙上，梯子底端离墙 7 m .

（1）这个梯子的顶端距地面有多高？

（2）如果梯子的顶端下滑了 4 m，那么梯子的底部在水平方向也滑动了 4 m 吗？



（第 11 题）

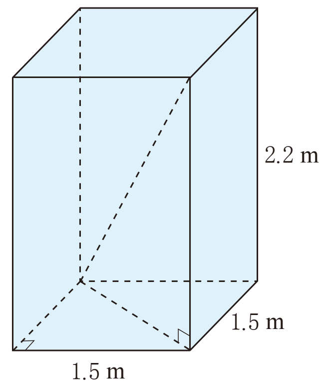


（第 12 题）

12. 如图，长方体的长为 15，宽为 10，高为 20，点 B 到点 C 的距离是 5. 一只蚂蚁如果要沿着长方体的表面从点 A 爬到点 B，需要爬行的最短距离是多少？

联系拓广

※**13.** 装修工人购买了一根装饰用的木条，乘电梯到小明家安装. 如果电梯的长、宽、高分别是 1.5 m、1.5 m、2.2 m，那么，能放入电梯内的木条的最大长度大约是多少米？你能估计出装修工人买的木条至少是多少米吗？



（第 13 题）

※**14.**（1）大家知道 3，4，5；5，12，13；8，15，17 等都是勾股数，有人说它们中好像一定有一个是偶数，你认为他的观点正确吗？说明你的理由.

（2）除此之外，你还能发现勾股数具有哪些规律？与同伴进行交流.

第四章　实　数

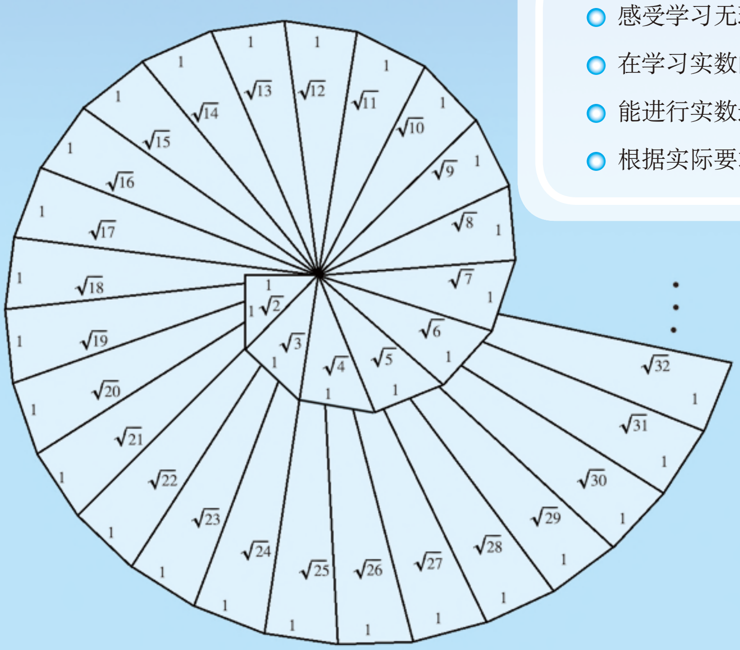
古希腊的毕达哥拉斯学派认为所有的数量都可以用整数或整数之比来表示．这个断言正确吗？

你能求出面积为 2 的正方形的边长吗？你知道圆周率 π 的精确值吗？……它们能用整数或分数（即有理数）来表示吗？

随着人类对数的认识的不断加深和发展，人们发现，现实世界中确实存在不同于有理数的数．本章我们将学习无理数、实数、平方根、立方根等概念，学习利用估算或借助计算器求出一个无理数的近似值，并解决有关实际问题．

学习目标

- 感受学习无理数的必要性
- 在学习实数的有关概念和运算法则时，感受类比的思想
- 能进行实数运算，解决简单的问题
- 根据实际要求选择恰当的方法，估计实数的大小



$\pi = 3.141\ 592\ 65\cdots$

$\sqrt{2} = 1.414\ 213\ 56\cdots$

$0.212\ 112\ 111\ 211\ 112\cdots$

1 无理数

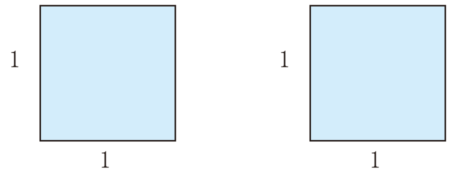


图 4-1

图 4-1 中，有两个边长为 1 的小正方形，剪一剪，拼一拼，设法得到一个大的正方形.

（1）设大正方形的边长为 a，a 满足什么条件？

（2）a 可能是整数吗？说说你的理由.

（3）a 可能是以 2 为分母的分数吗？可能是以 3 为分母的分数吗？说说你的理由.

（4）a 可能是分数吗？说说你的理由，并与同伴进行交流.

事实上，在等式 $a^2=2$ 中，a 既不是整数，也不是分数，所以 a 不是有理数.

做一做

（1）图 4-2 中，以直角三角形的斜边为边的正方形的面积是多少？

（2）设该正方形的边长为 b，b 满足什么条件？

（3）b 是有理数吗？

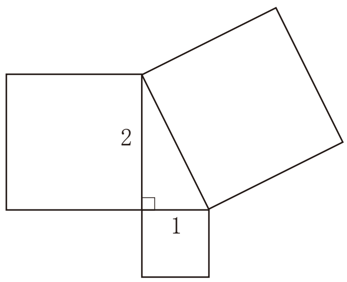
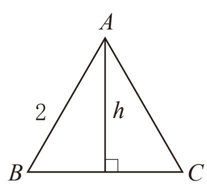


图 4-2

在上面的两个问题中，数 a，b 确实存在，但都不是有理数.

随堂练习

如图，正三角形 ABC 的边长为 2，高为 h，h 可能是整数吗？可能是分数吗？

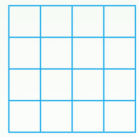


习题 4.1

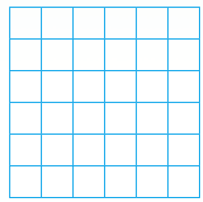
知识技能

1. 长、宽分别是 3，2 的长方形，它的对角线的长可能是整数吗？可能是分数吗？

问题解决


（第 2 题）

2. 右图是由 16 个边长为 1 的小正方形拼成的，任意连接这些小正方形的若干个顶点，可得到一些线段．试分别找出两条长度是有理数的线段和两条长度不是有理数的线段．


（第 3 题）

3. 请你在如图所示的方格纸上按照如下要求设计直角三角形：

（1）使它的三边中有一边边长不是有理数；

（2）使它的三边中有两边边长不是有理数；

（3）使它的三边边长都不是有理数．

联系拓广

※**4.** 正方形的边长和对角线的长可能都为整数吗？

面积为 2 的正方形的边长 a 究竟是多少呢？

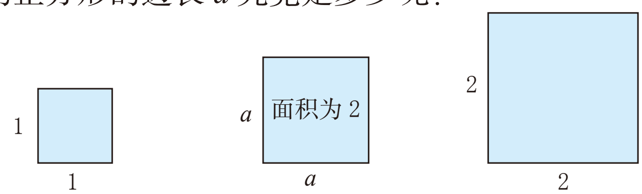


图 4-3

（1）如图 4-3，3 个正方形的边长之间有怎样的大小关系？说说你的理由．

（2）边长 a 的整数部分是几？十分位是几？百分位呢？千分位呢？……借助计算器进行探索．

（3）小明根据他的探索过程整理出如下的表格，你的结果呢？

边长 a	面积 S
$1 < a < 2$	$1 < S < 4$
$1.4 < a < 1.5$	$1.96 < S < 2.25$
$1.41 < a < 1.42$	$1.988\ 1 < S < 2.016\ 4$
$1.414 < a < 1.415$	$1.999\ 396 < S < 2.002\ 225$
$1.414\ 2 < a < 1.414\ 3$	$1.999\ 961\ 64 < S < 2.000\ 244\ 49$

还可以继续算下去吗？

a 可能是有限小数吗？

事实上，$a=1.414\ 213\ 56\cdots$，它是一个无限不循环小数．

做一做

（1）估计面积为 5 的正方形的边长 b 的值（结果精确到十分位），并用计算器验证你的估计．

（2）如果结果精确到百分位呢？

事实上，$b=2.236\ 067\ 978\cdots$，它是一个无限不循环小数．

同样，对于体积为 2 的正方体，借助计算器，可以得到它的棱长 $c=1.259\ 921\ 05\cdots$，它也是一个无限不循环小数．

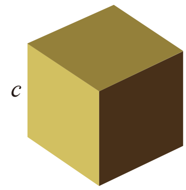


图 4-4

议一议

把下列各数表示成小数，你发现了什么？

$$3,\ \frac{4}{5},\ \frac{5}{9},\ -\frac{8}{45},\ \frac{2}{11}.$$

事实上，有理数总可以用有限小数或无限循环小数表示．反过来，任何有限小数或无限循环小数也都是有理数．

无限不循环小数称为**无理数**（irrational number）．

除了像上面的数a，b，c是无理数外，我们十分熟悉的圆周率$\pi=3.141\ 592\ 65\cdots$也是一个无限不循环小数，因此它也是一个无理数．再如 $0.585\ 885\ 888\ 588\ 885\cdots$（相邻两个 5 之间 8 的个数逐次加 1），也是无理数．

想一想

你能找到其他的无理数吗？

例　下列各数中，哪些是有理数？哪些是无理数？

3.14，$-\frac{4}{3}$，$0.\dot{5}\dot{7}$，$0.101\ 000\ 100\ 000\ 1\cdots$（相邻两个 1 之间 0 的个数逐次加 2）．

解：有理数有：3.14，$-\frac{4}{3}$，$0.\dot{5}\dot{7}$.

无理数有：$0.101\,000\,100\,000\,1\cdots$（相邻两个1之间0的个数逐次加2）.

随堂练习

下列各数中，哪些是有理数？哪些是无理数？

$0.458\,3$，$3.\dot{7}$，$-\pi$，$-\frac{1}{7}$，18.

读一读

无理数的发现

毕达哥拉斯学派是以古希腊哲学家、数学家、天文学家毕达哥拉斯（Pythagoras，约前580—约前500）为代表人物的一个学派．毕达哥拉斯学派发现了无理数，这是数学史上的一件大事，它导致了第一次数学危机．

毕达哥拉斯学派有一个信条："万物皆数！"即"宇宙间的一切现象都能归结为整数或整数之比"，也就是一切现象都可以用有理数去描述．公元前5世纪，毕达哥拉斯学派的一个成员希伯索斯（Hippasus）发现边长为1的正方形的对角线的长不能用整数或整数之比来表示．这个发现动摇了毕达哥拉斯学派的信条，引起了信徒们的恐慌．据说，希伯索斯为此被投入了大海，他为发现真理而献出了宝贵的生命．但真理是不可战胜的．

假设边长为1的正方形的对角线的长可写成两个整数 p，q 的比 $\frac{p}{q}$（p，q 互质），于是有 $\left(\frac{p}{q}\right)^2=2$，$p^2=2q^2$.

因此，p^2 是偶数，p 是偶数.

于是可设 $p=2m$，那么 $p^2=4m^2=2q^2$，$q^2=2m^2$.

这就是说，q^2 是偶数，q 也是偶数．这与"p，q 是互质的两个整数"的假设矛盾．

从无理数的发现可以看出无理数并不"无理"，它和有理数一样，都是现实世界中客观存在的量的反映．

习题 4.2

知识技能

1. 下列各数中，哪些是有理数？哪些是无理数？

$-\dfrac{559}{180}$，$3.9\dot{7}$，$-234.101\ 010\ 10\cdots$（相邻两个 1 之间有 1 个 0），

$0.123\ 456\ 789\ 101\ 112\ 13\cdots$（小数部分由相继的正整数组成）.

2.（1）设面积为 10 的正方形的边长为 x，x 是有理数吗？说说你的理由；

（2）估计 x 的值（结果精确到十分位），并用计算器验证你的估计；

（3）如果结果精确到百分位呢？

数学理解

3. 你能举出 3 个有关无理数的实例吗？

4. 判断下列说法是否正确：

（1）所有无限小数都是无理数；（　）

（2）所有无理数都是无限小数；（　）

（3）有理数都是有限小数；（　）

（4）不是有限小数的不是有理数.（　）

2 平方根

已知正方形的边长，我们会计算它的面积．反之，如果已知正方形的面积，你会求它的边长吗？

想一想

（1）若一个正方形的面积为 9，它的边长为多少？若一个正方形的面积为 $\dfrac{25}{36}$，它的边长是多少？

（2）根据图 4-5 填空：

$x^2=$__________，

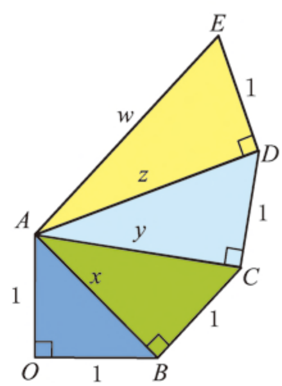


图 4-5

$y^2 =$ ＿＿＿＿＿，

$z^2 =$ ＿＿＿＿＿，

$w^2 =$ ＿＿＿＿＿.

x，y，z，w 四个数中哪些是有理数？哪些是无理数？你能表示它们吗？

一般地，如果一个正数 x 的平方等于 a，即 $x^2 = a$，那么这个正数 x 就叫做 a 的**算术平方根**（arithmetic square root），记为“$\sqrt{a}$”，读作“根号 a”.

特别地，我们规定 0 的算术平方根是 0，即 $\sqrt{0} = 0$.

例 1　求下列各数的算术平方根：

（1）900；（2）1；（3）$\frac{49}{64}$；（4）14.

解：（1）因为 $30^2 = 900$，所以 900 的算术平方根是 30，即 $\sqrt{900} = 30$；

（2）因为 $1^2 = 1$，所以 1 的算术平方根是 1，即 $\sqrt{1} = 1$；

（3）因为 $(\frac{7}{8})^2 = \frac{49}{64}$，所以 $\frac{49}{64}$ 的算术平方根是 $\frac{7}{8}$，即 $\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{7}{8}$；

（4）14 的算术平方根是 $\sqrt{14}$.

例 2　自由下落物体下落的距离 s（m）与下落时间 t（s）的关系为 $s = 4.9t^2$. 有一铁球从 19.6 m 高的建筑物上自由下落，到达地面需要多长时间？

解：将 $s = 19.6$ 代入公式 $s = 4.9t^2$，

得 $t^2 = 4$，所以 $t = \sqrt{4} = 2$（s）.

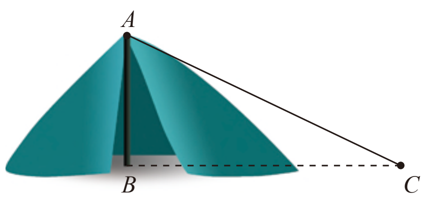
即铁球到达地面需要 2 s.

随堂练习

1. 求下列各数的算术平方根：

36，$\frac{9}{16}$，17，0.81，10^{-4}.

2. 如图，从帐篷支撑竿 AB 的顶部 A 向地面拉一根绳子 AC 固定帐篷. 若绳子的长度为



（第 2 题）

5.5 m，地面固定点 C 到帐篷支撑竿底部 B 的距离是 4.5 m，则帐篷支撑竿的高是多少？（精确到 0.1 m）

习题 4.3

知识技能

1. 求下列各数的算术平方根：

$$121,\ \frac{9}{25},\ 1.96,\ 10^6.$$

2. 求下列各式的值：

（1）$\sqrt{100}$；　（2）$\sqrt{144}$；　（3）$\sqrt{\frac{25}{121}}$；

（4）$-\sqrt{0.01}$；　（5）$-\sqrt{225}$；　（6）$-\sqrt{\frac{49}{81}}$.

问题解决

3. 小明房间的面积为 10.8 m^2，房间地面恰由 120 块相同的正方形地砖铺成，每块地砖的边长是多少？

联系拓广

4. 一个正方形的面积变为原来的 4 倍，它的边长变为原来的多少倍？面积变为原来的 9 倍，它的边长变为原来的多少倍？面积变为原来的 100 倍呢？面积变为原来的 n 倍呢？

想一想

（1）9 的算术平方根是 3，也就是说，3 的平方是 9．还有其他的数，它的平方也是 9 吗？

（2）平方等于 $\frac{4}{25}$ 的数有几个？平方等于 0.64 的数呢？

一般地，如果一个数 x 的平方等于 a，即 $x^2=a$，那么这个数 x 就叫做 a 的**平方根**（square root，也叫做二次方根）.

议一议

（1）一个正数有几个平方根？

（2）0 有几个平方根？

（3）负数呢？

一个正数有两个平方根；0 只有一个平方根，它是 0 本身；负数没有平方根.

正数 a 有两个平方根，一个是 a 的算术平方根“$\sqrt{a}$”，另一个是“$-\sqrt{a}$”，它们互为相反数. 这两个平方根合起来可以记作“$\pm\sqrt{a}$”，读作“正、负根号 a”.

求一个数 a 的平方根的运算叫做**开平方**（extraction of square root），a 叫做被开方数.

例 3 求下列各数的平方根：

（1）64；（2）$\frac{49}{121}$；（3）0.000 4；（4）$(-25)^2$；（5）11.

解：（1）因为 $(\pm 8)^2=64$，所以 64 的平方根是 ± 8，即 $\pm\sqrt{64}=\pm 8$；

（2）因为 $\left(\pm\frac{7}{11}\right)^2=\frac{49}{121}$，所以 $\frac{49}{121}$ 的平方根是 $\pm\frac{7}{11}$，即 $\pm\sqrt{\frac{49}{121}}=\pm\frac{7}{11}$；

（3）因为 $(\pm 0.02)^2=0.000\,4$，所以 0.000 4 的平方根是 ± 0.02，即 $\pm\sqrt{0.000\,4}=\pm 0.02$；

（4）因为 $(\pm 25)^2=(-25)^2$，所以 $(-25)^2$ 的平方根是 ± 25，即 $\pm\sqrt{(-25)^2}=\pm 25$；

（5）11 的平方根是 $\pm\sqrt{11}$.

想一想

（1）$(\sqrt{64})^2$ 等于多少？$\left(\sqrt{\frac{49}{121}}\right)^2$ 等于多少？

（2）$(\sqrt{7.2})^2$ 等于多少？

（3）对于正数 a，$(\sqrt{a})^2$ 等于多少？

随堂练习

1. 求下列各数的平方根：

$$1.44，0，8，\frac{100}{49}，441，196，10^{-4}.$$

2. 填空：

（1）25 的平方根是 __________；

（2）$\sqrt{(-5)^2}=$ __________；

（3）$(\sqrt{5})^2=$ __________.

3. 当 $a=5$，$b=12$ 时，求 $\sqrt{a^2+b^2}$ 的值.

习题 4.4

知识技能

1. 求下列各数的平方根：

$$169，10^{-6}，\frac{16}{49}，\frac{9}{4}，18.$$

2.（1）一个正数的平方等于 361，求这个正数；

（2）一个负数的平方等于 121，求这个负数；

（3）一个数的平方等于 196，求这个数.

3. 求满足下列各式的未知数 x：

（1）$x^2=\frac{25}{81}$；（2）$x^2=6$.

4. 求下列各式的值：

（1）$\sqrt{4^2}$；（2）$\sqrt{(-4)^2}$；（3）$(\sqrt{0.8})^2$.

5. 当 $c=25$，$b=24$ 时，求 $\sqrt{(c+b)(c-b)}$ 的值.

联系拓广

6. 已知 x 是 16 的算术平方根，y 是 9 的平方根，求 x^2+y^2+x+2 的值.

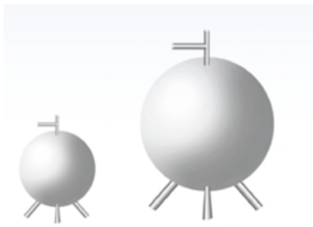
※**7.** 对于任意数 a，$\sqrt{a^2}$ 一定等于 a 吗？

3 立方根

已知正方体的棱长，我们会计算它的体积. 反之，如果已知正方体的体积，你会求它的棱长吗?

（1）一个容积为 8 m^3 的正方体水箱，它的棱长为多少?

（2）某化工厂使用半径为 1 m 的一种球形储气罐储藏气体. 现在要造一个新的球形储气罐，如果它的体积❶是原来的 8 倍，那么它的半径是原储气罐半径的多少倍? 如果储气罐的体积是原来的 4 倍呢?



（3）如果一个数的立方等于 $-\frac{8}{27}$，这个数是多少? 与同伴进行交流?

一般地，如果一个数 x 的立方等于 a，即 $x^3=a$，那么这个数 x 就叫做 a 的**立方根**（cube root，也叫做三次方根）. 如 2 是 8 的立方根，$-\frac{2}{3}$ 是 $-\frac{8}{27}$ 的立方根，0 是 0 的立方根.

做一做

（1）2 的立方等于多少? 是否有其他的数，它的立方也是 8 ?

（2）-3 的立方等于多少? 是否有其他的数，它的立方也是 -27 ?

议一议

（1）正数有几个立方根?

（2）0 有几个立方根?

（3）负数呢?

❶ 球的体积公式为 $V=\frac{4}{3}\pi r^3$，r 为球的半径.

每个数 a 都有一个立方根，记为“$\sqrt[3]{a}$”，读作“三次根号 a”. 例如 $x^3=7$ 时，x 是7的立方根，即 $x=\sqrt[3]{7}$；而 $2^3=8$，2是8的立方根，即 $\sqrt[3]{8}=2$.

正数的立方根是正数；0 的立方根是 0；负数的立方根是负数.

求一个数 a 的立方根的运算叫做**开立方**（extraction of cubic root），a 叫做被开方数.

例 1 求下列各数的立方根：

（1）-27；（2）$\dfrac{8}{125}$；（3）0.216；（4）-5.

解：（1）因为 $(-3)^3=-27$，所以 -27 的立方根是 -3，$\sqrt[3]{-27}=-3$；

（2）因为 $\left(\dfrac{2}{5}\right)^3=\dfrac{8}{125}$，所以 $\dfrac{8}{125}$ 的立方根是 $\dfrac{2}{5}$，即 $\sqrt[3]{\dfrac{8}{125}}=\dfrac{2}{5}$；

（3）因为 $0.6^3=0.216$，所以 0.216 的立方根是 0.6，即 $\sqrt[3]{0.216}=0.6$；

（4）-5 的立方根是 $\sqrt[3]{-5}$.

想一想

$\sqrt[3]{a}$ 表示 a 的立方根，那么 $(\sqrt[3]{a})^3$ 等于什么？$\sqrt[3]{a^3}$ 呢？

例 2 求下列各式的值：

（1）$\sqrt[3]{-8}$；（2）$\sqrt[3]{0.064}$；（3）$-\sqrt[3]{\dfrac{8}{125}}$；（4）$(\sqrt[3]{9})^3$.

解：（1）$\sqrt[3]{-8}=\sqrt[3]{(-2)^3}=-2$；（2）$\sqrt[3]{0.064}=\sqrt[3]{0.4^3}=0.4$，

（3）$-\sqrt[3]{\dfrac{8}{125}}=-\sqrt[3]{\left(\dfrac{2}{5}\right)^3}=-\dfrac{2}{5}$；（4）$(\sqrt[3]{9})^3=9$.

随堂练习

1. 求下列各式的值:

$\sqrt[3]{0.125}$，$\sqrt[3]{-64}$，$\sqrt[3]{5^3}$，$(\sqrt[3]{16})^3$.

2. 一个正方体，它的体积是棱长为 3cm 的正方体体积的 8 倍，这个正方体的棱长是多少？

习题 4.5

知识技能

1. 求下列各数的立方根：

$$0.001,\quad -1,\quad -\frac{1}{216},\quad 8\,000,\quad \frac{8}{27},\quad -512.$$

2. 求下列各式的值：

$$\sqrt[3]{8},\quad \sqrt[3]{\frac{1}{64}},\quad \sqrt[3]{(-3)^3},\quad (\sqrt[3]{125})^3,\quad -\sqrt[3]{27}.$$

3. 填写下表：

a	1	8	27	64						
$\sqrt[3]{a}$					5	6	7	8	9	10

数学理解

4. （1）对于正数 k，随着 k 值的增大，它的算术平方根怎样变化？

（2）对于正数 k，随着 k 值的增大，它的立方根怎样变化？

如果 k 是一个负数，随着 k 值的增大，它的立方根又怎样变化？

问题解决

5. 一个正方体木块的体积为 1 000 cm^3，现要把它锯成 8 块同样大小的正方体小木块，小木块的棱长是多少？

联系拓广

6. 一个正方体的体积变为原来的 8 倍，它的棱长变为原来的多少倍？体积变为原来的 27 倍，它的棱长变为原来的多少倍？体积变为原来的 1 000 倍呢？体积变为原来的 n 倍呢？

4 估算

你还记得在“无理数”一节中，我们是怎样估计 $\sqrt{2}$ 的值的吗？

在进行开平方和开立方运算时，对于开方开不尽的情况，经常需要对它的大小进行估计.

做一做

某地开辟了一块长方形的荒地，新建一个以环保为主题的公园. 已知这块荒地的长是宽的 2 倍，它的面积为 400 000 m^2.

（1）公园的宽大约是多少？它有 1 000 m 吗？

（2）如果要求误差小于 10 m，它的宽大约是多少？与同伴进行交流.

（3）该公园中心有一个圆形花圃，它的面积是 800 m^2，你能估计它的半径吗？（误差小于 1 m）

议一议

（1）下列计算结果正确吗？你是怎样判断的？与同伴进行交流.

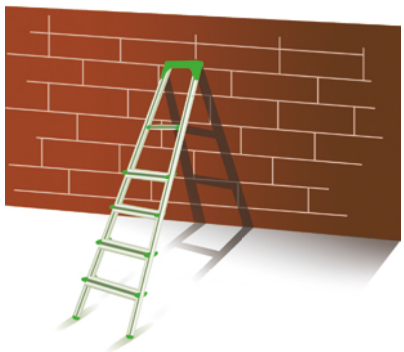
$\sqrt{0.43}\approx 0.066$；　　$\sqrt[3]{900}\approx 96$；　　$\sqrt{2\,536}\approx 60.4$.

（2）你能估算 $\sqrt[3]{900}$ 的大小吗？（误差小于 1）

（3）校园里有一块面积为 88 m^2 的正方形草坪，试估计草坪的边长（误差小于 0.1 m）.

例　生活经验表明，靠墙摆放梯子时，若梯子底端离墙的距离约为梯子长度的 $\frac{1}{3}$，则梯子比较稳定. 现有一长度为 6 m 的梯子，当梯子稳定摆放时，它

的顶端能达到 5.6 m 高的墙头吗?



解：设梯子稳定摆放时的高度为 x m，此时梯子底端离墙的距离恰为梯子长度的 $\frac{1}{3}$，根据勾股定理，有 $x^2+\left(\frac{1}{3}\times 6\right)^2=6^2$，即 $x^2=32$，$x=\sqrt{32}$.

因为 $5.6^2=31.36<32$，所以 $\sqrt{32}>5.6$.

因此，梯子稳定摆放时，它的顶端能够达到 5.6 m 高的墙头.

议一议

（1）通过估算，你能比较 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 $\frac{1}{2}$ 的大小吗? 你是怎样想的? 与同伴进行交流.

（2）小明是这样想的：$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 $\frac{1}{2}$ 的分母相同，只要比较它们的分子就可以了. 因为 $\sqrt{5}>2$，所以 $\sqrt{5}-1>1$，因此 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}>\frac{1}{2}$.

你认为小明的想法正确吗?

随堂练习

1. 估算下列数的大小：

（1）$\sqrt{13.6}$（误差小于 0.1）；　　（2）$\sqrt[3]{800}$（误差小于 1）.

2. 通过估算，比较 $\sqrt{6}$ 与 2.5 的大小.

习题 4.6

知识技能

1. 估算下列数的大小：

（1）$\sqrt[3]{260}$（误差小于 1）；　　（2）$\sqrt{25.7}$（误差小于 0.1）.

2. 通过估算，比较下面各组数的大小：

（1）$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，$\frac{1}{2}$；　　（2）$\sqrt{15}$，3.85.

数学理解

3. 下列计算结果正确吗？说说你的理由.

（1）$\sqrt{8\,955} \approx 9.5$；　　（2）$\sqrt[3]{12\,345} \approx 231$.

问题解决

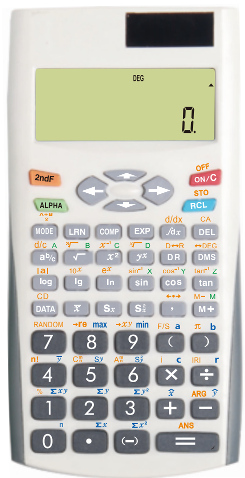
4. 一个人每天平均要饮用大约 0.001 5 m^3 的各种液体，按 70 岁计算，他所饮用的液体总量大约为 40 m^3. 如果用一圆柱形的容器（底面直径等于高）来装这些液体，这个容器大约有多高？（误差小于 1 m）

5. 小明放风筝时不小心将风筝落在了 4.8 m 高的墙头上，他请爸爸帮他取. 爸爸搬来梯子，将梯子稳定摆放（梯子底端离墙的距离约为梯子长度的 $\frac{1}{3}$），此时梯子顶端正好达到墙头，爸爸问小明梯子的长度有没有 5 m. 你能帮小明一起算算吗？

联系拓广

※**6.** 通过估算，比较 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 $\frac{5}{8}$ 的大小.

5 用计算器开方



利用科学计算器怎样进行开方运算❶？

开方运算要用到键 √ 和键 ∛.

对于开平方运算，按键顺序为：√ 被开方数 =.

对于开立方运算，按键顺序为：2ndF √ 被开方数 =.

	按键顺序	显示结果
$\sqrt{5.89}$	√ 5 • 8 9 =	2.426 932 22
$\sqrt[3]{\frac{2}{7}}$	2ndF √ (2 ÷ 7) =	0.658 633 756
$\sqrt[3]{-1\ 285}$	2ndF √ (−) 1 2 8 5 =	− 10.871 789 69
$\sqrt{5}+1$	√ 5 + 1 =	3.236 067 977
$\sqrt{6\times7}-\pi$	√ (6 × 7) − 2ndF) =	3.339 148 045

做一做

利用计算器，求下列各式的值（结果精确到0.000 01）：

（1）$\sqrt{800}$；　（2）$\sqrt[3]{\frac{22}{5}}$；　（3）$\sqrt{0.58}$；　（4）$\sqrt[3]{-0.432}$.

❶ 用不同型号的计算器进行开方运算，按键顺序可能有所不同．如用有些计算器进行开平方运算时，先按被开方数，然后按“√”.

例　利用计算器比较 $\sqrt[3]{3}$ 和 $\sqrt{2}$ 的大小.

解： 按键：2ndF　√　3　=，显示 1.442 249 57.

按键：√　2　=，显示 1.414 213 562.

所以，$\sqrt[3]{3}>\sqrt{2}$.

议一议

（1）任意找一个你认为很大的正数，利用计算器对它进行开平方运算，对所得结果再进行开平方运算……随着开方次数的增加，你发现了什么？

（2）改用另一个小于 1 的正数试一试，看看是否仍有类似规律.

随堂练习

利用计算器，比较下列各组数的大小：

（1）$\sqrt[3]{11}$ ，$\sqrt{5}$；　　（2）$\frac{5}{8}$，$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

习题 4.7

知识技能

1. 利用计算器求下列各式的值（结果精确到 0.000 01）：

（1）$\sqrt{2\,408}$ ；　　（2）$\sqrt[3]{-19.78}$ ；　　（3）$\sqrt[3]{\frac{55}{9}}$ ；

（4）$\sqrt{67.5}$ ；　　（5）$\sqrt{7\times8}-8\div(-5)$；　　（6）$\sqrt[3]{3}-\sqrt{2}$.

2. 利用计算器，比较下列各组数的大小：

（1）$\sqrt{8}$，$\sqrt[3]{25}$ ；　　（2）$\frac{8}{13}$，$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

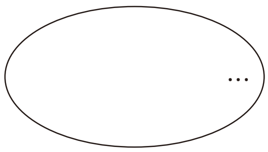
数学理解

3. 任意找一个非零数，利用计算器对它不断进行开立方运算. 你发现了什么？

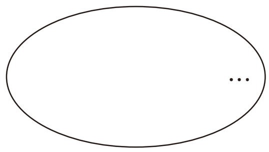
6 实　数

把下列各数分别填入相应的集合内：

$\sqrt[3]{2}$，$\frac{1}{4}$，$\sqrt{7}$，π，$-\frac{5}{2}$，$\sqrt{2}$，$\sqrt{\frac{20}{3}}$，$-\sqrt{5}$，$-\sqrt[3]{8}$，$\sqrt{\frac{4}{9}}$，0，0.373 773 777 3…（相邻两个 3 之间 7 的个数逐次加 1）.



有理数集合



无理数集合

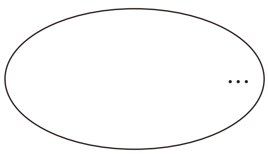
有理数和无理数统称为**实数**（real number）.

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\\\text{无理数}\end{cases}$$

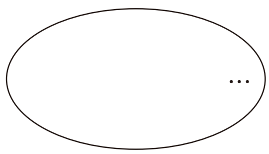
议一议

无理数和有理数一样，也有正负之分. 如 $\sqrt{3}$ 是正的，$-\pi$ 是负的.

（1）你能把上面各数填入下面相应的集合内吗？



正数集合



负数集合

（2）实数还可以怎样分类？

$$\text{实数}\begin{cases}\text{正实数}\begin{cases}\text{正有理数}\\\text{正无理数}\end{cases}\\\text{零}\\\text{负实数}\begin{cases}\text{负有理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

在实数范围内，相反数、倒数、绝对值的意义和有理数范围内的相反数、倒数、绝对值的意义完全一样. 例如，$\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$ 互为相反数，$\sqrt[3]{5}$ 和 $\dfrac{1}{\sqrt[3]{5}}$ 互为倒数，$|\sqrt{3}|=\sqrt{3}$，$|0|=0$，$|-\pi|=\pi$.

实数和有理数一样，可以进行加、减、乘、除、乘方运算，而且有理数的运算法则与运算律对实数仍然适用.

例如，$\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{5}\times\sqrt{2}$，

$\sqrt{3}\times\sqrt{5}\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\sqrt{3}\times\left(\sqrt{5}\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)=\sqrt{3}$，

$4\sqrt[3]{2}+7\sqrt[3]{2}=(4+7)\sqrt[3]{2}=11\sqrt[3]{2}$.

想一想

（1）a 是一个实数，它的相反数为________，绝对值为________；

（2）如果 $a\neq 0$，那么它的倒数为________ .

议一议

（1）如图 4-6，$OA=OB$，数轴上点 A 对应的数是什么？它介于哪两个整数之间？

（2）你能在数轴上找到 $\sqrt{5}$ 对应的点吗？与同伴进行交流.

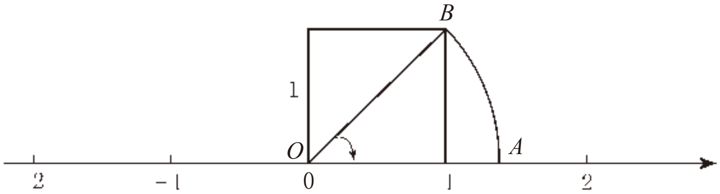


图 4-6

事实上，每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示；反过来，数轴上的每一个点都表示一个实数. 即实数和数轴上的点是一一对应的.

在数轴上，右边的点表示的数比左边的点表示的数大.

随堂练习

1. 判断下列说法是否正确：

（1）无限小数都是无理数；（2）无理数都是无限小数；

（3）带根号的数都是无理数.

2. 求下列各数的相反数、倒数和绝对值：

（1）$\sqrt{7}$；（2）$\sqrt[3]{-8}$；（3）$\sqrt{49}$.

读一读

π 的计算小史

几千年来，人们为了寻求圆周率 π 的越来越精密的近似值而付出了巨大的心血.

起初人们通过经验和实测得到了粗略的 π 值. 第一个以科学的方法计算 π 值的是古希腊数学家阿基米德（前 287—前 212）. 他用正多边形来逼近圆周，得到 $\frac{223}{71}<\pi<\frac{22}{7}$.

中国古代数学家在圆周率计算方面有着卓越的成就. 公元 3 世纪，刘徽创造了一种比阿基米德更巧妙的方法，他算出圆周率 $\pi\approx\frac{157}{50}=3.14$，现在叫做“徽率”. 南北朝时代的祖冲之（429—500）得到 $3.141\,592\,6<\pi<3.141\,592\,7$，并得到了圆周率的另外两个近似分数：$\pi\approx\frac{22}{7}$ 和 $\pi\approx\frac{355}{113}$，前者称为“约率”，后者称为“密率”.

祖冲之的记录保持了将近一千年. 1430 年，阿拉伯数学家阿尔 · 卡西才算得 π 的准确到小数点后 14 位的近似值. 到 16 世纪，德国人奥托和荷兰人安托尼兹又重新计算出密率 $\pi\approx\frac{355}{113}$.

文艺复兴以后，欧洲数学家用无穷级数法代替正多边形逼近的几何方法，使圆周率的计算更为简捷. 用手工计算 π 值的最高记录是 1946 年英国人弗戈森创造的，他将 π 的值准确到小数点后 620 位.

进入计算机时代，圆周率的计算更是突飞猛进. 1949 年，科学家们在第一台计算机 ENIAC 上将 π 准确到 2 035 位小数. 其后，π 精确值的小数位数的计算记录不断更新：1973 年首次突破 100 万位；1989 年突破 10 亿位；2011 年则已达到 10 万亿位.

精确到十位小数的 π 值就足以使地球周长的计算准确到一英寸以内，为什么数学家要将 π 精确到如此程度呢？这可不仅仅是为了满足他们的好奇心，实际上，π 的近似值可用于测试超级计算机的运算速度、稳定性等性能. 当然，在追求更高精度的过程中，可能需要更新计算的方法和思路，这个过程也可能推动数学的发展.

习题 4.8

知识技能

1. 把下列各数填入相应的集合内：

7.5，$\sqrt{15}$，4，$\sqrt{\dfrac{9}{17}}$，$\dfrac{2}{3}$，$\sqrt[3]{-27}$，0.31，$-\pi$，$0.\dot{1}\dot{5}$.

（1）有理数集合：{　　　　　　　　　　　　…}；

（2）无理数集合：{　　　　　　　　　　　　…}；

（3）正实数集合：{　　　　　　　　　　　　…}；

（4）负实数集合：{　　　　　　　　　　　　…}.

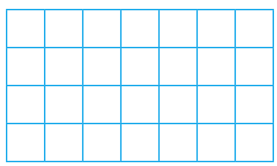
2. 求下列各数的相反数、倒数和绝对值：

（1）3.8；（2）$-\sqrt{21}$；（3）$-\pi$；（4）$\sqrt{3}$；（5）$\sqrt[3]{\dfrac{27}{1\,000}}$.

3. 在数轴上作出 $-\sqrt{10}$ 对应的点.

问题解决

4. 如图，方格纸中每个小方格的边长为 1 个单位. 作一钝角三角形，使其面积为 3，并求出三边的长.



（第 4 题）

议一议

工人师傅用某种钢筋制作两直角边长分别为 1 m，2 m 的直角三角形工件（如图 4-7），制作一个这样的工件需要钢筋多少米？制作 100 个这样的工件呢？（精确到 0.001 m）

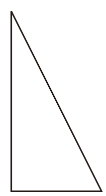


图 4-7

在实数运算中，当遇到无理数，并且需要求出结果的近似值时，可以根据精确度用相应的近似有限小数去代替无理数，再进行计算. 在计算的中间过

程，所取的近似值要比要求的精确度多取一位小数；计算出最后结果，再将最后结果按精确度取近似值.

例 1 计算：

（1）$\sqrt{5}+\sqrt{3}$（精确到 0.01）；　　（2）$\sqrt{2}\times\pi$（精确到 0.1）.

解：（1）$\sqrt{5}+\sqrt{3}\approx 2.236+1.732\approx 3.97$；

（2）$\sqrt{2}\times\pi\approx 1.41\times 3.14\approx 4.4$.

例 2 比较下列各组数的大小：

（1）$\sqrt{5}$，2.2；　　（2）$-\sqrt{7}$，-2.7.

解：（1）由 $\sqrt{5}\approx 2.236$，可知 $\sqrt{5}>2.2$；

（2）由 $\sqrt{7}\approx 2.646$，可知 $\sqrt{7}<2.7$，

所以 $-\sqrt{7}>-2.7$.

随堂练习

1. 计算：

（1）$2\times\sqrt{3}+\sqrt{7}$（精确到 0.1）；　　（2）$3\pi+\sqrt{6}$（精确到 0.01）.

2. 比较下列各组数的大小：

（1）$-\pi$，-3.14；　　（2）$-2\sqrt{5}$，-4.5.

习题 4.9

知识技能

1. 计算：

（1）$\sqrt{5}+3\sqrt{2}-\frac{\pi}{2}$（精确到 0.1）；

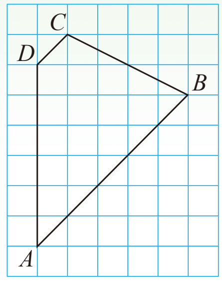
（2）$\frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{1}{3}\sqrt{3}+\frac{1}{5}\sqrt{6}$（精确到 0.01）；

2. 比较下列各组数的大小：

（1）$-\pi$，$-\frac{22}{7}$；　　（2）$-\sqrt{3}$，$-|1-\sqrt{5}|$；　　（3）$\sqrt{5}+\sqrt{6}$，$\sqrt{4}+\sqrt{7}$.

联系拓广

3. 如图，图中小正方形的边长为 1，试求图中四边形 $ABCD$ 的周长.



（第 3 题）

回顾与思考

1. 有理数和无理数有什么区别？分别举几个有理数和无理数的例子.
2. 开方运算和乘方运算有什么联系？举例说明.
3. 任意一个数都有平方根吗？都有立方根吗？如果有，如何表示？举例说明.
4. 你在生活中使用过估算的方法吗？举例说明.
5. 如何对实数进行分类？
6. 举例说明实数的运算法则和运算律.
7. 用适当的方式梳理本章的知识，并与同伴进行交流.

复习题

知识技能

1. 把下列各数写入相应的集合中：

$-\frac{1}{7}$，$\sqrt[3]{11}$，0.3，$\frac{\pi}{2}$，$\sqrt{25}$，$\sqrt[3]{-27}$，0，0.575 775 777 5…（相邻两个 5 之间 7 的个数逐次加 1）.

（1）正数集合：{ …}；

（2）负数集合：{ …}；

（3）有理数集合：{ …}；

（4）无理数集合：{ …}.

2. 求下列各数的平方根和算术平方根：

（1）2.25；（2）361；（3）$\frac{49}{36}$；（4）10^{-4}.

3. 求下列各数的立方根：

（1）-512；（2）0.008；（3）$-\frac{27}{64}$；（4）10^6.

4. 求下列各式的值：

（1）$\sqrt{\dfrac{25}{121}}$；　　（2）$\sqrt[3]{0.125}$；　　（3）$-\sqrt{\dfrac{4}{81}}$；

（4）$\sqrt[3]{-1}$；　　（5）$\sqrt[3]{-\dfrac{125}{27}}$；　　（6）$-\sqrt{10^{-4}}$.

5. 用计算器求下列各式的值（结果精确到 0.01）：

（1）$\sqrt{75}$；　　（2）$-\sqrt{28.8}$；　　（3）$\sqrt[3]{15.4}$；

（4）$\sqrt[3]{1\,150}$；　　（5）$-\sqrt{8\,000}$.

6. 估算下列各数的大小：

（1）$\sqrt{44}$（误差小于 0.1）；　　（2）$\sqrt[3]{90}$（误差小于 1）.

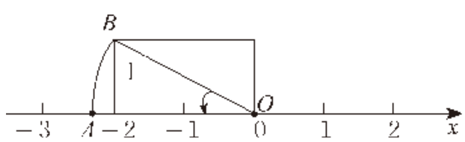
7. 比较下列各组数的大小：

（1）$|-1.5|$，$1.\dot{5}$；　　（2）$-\sqrt{2}$，1.414；　　（3）$\sqrt[3]{9}$，$\sqrt{3}$.

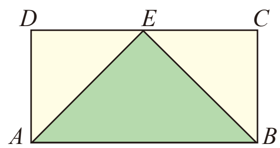
8. 如图，已知 $OA=OB$.

（1）说出数轴上点 A 所表示的数；

（2）比较点 A 所表示的数与 -2.5 的大小.



（第 8 题）



（第 9 题）

9. 如图，在长方形 $ABCD$ 中，$\angle DAE=\angle CBE=45^{\circ}$，$AD=1$，求 $\triangle ABE$ 的面积和周长（结果精确到 0.01）.

※**10.** 在数轴上作出表示下列各数的点：

$\sqrt{3}$，$-\sqrt{8}$，$\sqrt{\dfrac{5}{4}}$.

数学理解

11. 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10 的平方根和立方根中，哪些是有理数？哪些是无理数？

12. 填空：

（1）一个数的平方等于它本身，这个数是________；

（2）平方根等于本身的数是________；

（3）算术平方根等于本身的数是________；

（4）立方根等于本身的数是________；

（5）大于 0 且小于 π 的整数是________；

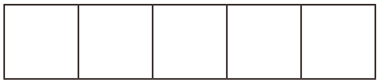
（6）满足 $-\sqrt{2}<x<\sqrt{5}$ 的整数 x 是________.

13. 判断：

（1）不带根号的数都是有理数；

（2）两个无理数的和还是无理数.

14. 如图，每个小正方形的边长为 1，剪一剪，并拼成一个正方形，这个正方形的边长是多少？



（第 14 题）

问题解决

15. 一个圆的半径为 1 cm，和它等面积的正方形的边长是多少厘米？（结果精确到 0.01 cm）

16. 一个正方体形状的木箱容积是 4 m^3，求此木箱的边长（结果精确到 0.1 m）.

17. 一个篮球的体积为 9 850 cm^3，求该篮球的半径 r（π 取 3.14，结果精确到 0.1 cm）.

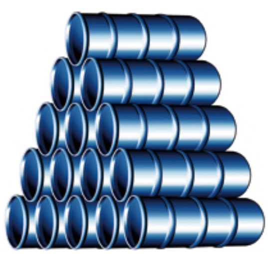
18. 一个长方形的长与宽的比是 5∶3，它的对角线长为 $\sqrt{68}$ cm，求这个长方形的长与宽（结果精确到 0.1 cm）.

19. 座钟的摆针摆动一个来回所需的时间称为一个周期，其计算公式为 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$，其中 T 表示周期（单位：s），l 表示摆长（单位：m），$g=9.8\ \mathrm{m/s^2}$. 假如一台座钟的摆长为 0.5 m，它每摆动一个来回发出一次滴答声，那么在 1 min 内，该座钟大约发出了多少次滴答声？

20. 交通警察通常根据刹车后车轮滑过的距离估计车辆行驶的速度，所用的经验公式是 $v=16\sqrt{df}$，其中 v 表示车速（单位：km/h），d 表示刹车后车轮滑过的距离（单位：m），f 表示摩擦因数. 在某次交通事故调查中，测得 $d=20$ m，$f=1.2$，肇事汽车的车速大约是多少？（结果精确到 0.01 km/h）

联系拓广

※**21.** 如图所示，15 只空油桶（每只油桶底面的直径均为 50 cm）堆在一起，要给它们盖一个遮雨棚，遮雨棚起码要多高？（结果精确到 0.01 cm）



（第 21 题）

综合与实践

计算器运用与功能探索

计算器运算快捷、准确，可以代替我们进行繁杂的运算，让我们腾出更多的时间进行规律的探索，相信你已经有很多这样的经验；当然，在实际运用中，你也许遇到过一些困惑，如：任何计算器都有一定精度要求和显示范围，也许你手中的计算器还不能满足你的要求；或者个别按键使用频率较高，容易发生故障，你能不能想个办法替代有故障的按键？这可是对你思维的一次挑战哟！

以小组为单位，研究下面某两个问题，并完成研究报告，进行班级交流.

问题 1　任选一个三位数（要求：百位数字比个位数字至少大 2），颠倒数位顺序，用其中较大的那个数减去较小的数，再将所得差的各位数字颠倒数位并加上差本身，你得到的结果是多少？再换几个数试试，你发现了什么？

任选一个四位数，仿照上面的规则，你会得到什么结果呢？

如果任选一个五位数呢？……

问题 2　任选一个正数，执行下列操作：加 1，再取倒数. 将所得到的结果不断执行上述操作……你发现了什么？

如果改变操作规则，如“加 2 再取倒数”，“平方加 1 后再开平方、取倒数”……你还会发现类似的规律吗？

问题 3　借助你的计算器分别得出 $\frac{1}{13}$，$\frac{1}{17}$，$\frac{1}{23}$，$\frac{1}{29}$ 的循环节.

问题 4　如果计算器上的某个数字按键（比如 3）坏了，怎样计算含有这个数字的算式（如 $2+3$，$34-12$，3×49，$325\div 413\cdots$）呢？

如果某个运算符按键坏了呢？

习题

1. 借助计算器，求使 $1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\cdots+\sqrt{n}>10$ 成立的最小自然数 n.

2. 利用计算器可以得到 $\pi\approx 3.141\ 592\ 654$，其中小数点后的前 8 位数字是准确的，第 9 位上的数字 4 是由第 10 位上的数字四舍五入后得到的. 你能借助计算器探索出第 9 位上的准确数字是多少吗？第 10 位上的准确数字是多少？

3. 利用计算器求下列各式的值：

$9\times 9=$______，

$99\times 99=$__________，

$999\times 999=$______________，

$9\ 999\times 9\ 999=$__________________，

$99\ 999\times 99\ 999=$______________________，

猜测：$999\ 999\times 999\ 999=$__________________________.

你能利用计算器验证你的猜测的正确性吗？

第五章　位置与坐标

生活中我们常常需要确定物体的位置. 如，确定学校、家庭的位置，在地图上确定城市的位置，在棋盘上确定棋子的位置，在海战中确定舰艇的位置……

确定位置有很多种方式，本章我们将了解确定位置的一些基本方法，认识平面直角坐标系，感受成轴对称的两个图形坐标之间的关系.

学习目标

- 感受多种确定位置的方法，形成一定的空间想象能力
- 认识平面直角坐标系，并借助平面直角坐标系来确定物体的位置，形成数形结合的意识
- 体会图形坐标的变化与轴对称图形变化之间的关系

1 确定位置

（1）在电影院内如何找到电影票上所指的位置？

（2）在电影票上，“3 排 6 座”与“6 排 3 座”中的“6”的含义有什么不同？

议一议

（1）在电影院内，确定一个座位一般需要几个数据？

（2）在生活中，确定物体的位置还有其他方法吗？与同伴进行交流.

例 图 5-1 是某次海战中敌我双方舰艇对峙示意图（图中 1 cm 表示 20 n mile[1]）. 对我方潜艇 O 来说：

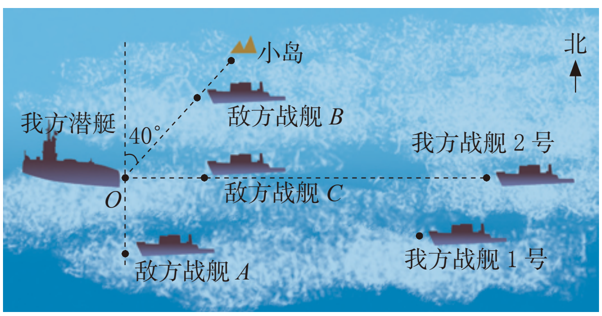


图 5-1

[1] “n mile”是长度单位“海里”的符号，1 n mile = 1 852 m.

（1）北偏东 40° 的方向上有哪些目标？要想确定敌舰 B 的位置，还需要什么数据？

（2）距离我方潜艇 20 n mile 的敌舰有哪几艘？

（3）要确定每艘敌舰的位置，各需要几个数据？

解：（1）如图 5-1，对我方潜艇来说，北偏东 40° 的方向上有两个目标：敌舰 B 和小岛.

要想确定敌舰 B 的位置，仅用北偏东 40° 的方向是不够的，还需要知道敌舰 B 距我方潜艇的距离.

（2）距离我方潜艇 20 n mile 的敌舰有两艘：敌舰 A 和敌舰 C.

（3）要确定每艘敌舰的位置，各需要两个数据：距离和象限角[1]. 如，对我方潜艇来说，敌舰 A 在正南方向，距离为 20 n mile 处；敌舰 B 在北偏东 40° 方向，距离为 28 n mile 处；敌舰 C 在正东方向，距离为 20 n mile 处.

做一做

（1）据新华社报道，2008 年 5 月 12 日 14:28，我国四川省发生里氏 8.0 级强烈地震，震中位于北纬 31.4°，东经 103.6°. 在这次地震中有 69 142 人遇难，17 551 人失踪. 这是新中国成立以来破坏性最强、波及范围最大的一次地震. 地震重创约 50 万平方千米的中国大地！你能在图 5-2 中找到震中的大致位置吗？

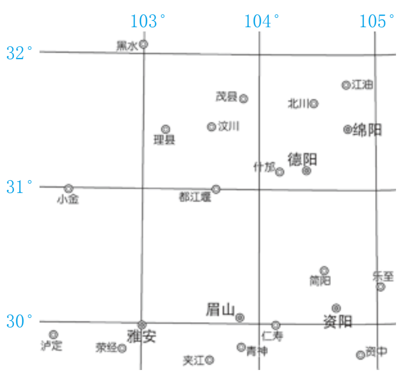


图 5-2

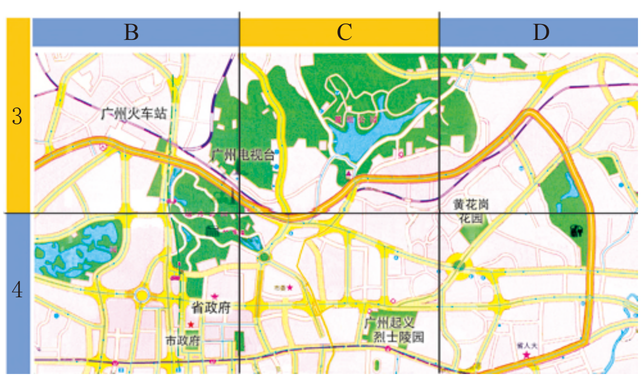


图 5-3

[1] 目标方向线与南北方向之间的夹角也称为象限角.

（2）图 5-3 是广州市地图简图的一部分，如何向同伴介绍“广州起义烈士陵园”所在的区域？“广州火车站”呢？

议一议

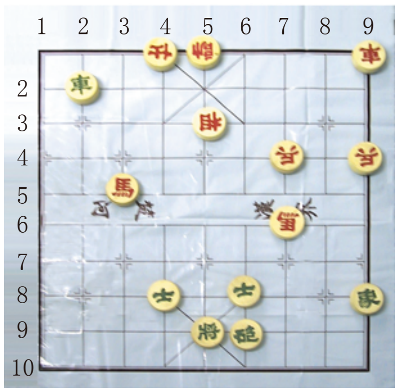
（1）你能举出生活中需要确定位置的例子吗？与同伴进行交流.

（2）在平面内，确定一个物体的位置一般需要几个数据？

随堂练习

1. 如图是某风景区的地图，请向来访的客人介绍其中 3 个景点的位置.

（第 1 题）



（第 2 题）

2. 观察如图所示象棋棋盘，回答问题：

（1）请你说出“将”与“帅”的位置；

（2）说出“马 3 进 4”（即第 3 列的“马”前进到第 4 列）后的位置.

读一读

平面定位的方式

要确定图 5-4 中船只 A 的位置，可以像本节正文中那样，选择某个参照点如点 B，确定点 A 相对于点 B 的象限角和距离（一个角度、一个距离）；或者确定点 A 相对于点 B 在东西、南北两个方向的距离，如 A 在 B 东面多少海里，南面多少海里（两个距离）.

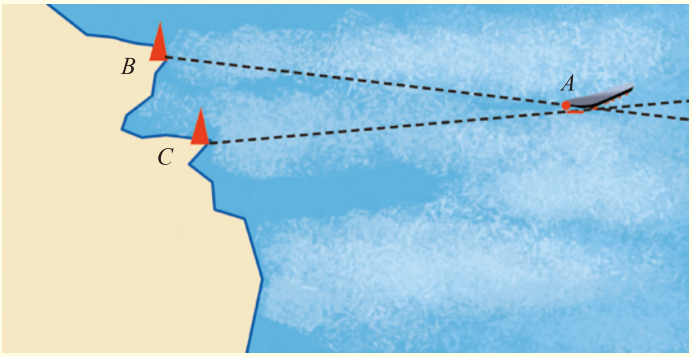


图 5-4

当然，也可以选择两个参照点，如图中的 B，C 两点，同时观测船只 A 相对于两个观测点的象限角（两个角）．因为，有了两个象限角，就确定了两条射线 BA，CA，船只 A 既在射线 BA 上，又在射线 CA 上，两条射线的交点就是船只的位置．

总之，平面是二维的，确定平面上的点，两个数据就可以了．聪明的你，想来还可以用其他数据确定船只的位置．

我们生活的地球并不是平面的，具体测量还有赖于技术的创新．如今，多在三维空间中借助全球定位系统进行物体定位，通过卫星信号测定具体物体相对于卫星的距离、角度等，进而测算出具体的位置．

习题 5.1

知识技能

1. 在中国地图上确定北京、上海、南京、西安的经纬度，并分别找出与北京的经度大致相同的一个城市，以及与上海的纬度大致相同的一个城市．

2. 郑州市区的许多街道习惯用“经几纬几”来表示．小颖所乘的汽车从“经七纬五”出发，经过“经六纬五”到达“经五纬一”．

（1）在图上标出“经五纬一”的位置；

（2）在图上标出小颖所乘汽车可能行驶的一条路线图．还有其他可能吗？

（3）你能说出图中“华美达广场”的位置吗？

（第 2 题）

联系拓广

3. 画出你们学校的平面示意图，尝试向你的家人描述学校各个建筑物的位置，并要求你的家人根据你的描述画出相应的示意图，将两个示意图进行对比，看看是否一致．如果有不一致的地方，分析不一致的原因是什么．

※**4.** 举出在空间确定物体位置的一种方法，在你的方法中用到了几个数据？

2 平面直角坐标系

如图 5-5 是某市的旅游示意图，在科技大学的小亮如何向来访的朋友介绍该市的几个风景点的位置呢？

图 5-5

做一做

（1）小红在旅游示意图上画上了方格，标上数字（如图 5-6），并用

（0，0）表示科技大学的位置，用（5，7）表示中心广场的位置，那么钟楼的位置如何表示？（2，5）表示哪个地点的位置？（5，2）呢？

（2）如果小亮和他的朋友在中心广场，并以中心广场为“原点”，做了如图 5-7 所示的标记，那么你能表示“碑林”的位置吗？“大成殿”的位置呢？

通常将（0，0）点称为原点.

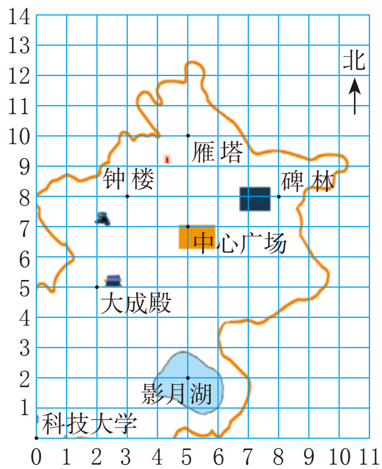


图 5-6

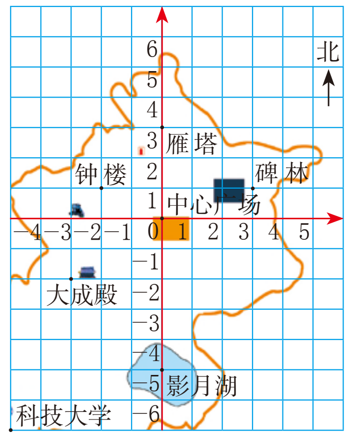


图 5-7

在平面内，两条互相垂直且有公共原点的数轴组成**平面直角坐标系**[1]（rectangular coordinates in two demensions）. 通常，两条数轴分别置于水平位置与铅直位置，取向右与向上的方向分别为两条数轴的正方向. 水平的数轴叫做 x 轴或横轴，铅直的数轴叫做 y 轴或纵轴. x 轴和 y 轴统称坐标轴，它们的公共原点 O 称为直角坐标系的原点.

议一议

（1）建立了直角坐标系以后，对于平面内的某一点，例如图 5-8 中的点 M，怎样用一对有序实数来表示呢？

（2）给出有序实数对（−3，2），如何在直角坐标系中标出点 A（−3，2）呢？

[1] 在本书及以后各册书中，平面直角坐标系也简称直角坐标系.

如图 5−8，经过点 M 分别向 x 轴、y 轴作垂线，垂足在 x 轴、y 轴上对应的数 4，3 分别叫做点 M 的**横坐标**、**纵坐标**．有序数对（4，3）叫做点 M 的**坐标**，记作 M（4，3）．括号中横坐标写在纵坐标的前面，中间用逗号隔开．

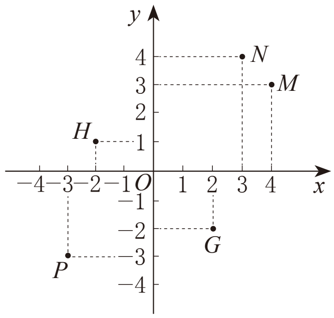
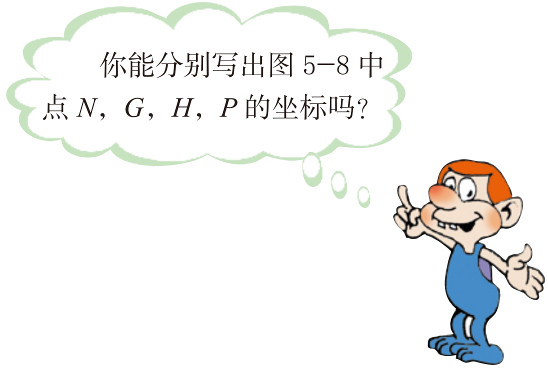


图 5−8



原点的坐标是（0，0），记作 O（0，0）．

这样，平面内的任何一点都可以用唯一的一对有序实数（a，b）来表示．

如图 5−9，经过 x 轴上对应的数为 −3 的点作 x 轴的垂线，经过 y 轴上对应的数为 2 的点作 y 轴的垂线，两条垂线的交点 A 就是和有序实数对（−3，2）相对应的点．同样，可以得到和有序实数对（2.5，−2）对应的点 B，和有序实数对（2，1）对应的点 C．

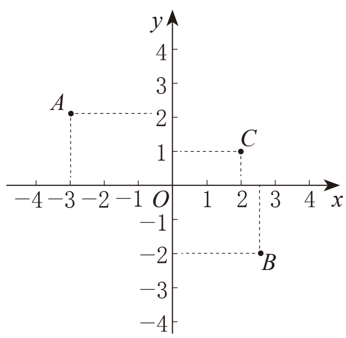


图 5−9

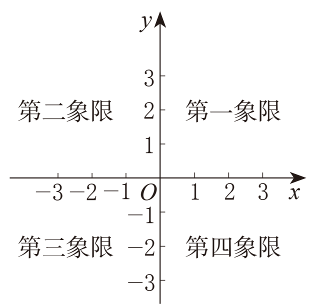


图 5−10

如图 5−10，在直角坐标系中，两条坐标轴将坐标平面分成了四部分．右上方的部分叫做第一象限，其他三部分按逆时针方向依次叫做第二象限、第三象限和第四象限．坐标轴上的点不在任何一个象限内．

想一想

在直角坐标系中，点与有序实数对之间有何关系？

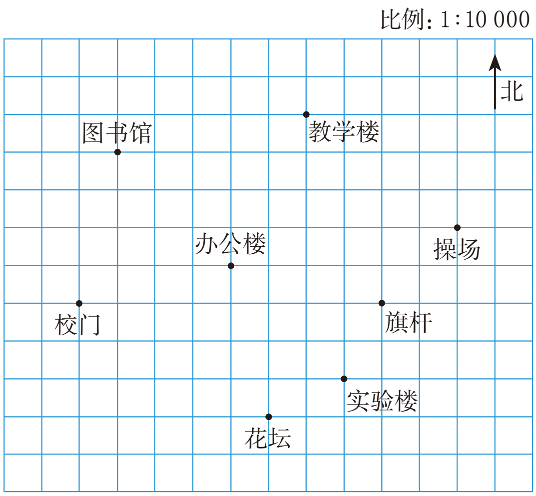
在直角坐标系中，对于平面上的任意一点，都有唯一的一对有序实数对（即点的坐标）与它对应；反过来，对于任意一对有序实数对，都有平面上唯一的一点与它对应.

随堂练习

1. 下面是某学校的示意图，以办公楼所在位置为原点，以图中小正方形的边长为单位长度，建立直角坐标系.

（1）请分别写出教学楼、实验楼、图书馆的坐标；

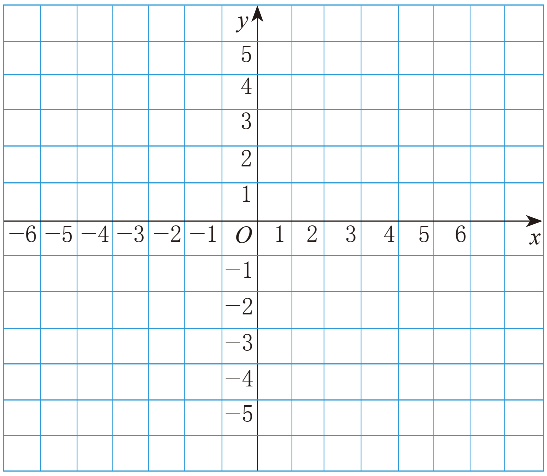
（2）学校准备在（-3，-3）处建一栋学生公寓，请你标出学生公寓的位置.



（第 1 题）

2. 在如图所示的直角坐标系中，描出下列各点：

$A(-4,\ 2)$，$B\left(-\dfrac{10}{3},\ -\dfrac{2}{3}\right)$，$C(0,\ -4)$，$D(3,\ -2)$，$E(1.5,\ 2.5)$，$F(6,\ 0)$.



（第 2 题）

3.（1）在同一直角坐标系中，描出下列各点：

（2，3），（3，2），（−1，5），（5，−1），（−2，−4），（−4，−2），（2，0），（0，2）；

（2）点（−1，5）与（5，−1）是否为同一个点？为什么？

（3）点（a，b）与（b，a）是否可能为同一个点？为什么？

读一读

笛卡儿

笛卡儿（René Descartes，1596—1650），法国哲学家、数学家、物理学家，解析几何学的奠基人之一．他认为数学是其他一切科学的理论和模型，提出了以数学为基础，以演绎为核心的方法论，对哲学、数学和自然科学的发展起到了巨大的推动作用．

笛卡儿

笛卡儿从小就喜欢安静和善于思考．他 1612 年以优异成绩从中学毕业，后来到普瓦捷大学攻读法学，四年后获博士学位．为了“读世界这一本大书”，他投笔从戎，游历欧洲，后来移居荷兰．在荷兰长达 20 多年的时间里，笛卡儿对哲学、数学、天文学、物理学、化学和生理学等领域进行了深入的研究．在数学方面，笛卡儿对代数方程的理论作出了重要贡献．

1637 年，笛卡儿编著出版了《几何学》，书中把平面内的点与一对有序数对联系起来，改变了自古希腊以来代数与几何分离的做法，把“数”与“形”统一起来，使几何曲线与代数方程相结合，从而创立了数学的一个重要分支——解析几何学．笛卡儿的这一天才创见，为微积分的创立奠定了基础，使数学由常量数学进入到变量数学的广阔领域．

笛卡儿是 17 世纪欧洲哲学界和科学界最有影响的巨匠之一，被誉为“近代科学的始祖”．

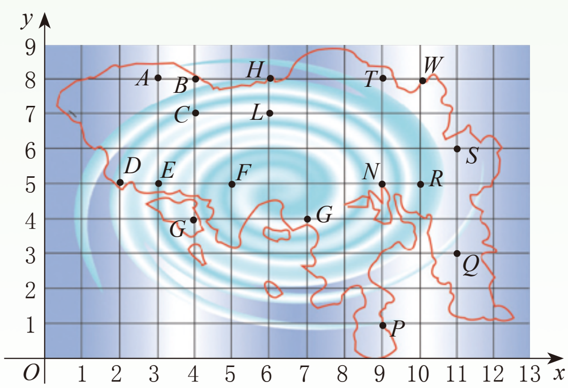
习题 5.2

知识技能

1. 在同一直角坐标系内，描出下列各点：

$A(-1.5,\ -2)$，$B(0,\ 3)$，$C(3,\ -2)$，$D(-3.5,\ 2)$，$E(-1,\ -4.5)$，$F(4,\ 0)$．

2. 下图是画在方格纸上的某岛简图．

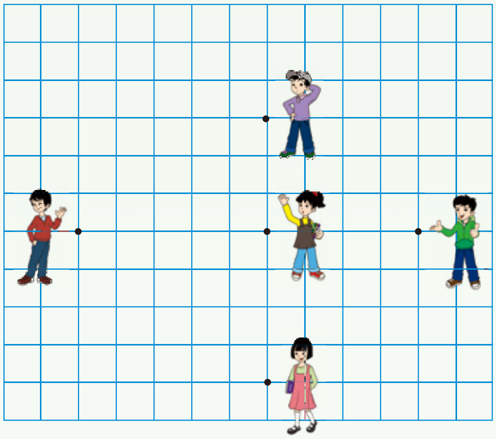


（第 2 题）

（1）分别写出地点 A，L，N，P，E 的坐标；

（2）坐标 $(4,\ 7)$，$(5,\ 5)$，$(2,\ 5)$ 所代表的分别是图中的哪个点？

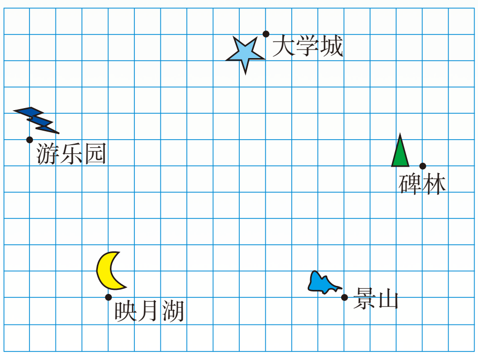
3. 如图，五个儿童正在做游戏，建立适当的直角坐标系，写出这五个儿童所在位置的坐标．



（第 3 题）

数学理解

※**4.** 小明在如图所示的旅游简图上建立了坐标系，并写出了五个景点的坐标，但他只告诉小颖大学城的坐标是（2，6），景山的坐标是（5，-4），聪明的小颖想了想，就在图中准确画出了平面直角坐标系，并说出了其他景点的坐标. 你知道小颖是怎么做的吗？画出相应的坐标系，并写出其他景点的坐标.



（第 4 题）

问题解决

※**5.** 你能建立适当的直角坐标系来描述你学校各建筑物所在的位置吗？

例 1 在直角坐标系中描出下列各点，并将各组内这些点依次用线段连接起来.

① $D(-3,5)$，$E(-7,3)$，$C(1,3)$，$D(-3,5)$；

② $F(-6,3)$，$G(-6,0)$，$A(0,0)$，$B(0,3)$.

观察所描出的图形，它像什么？并解答下列问题：

（1）图形中哪些点在坐标轴上，它们的坐标有什么特点？

（2）线段 EC 与 x 轴有怎样的位置关系？点 E 和点 C 的坐标有什么共同特点？线段 EC 上其他点的坐标呢？

（3）线段 FG 与 y 轴有怎样的位置关系？点 F 和点 G 的坐标有什么共同特点？

解：连接起来的图形像“房子”（如图 5-11）.

（1）线段 AG 上的点都在 x 轴上，它们的纵坐标等于 0；线段 AB 上的点都在 y 轴上，它们的横坐标等于 0.

（2）线段 EC 平行于 x 轴，点 E 和点 C 的纵坐标相同. 线段 EC 上其他点的纵坐标相同，都是 3.

（3）线段 FG 与 y 轴平行，点 F 和点 G 的横坐标相同.

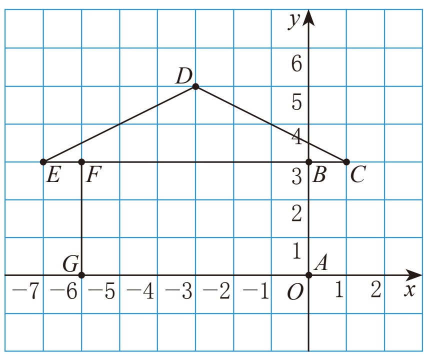


图 5-11

做一做

如图 5-12.

（1）在“笑脸”上找出几个位于第一象限的点，指出它们的坐标，说说这些点的坐标有什么特点.

（2）在其他象限内分别找几个点，看看其他各个象限内的点的坐标有什么特点.

（3）不具体标出点，分别判断 A（1，2），B（−1，−3），C（2，−1），D（−3，4）这些点所在的象限.

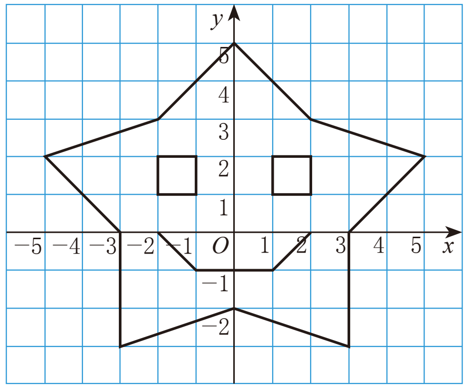
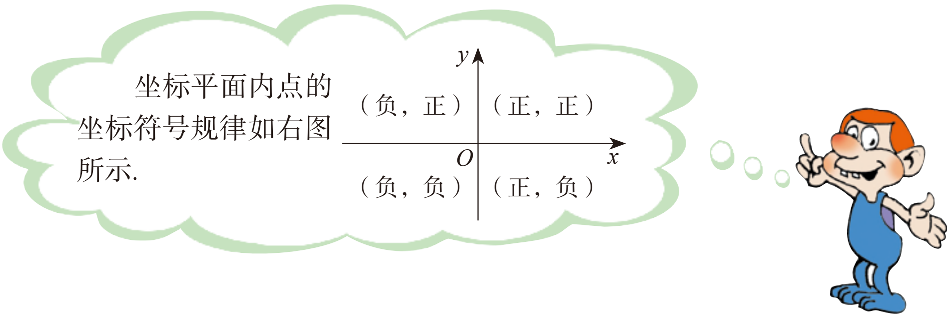


图 5−12



随堂练习

1. 用“>”或“<”填空：

（1）若点 $A(a, b)$ 在第二象限，则 a ___ 0，b ___ 0；

（2）若点 $B(a, b)$ 在第三象限，则 a ___ 0，b ___ 0；

（3）若点 $C(-a, b)$ 在第四象限，则 a ___ 0，b ___ 0；

（4）若点 $D(a, -b)$ 在第一象限，则 a ___ 0，b ___ 0.

2. 在直角坐标系中描出各组点，并将各组内的点用线段依次连接起来.

①（2，5），（0，3），（4，3），（2，5）；

②（1，3），（−2，0），（6，0），（3，3）；

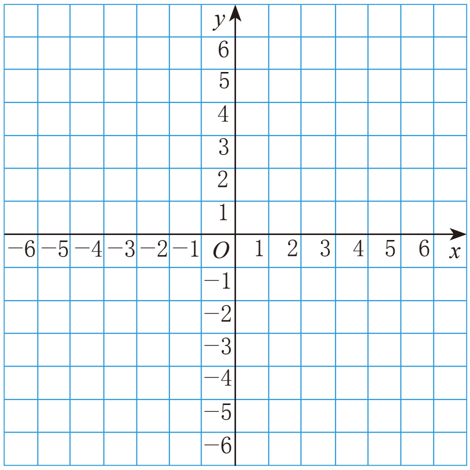
③（1，0），（1，−6），（3，−6），（3，0）.

（1）观察得到的图形，你觉得它像什么？

（2）找出图形上位于坐标轴上的点，与同伴进行交流；

（3）上面的点分别位于哪个象限？你是如何判断的？

（4）图形上一些点之间具有特殊的位置关系，找出几对，看看它们的坐标有何特点，说说你的发现.



（第 2 题）

习题 5.3

知识技能

1. 在直角坐标系中描出下列各组点，并将各组内的点用线段依次连接起来.

（1）(0，0)，(1，3)，(2，0)，(3，3)，(4，0)；

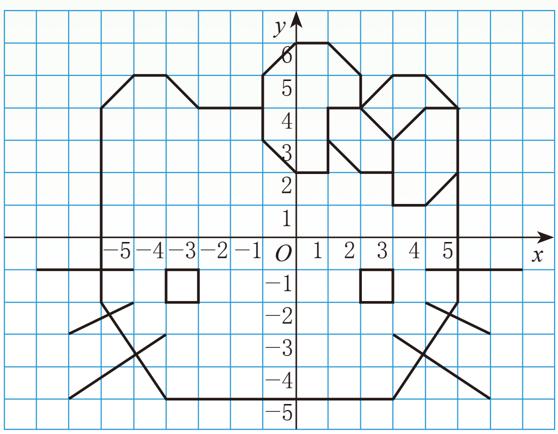
（2）(0，3)，(1，0)，(2，3)，(3，0)，(4，3).

观察所得的图形，你觉得它像什么？

2. 如图.

（1）写出每个象限四个点的坐标，它们的坐标各有什么特点；

（2）写出与坐标轴平行的线段上的点的坐标，并说说它们的坐标的特点.

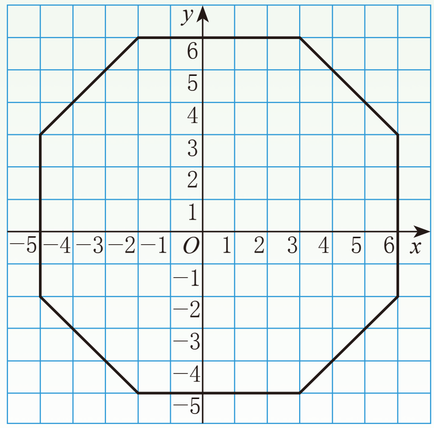


（第 2 题）

3. 如图.

（1）写出八边形各顶点的坐标；

（2）找出几个具有特殊位置关系的点，说说它们的坐标之间的关系.



（第 3 题）

数学理解

4. 在直角坐标系中，点 A（3，−4）到 y 轴的距离是多少？到 x 轴的距离是多少？到原点的距离是多少？

例 2 如图 5−13，长方形 $ABCD$ 的长与宽分别是 6，4，建立适当的直角坐标系，写出各个顶点的坐标.

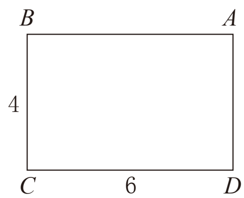


图 5−13

解： 如图 5−14，以点 C 为坐标原点，分别以 CD，CB 所在直线为 x 轴、y 轴，建立直角坐标系. 此时点 C 的坐标是（0，0）.

由 CD 长是 6，CB 长是 4，可得 D，B，A 的坐标分别为 D（6，0），B（0，4），A（6，4）.

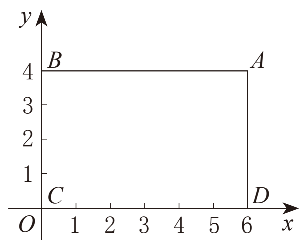


图 5−14

议一议

在例 2 中，你还可以怎样建立直角坐标系？与同伴交流.

例 3 对于边长为 2 的等边三角形 ABC（如图 5−15），建立适当的直角坐标系，写出各个顶点的坐标.

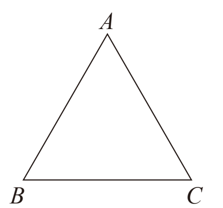


图 5−15

解： 如图 5−16，以边 BC 所在的直线为 x 轴，以边 BC

的中垂线为 y 轴建立直角坐标系.

在等边三角形 ABC 中，$AB=2$，$BO=OC=1$，$AO=\sqrt{AB^2-BO^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$. 因此，等边三角形 ABC 各个顶点的坐标分别为 $A(0,\sqrt{3})$，$B(-1,0)$，$C(1,0)$.

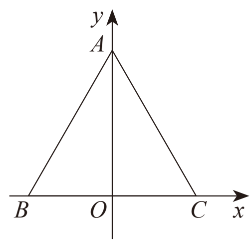


图 5-16

议一议

在一次“寻宝”游戏中，寻宝人已经找到了坐标为（3，2）和（3，−2）的两个标志点（如图 5-17），并且知道藏宝地点的坐标为（4，4），除此之外不知道其他信息. 如何确定直角坐标系找到“宝藏”？与同伴进行交流.

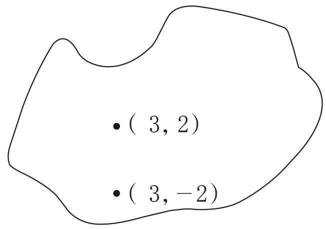
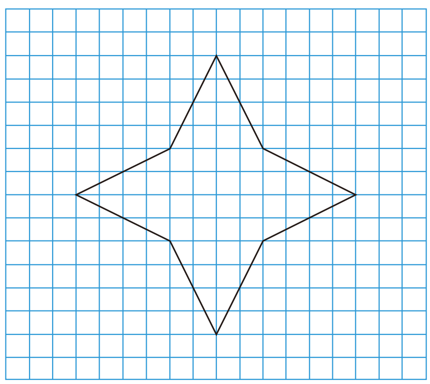


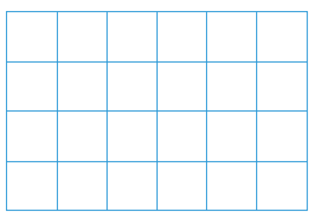
图 5-17

随堂练习

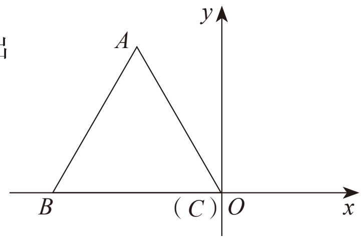
1. 如图，建立适当的直角坐标系，写出这个四角星的八个顶点的坐标.


（第 1 题）

2. 在方格纸上设计一个由一些线段组成的图案，并给出一个说明，使得你的同学按照你的说明能够比较顺利地“复制”你的图案.


（第 2 题）

3. 在例3中，小明建立了如图所示的坐标系，你能求出此时△ABC各顶点的坐标吗？



（第 3 题）

读一读

艺术作品中的定位

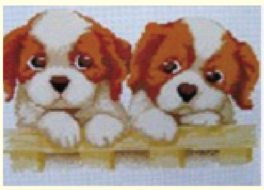
生活中，常常将精美的图片“镶嵌”到某些特定的材料中，制成精美的艺术品，例如十字绣（图 5–18）、瓷板画（图 5–19）等．你见过这些艺术作品吗？你知道其制作方法吗？

图 5–18　彝族十字绣片

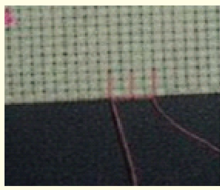
图 5–19　瓷板画《洛阳牡丹》

十字绣的制作流程如下：

选择喜欢的图案



在图案上打上十字格，制成模板



仿照模板，在布上相应的位置利用对应颜色的线进行绣制

精美的作品

这里借助十字格，将图片分成若干小格，通过精确定位确定某个小格的颜色，再将颜色“复制”到布上相应位置，一幅精美图片就准确无误地复制成功了．

利用这种方法，将图片拓制到不同材料中，将得到不同的艺术品．将图片拓制到白胎瓷板或瓷盘，就可烧制成瓷板画．瓷板画距今已有一百多年历史，有“瓷画百年”的美誉，具有浓厚的赣文化元素和民族风格，给人以强烈的艺术感受．

明白了其中的道理，还不赶快亲自做一个．选择某个有意义的图片，或者干脆自己设计喜爱的图形，心随意动，灵感展现，将美丽、灵感定格吧！

选择不同的材料，也许你会创造出新的艺术形式呢！

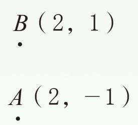
习题 5.4

知识技能

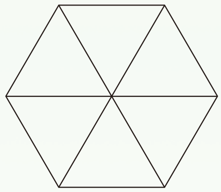
1. 对于边长为 4 的正方形，建立适当的直角坐标系，写出各个顶点的坐标.

问题解决

2. 如图，A，B 两点的坐标分别是（2，−1），（2，1），你能确定（3，3）的位置吗？



（第 2 题）

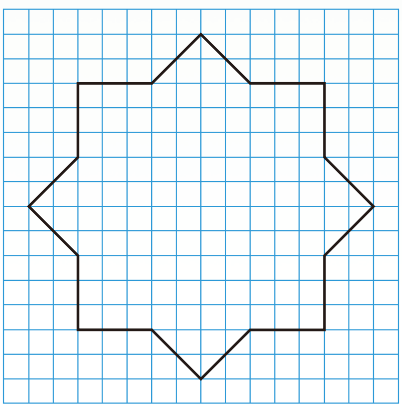


（第 3 题）

※**3.** 如图是由边长为 2 的六个等边三角形组成的正六边形，建立适当的直角坐标系，写出各顶点的坐标.

联系拓广

※**4.** 如图，建立两个不同的直角坐标系，在各个直角坐标系中，分别写出八角星 8 个角的顶点的坐标，并比较同一顶点在两个坐标系中的坐标.



（第 4 题）

3 轴对称与坐标变化

已知点 P 的坐标是（5，−3），你能写出点 P 关于 x 轴的对称点的坐标吗？点 P 关于 y 轴的对称点的坐标呢？你是怎么求出它们的坐标的？与同伴交流.

例 1 （1）写出图 5−20 中的多边形 $ABCDEF$ 各个顶点的坐标.

（2）图 5−20 中线段 FE 与线段 BC 有什么特点？

（3）说出多边形 $ABCDEF$ 的特点.

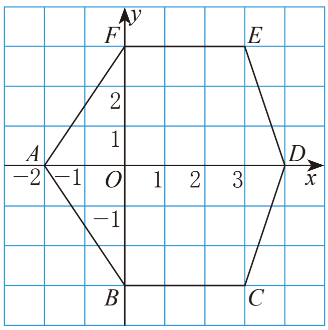


图 5−20

解：（1）如图 5−20，各个顶点的坐标分别为：A（−2，0），B（0，−3），C（3，−3），D（4，0），E（3，3），F（0，3）.

（2）线段 FE 与线段 BC 关于 x 轴成轴对称，且线段 FE 所在的直线与线段 BC 所在的直线均平行于 x 轴.

（3）多边形 $ABCDEF$ 是轴对称图形，它的对称轴是 x 轴.

做一做

（1）在图 5−21 所示的直角坐标系中，描出下列各点：A（−5，0），B（1，4），C（3，3），D（1，0），E（3，−3），F（1，−4）.

（2）依次连接点 A，B，C，D，E，F，A，你得到什么图形？

（3）你得到的图形有什么特点？

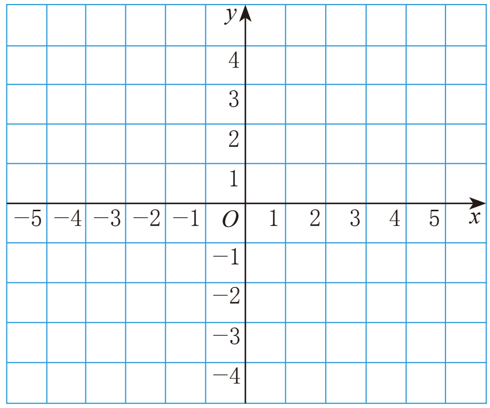


图 5−21

随堂练习

1. 填空：

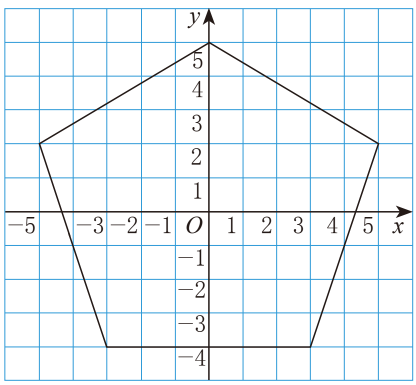
（1）点 A（3，2）关于 x 轴的对称点的坐标是______；

（2）点 A（3，2）关于 y 轴的对称点的坐标是______；

（3）点（−3，2）与点（−3，−2）的对称轴是______；

（4）点（−3，2）与点（3，2）的对称轴是______.

2. 如图，分别写出五边形各个顶点的坐标，并说明该图形有什么特点.



（第 2 题）

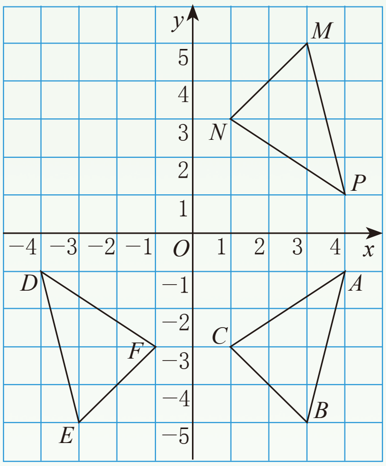
习题 5.5

知识技能

1. 如图.

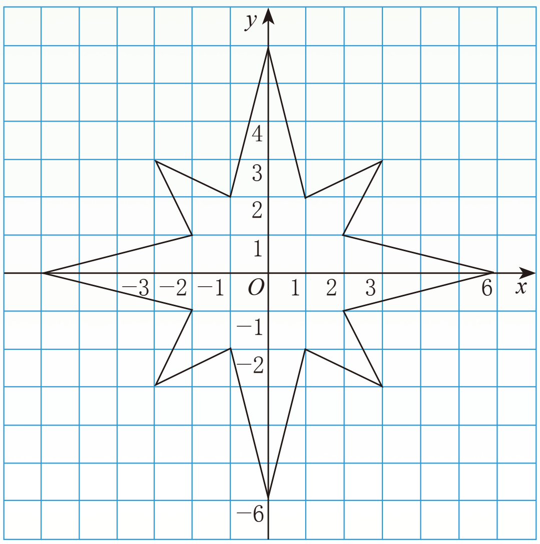
（1）△DEF 与△ABC 具有怎样的位置关系，它们相应顶点的坐标又有怎样的关系？

（2）$\triangle PMN$ 与 $\triangle ABC$ 呢？



（第 1 题）

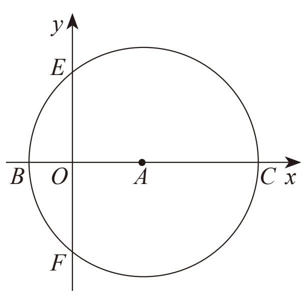
2. 如图，这是一幅美丽的图案，你能说出图案上各个顶点的坐标吗？它们的坐标有什么特点？



（第 2 题）

数学理解

3. 如图，点 A 的坐标是（3，0），以点 A 为圆心，5 个单位长度为半径画圆，分别交 x 轴于点 B，C，交 y 轴于点 E，F，求点 B，C，E，F 的坐标.



（第 3 题）

在图 5-22 所示的直角坐标系中，第一、二象限内各有一面小旗.

（1）两面小旗之间有怎样的位置关系？对应点 A 与 A_1 的坐标又有什么特点？其他对应的点也有这个特点吗？

（2）在这个坐标系里作出小旗 $ABCD$ 关于 x 轴的对称图形，它的各个顶点的坐标与原来的点的坐标有什么关系？

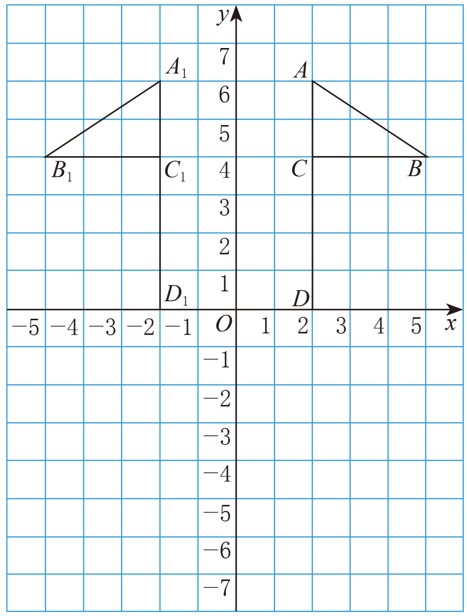


图 5-22

例 2 （1）在直角坐标系中依次连接下列各点：$(0,0)$，$(5,4)$，$(3,0)$，$(5,1)$，$(5,-1)$，$(3,0)$，$(4,-2)$，$(0,0)$，你得到了一个怎样的图案？

（2）将所得图案的各个顶点的纵坐标保持不变，横坐标分别乘 -1，顺次连接这些点，你会得到怎样的图案？这个图案与原图案有怎样的位置关系呢？

解：（1）顺次连接各点得到的图案如图 5-23 所示，它像一条小鱼.

（2）纵坐标保持不变，横坐标乘 -1，所得各点的坐标依次是 $(0,0)$，$(-5,4)$，$(-3,0)$，$(-5,1)$，$(-5,-1)$，$(-3,0)$，$(-4,-2)$，$(0,0)$. 顺次连接这些点，所得图案如图 5-24 所示，它与原图案关于 y 轴对称.

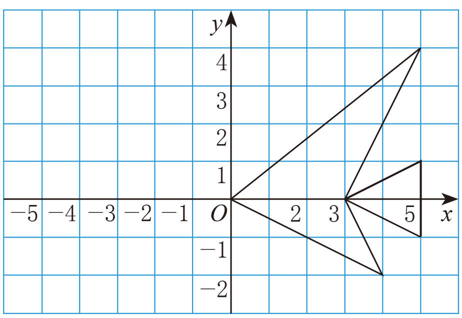


图 5-23

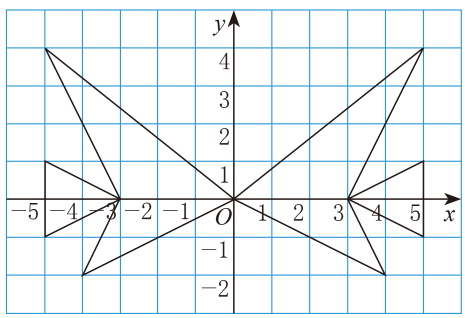


图 5-24

做一做

将例 2(1)中所得图案的各个顶点的横坐标保持不变，纵坐标分别乘 -1，顺次连接这些点，你会得到怎样的图案？这个图案与原图案有怎样的位置关系？

议一议

关于 x 轴对称的两个点的坐标之间有什么关系？关于 y 轴呢？

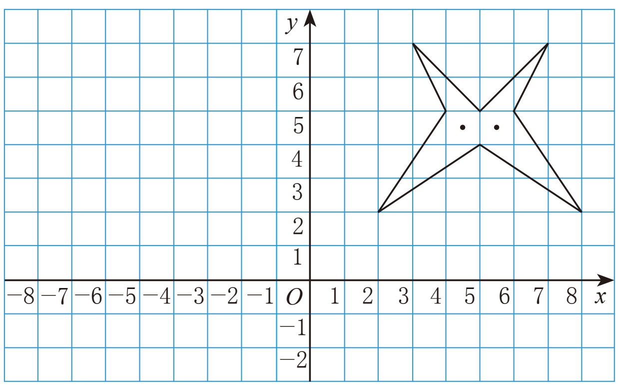
关于 x 轴对称的两个点的坐标，横坐标相同，纵坐标互为相反数.

关于 y 轴对称的两个点的坐标，纵坐标相同，横坐标互为相反数.

坐标具有这样关系的点，关于坐标轴对称吗？

随堂练习

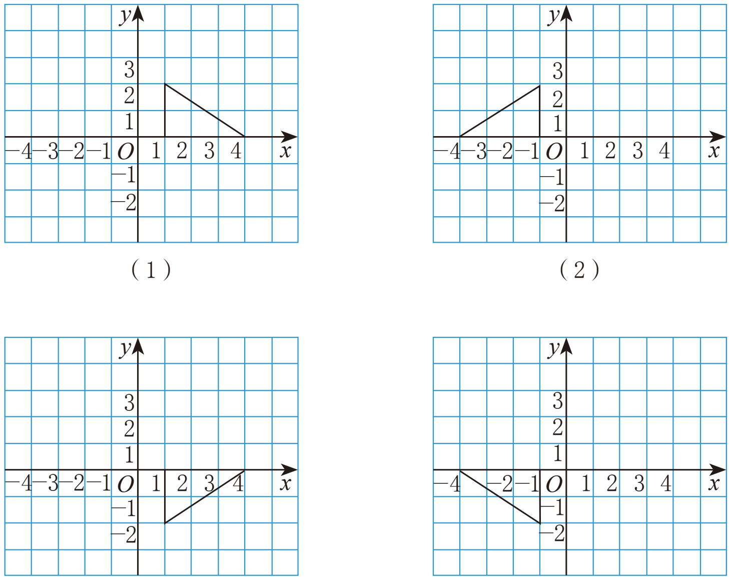
1. 如图，在第一象限里有一只“蝴蝶”，请画出一只与该“蝴蝶”关于 y 轴成轴对称的“蝴蝶”，并与同伴交流你的画法.



（第 1 题）

2.（1）如图，与（1）中的三角形相比，（2）（3）（4）中的三角形分别发生了哪些变化？

（2）图中的直角三角形顶点的坐标分别发生了哪些变化？



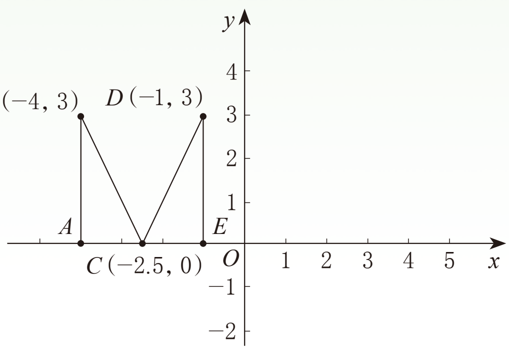
（1）　（2）　（3）　（4）

（第 2 题）

习题 5.6

知识技能

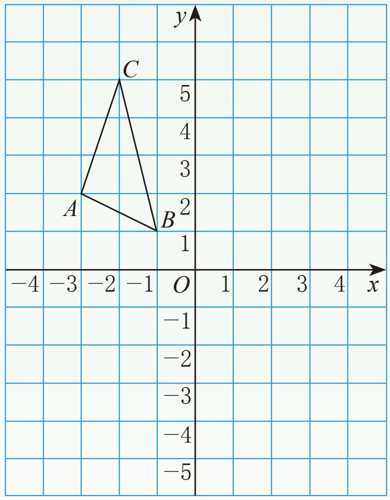
1. 如图，画出与字母 M 关于 y 轴成轴对称的图形，并写出所得图形相应各端点的坐标.



（第 1 题）

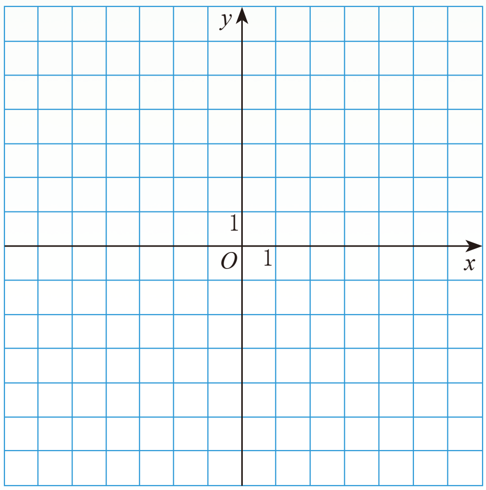
数学理解

2. 如图，在直角坐标系中，先画出△ABC 关于 x 轴成轴对称的图形，再画出所得图形关于 y 轴成轴对称的图形. 你是怎样做的？



（第 2 题）

3. 在直角坐标系中，画一幅关于 x 轴（或 y 轴）对称的美丽图案，并说明你是如何做的.



（第 3 题）

回顾与思考

1. 在平面内，确定点的位置一般需要几个数据？举例说明.
2. 平面直角坐标系中，如何确定给定点的坐标？给定坐标，如何确定对应的点？分别举例说明.
3. 平面直角坐标系中，坐标轴上的点具有什么特点？平行于坐标轴的线段上的点，它们的坐标之间有怎样的关系？分别举例说明.
4. 平面直角坐标系中，关于坐标轴对称的点的坐标之间具有怎样的关系？反过来，坐标具有这样的关系的点关于坐标轴对称吗？这些结论可以帮助你解决哪些问题？
5. 用适当的方式梳理本章的知识，并与同伴进行交流.

复习题

知识技能

1. 在直角坐标系中，标出下列各点的坐标：

（1）点 A 在 x 轴上，位于原点的左侧，距离坐标原点 4 个单位长度；

（2）点 B 在 y 轴上，位于原点的上侧，距离坐标原点 4 个单位长度；

（3）点 C 在 y 轴的左侧，在 x 轴的上侧，距离每个坐标轴都是 4 个单位长度.

2. 在直角坐标系中，如果 a，b 都为正数，那么点 $(0,\ a)$，$(b,\ 0)$ 分别在什么位置？

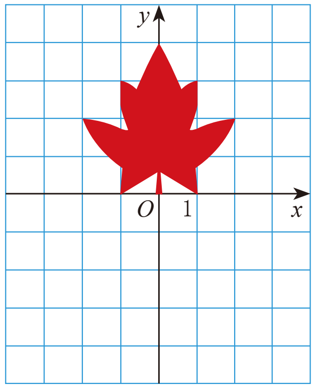
3. 长方形的两条边长分别为 8，6，建立适当的直角坐标系，写出它的四个顶点的坐标.

4. 在直角坐标系中，将坐标为 $(0,\ 0)$，$(2,\ 4)$，$(2,\ 0)$，$(4,\ 4)$ 的点用线段依次连接起来形成一个图案.

（1）这四个点的纵坐标保持不变，横坐标分别乘 -1，将所得的四个点用线段依次连接起来，这个图案与原图案有怎样的位置关系？

（2）这四个点的横坐标保持不变，纵坐标分别乘 -1，将所得的四个点用线段依次连接起来，这些图案与原图案又有怎样的位置关系？

5. 描出图中的枫叶图案关于 x 轴成轴对称图形的简图.



（第 5 题）

6. 在直角坐标系中，将坐标是（2，0），（2，2），（0，2），（0，3），（2，5），（3，5），（2，2），（5，3），（5，2），（3，0），（2，0）的点用线段依次连接起来形成一个图案.

（1）每个点的纵坐标保持不变，横坐标分别乘 −1，再将所得的点用线段依次连接起来，所得的图案与原图案有什么关系？

（2）每个点的横坐标保持不变，纵坐标分别乘 −1，顺次连接这些点，你会得到怎样的图案？这个图案与原图案又有怎样的位置关系？

数学理解

7. 填空：

（1）如果点（a，b）在第一象限，那么点（$-b$，a）在第______象限；

（2）如果点（a，b）在第二象限，那么点（b，a）在第______象限；

（3）如果点（a，b）在第四象限，那么点（$-a$，b）在第______象限；

（4）如果点（a，b）在第三象限，那么点（$a+b$，$-b$）在第______象限；

（5）点（a，b）与点（$-a$，b）关于______对称；

（6）点（a，b）与点（a，$-b$）关于______对称.

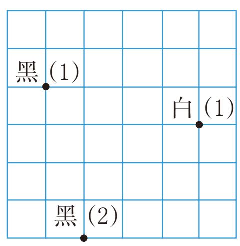
8. 某个图形上各点的纵坐标不变，而横坐标变为原来的相反数，此时图形却未发生任何改变. 你认为这可能吗？举例说明.

9. 长方形的两条边长分别为 4，6，建立适当的直角坐标系，使它的一个顶点的坐标为（−2，−3）. 与同伴进行交流，你们的答案相同吗？

10.（1）与 x 轴平行的直线上的点，它们的坐标之间有什么关系？与 y 轴平行的直线上的点呢？

（2）如果 a，b 同号，则点 P（a，b）在第几象限？如果 a，b 异号呢？

11. 如图，围棋棋盘放在某直角坐标系内，已知黑棋（1）的坐标为（−2，2），黑棋（2）的坐标为（−1，−2），则白棋（1）的坐标为________.



（第 11 题）

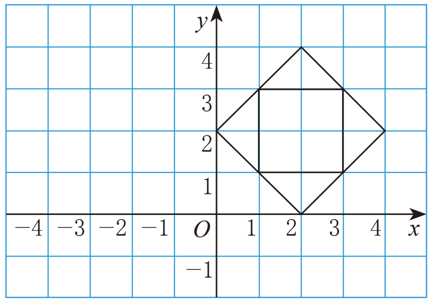
问题解决

12. 试用两个数据表示学校的旗杆相对于学校大门的位置.

13. 在世界地图上找出位于东经 120°、北纬 30° 附近的城市.

14. 某路公交车由实验中学出发，途经 A2 区、A3 区、B3 区、B2 区、B1 区、C1 区、C2 区、D2 区、D1 区，到达博物馆. 在下边的城市简图上描出它的行车路线.

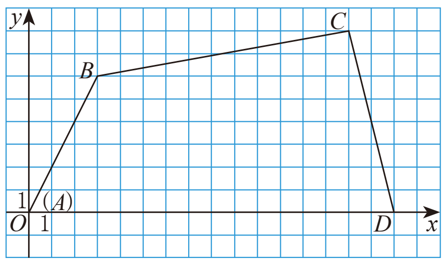
（第 14 题）



（第 15 题）

15. 画出第一象限内的图形关于 y 轴对称的图形，你是怎样画的？它与原图中对应点的坐标有什么关系？

16. 在如图所示的直角坐标系中，四边形 $ABCD$ 各个顶点的坐标分别是 $A(0, 0)$，$B(3, 6)$，$C(14, 8)$，$D(16, 0)$，确定这个四边形的面积. 你是怎么做的？与同伴进行交流.



（第 16 题）

联系拓广

17. 如图为上海世博园区的一部分.

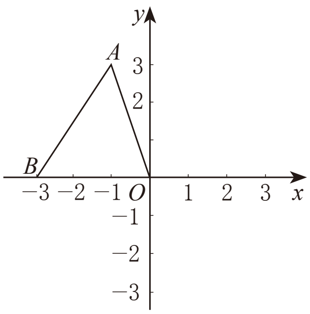
（1）你能向你的同学介绍如何才能找到土库曼斯坦馆和澳门馆吗？

（2）小明现在正在等候广场，他想到亚洲广场，你能告诉他该如何走吗？

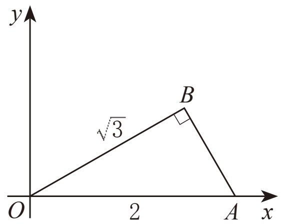
（3）小颖想从中国国家馆到摩洛哥馆，她该如何走呢？

（第 17 题）

※**18.** 如图，在$\triangle AOB$中，$A(-1, 3)$，$B(-3, 0)$，如果将三角形各点的纵坐标、横坐标分别乘-1，那么所得的三角形与原三角形相比有什么变化？



（第18题）



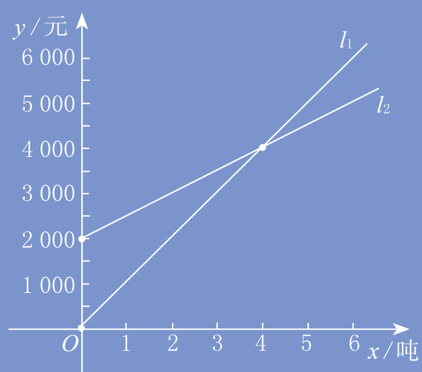
（第19题）

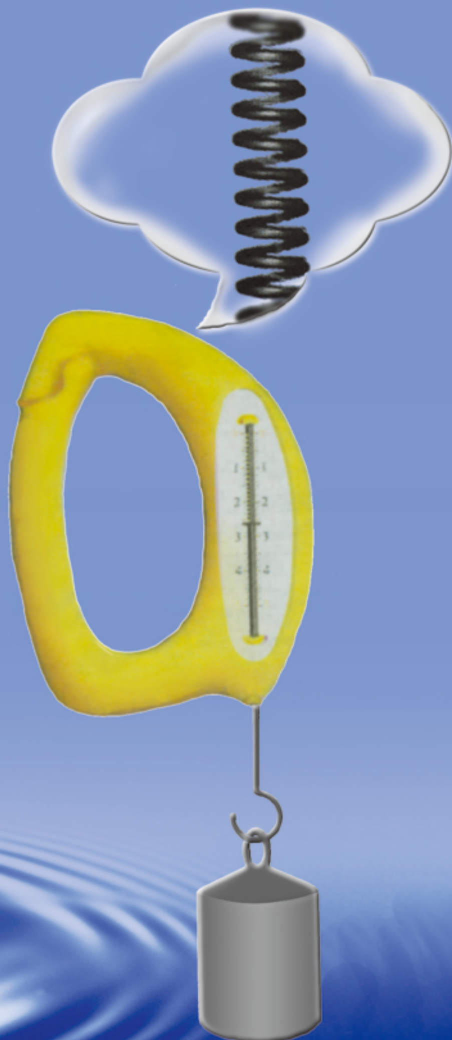
※**19.** 在直角坐标系中，Rt$\triangle OAB$的位置如图所示，$\angle B=90^\circ$，$OA=2$，$OB=\sqrt{3}$. 求$\triangle OAB$各顶点的坐标.

第六章　一次函数

生活中充满着许许多多变化的量，你了解这些变量之间的关系吗？如弹簧的长度与所挂物体的质量，步行时所走的路程与所用的时间……了解这些关系，可以帮助我们更好地认识世界.

函数是刻画变量之间关系的常用模型，其中最为简单的是一次函数．什么是一次函数？它对应的图象有什么特征？用一次函数可以解决现实生活中的哪些问题？……你想了解这些吗？一起来看一看.





学习目标

- “发现”一些生活中的函数
- 从“数”“形”两个角度认识一次函数，并形成一定的数形结合的意识
- 会用一次函数解决一些简单的实际问题

1 函数

你坐过摩天轮吗？想一想，如果你坐在摩天轮上，随着时间的变化，你离开地面的高度是如何变化的？

图 6-1 反映了摩天轮上一点的高度 h（m）与旋转时间 t（min）之间的关系.

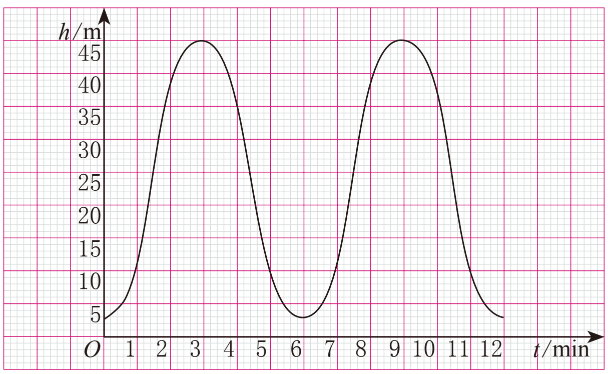


图 6-1

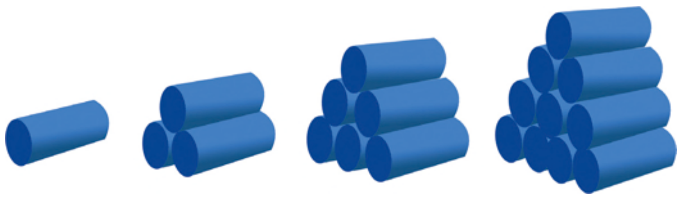
（1）根据图 6-1 填表：

t/min	0	1	2	3	4	5	…
h/m							…

（2）对于给定的时间 t，相应的高度 h 确定吗？

做一做

1. 瓶子或罐头盒等圆柱形的物体，常常如下图那样堆放. 随着层数的增加，物体的总数是如何变化的?



填写下表：

层数 n	1	2	3	4	5	…
物体总数 y						…

2. 一定质量的气体在体积不变时，假若温度降低到 -273℃，则气体的压强为零. 因此，物理学中把 -273℃ 作为热力学温度的零度. 热力学温度 T（K）与摄氏温度 t（℃）之间有如下数量关系：$T=t+273$，$T\geqslant 0$.

（1）当 t 分别为 -43，-27，0，18 时，相应的热力学温度 T 是多少?

（2）给定一个大于 -273℃ 的 t 值，你都能求出相应的 T 值吗?

在上面各例中，都有两个变量，给定其中某一个变量（自变量）的值，相应地就确定了另一个变量（因变量）的值.

一般地，如果在某个变化过程中有两个变量 x 和 y，并且对于变量 x 的每一个值，变量 y 都有唯一的值与它对应，那么我们就称 y 是 x 的**函数**（function），其中 x 是自变量，y 是因变量.

表示函数的方法一般有：列表法、关系式法和图象法.

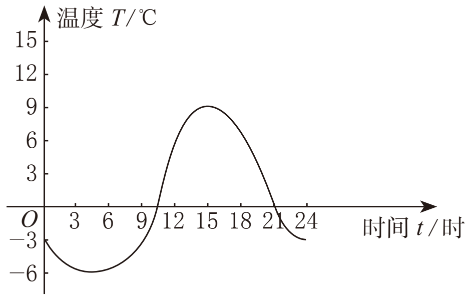
想一想

上述问题中，自变量能取哪些值?

随堂练习

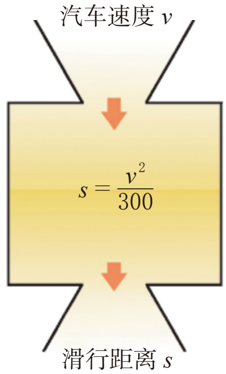
下列各题中分别有几个变量？你能将其中某个变量看成另一个变量的函数吗？

（1）



北京某日温度变化图

（2）在平整的路面上，某型号汽车紧急刹车后仍将滑行 s m，一般地有经验公式 $s=\frac{v^2}{300}$，其中 v 表示刹车前汽车的速度（单位：km/h）.



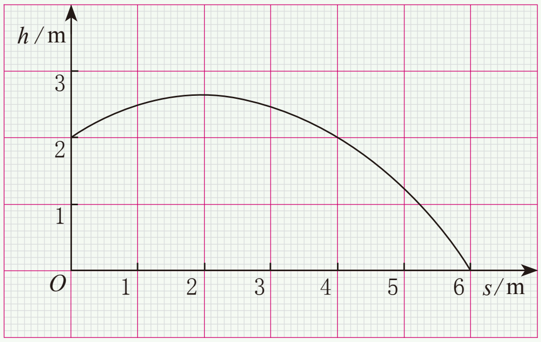
（3）在国内投寄到外埠质量为 100 克以内的普通信函应付邮资如下表：

信件质量 m/克	$0<m\leqslant 20$	$20<m\leqslant 40$	$40<m\leqslant 60$	$60<m\leqslant 80$	$80<m\leqslant 100$
邮资 y/元	1.20	2.40	3.60	4.80	6.00

习题 6.1

知识技能

1. 下图是某物体的抛射曲线图，其中 s 表示物体与抛射点之间的水平距离，h 表示物体的高度.



（第 1 题）

（1）这个图象反映了哪两个变量之间的关系？

（2）根据图象填表：

s/m	0	1	2	3	4	5	6
h/m							

（3）当距离 s 取 0 m 至 6 m 之间的一个确定的值时，相应的高度 h 确定吗？

（4）高度 h 可以看成距离 s 的函数吗？

2. 中国人饮食中食盐的含量偏大．据研究，每人每天的食盐摄入量以不超过 6 g 为宜．为控制食盐摄入量，北京市向每个家庭发放一个小盐勺（容积 3 g）．设家庭人口数为 x，家庭每天所应接受盐的勺数的最大值为 y.

（1）当 $x=3$ 时，y 的值是多少？

（2）写出 y 与 x 之间的关系式．

数学理解

3. 观察生活，寻找一个变化过程，说明其中的函数关系．

联系拓广

4. 六年级下册第九章中有如下三个问题，能否将其中变量之间的关系看成函数：

（1）小车下滑过程中下滑时间 t 与支撑物高度 h 之间的关系；

（2）三角形一边上的高度一定时，三角形面积 S 与相应底边的长度 x 之间的关系；

（3）骆驼某日体温随时间的变化曲线所确定的体温与时间之间的关系．

2 一次函数

某弹簧的自然长度为 3 cm. 在弹性限度内，所挂物体的质量 x 每增加 1 kg，弹簧长度 y 增加 0.5 cm.

（1）计算所挂物体的质量分别为 1 kg，2 kg，3 kg，4 kg，5 kg 时弹簧的长度，并填入下表：

x/kg	0	1	2	3	4	5
y/cm						

（2）你能写出 y 与 x 之间的关系式吗？

做一做

某辆汽车油箱中原有汽油 60 L，汽车每行驶 50 km 耗油 6 L.

（1）完成下表：

汽车行驶路程 x/km	0	50	100	150	200	300
耗油量 y/L						

（2）你能写出耗油量 y（L）与汽车行驶路程 x（km）之间的关系式吗？

（3）你能写出油箱剩余油量 z（L）与汽车行驶路程 x（km）之间的关系式吗？

若两个变量 x，y 之间的对应关系可以表示成 $y = kx + b$（k，b 为常数，$k \neq 0$）的形式，则称 y 是 x 的**一次函数**（linear function）（x 为自变量，y 为因变量）. 特别地，当 $b = 0$ 时，称 y 是 x 的**正比例函数**.

例 1 写出下列各题中 y 与 x 之间的关系式，并判断：y 是否为 x 的一次函数？是否为正比例函数？

（1）汽车以 60 km/h 的速度匀速行驶，行驶路程 y（km）与行驶时间 x（h）之间的关系；

（2）圆的面积 y（cm^2）与它的半径 x（cm）之间的关系；

（3）一棵树现在高 50 cm，每月长高 2 cm，x 个月后这棵树的高度为 y（cm）.

解：（1）由路程 = 速度 × 时间，得 $y = 60x$，y 是 x 的一次函数，也是 x 的正比例函数；

（2）由圆的面积公式，得 $y = \pi x^2$，y 不是 x 的一次函数，因而 y 也不是 x 的正比例函数；

（3）这棵树每月长高 2 cm，x 个月长高了 $2x$ cm，因而 $y = 50 + 2x$，y 是 x 的一次函数，但不是 x 的正比例函数.

例 2 我国自 2011 年 9 月 1 日起，个人工资、薪金所得税征收办法规定：月收入低于 3 500 元的部分不收税；月收入超过 3 500 元但低于 5 000 元的部分征收 3% 的所得税……如某人月收入 3 860 元，他应缴个人工资、薪金所得税为（3 860 − 3 500）× 3% = 10.8（元）.

（1）当月收入大于 3 500 元而又小于 5 000 元时，写出应缴所得税 y（元）与月收入 x（元）之间的关系式.

（2）某人月收入为 4 160 元，他应缴所得税多少元？

（3）如果某人本月缴所得税 19.2 元，那么此人本月工资、薪金是多少元？

解：（1）当月收入大于 3 500 元而小于 5 000 元时，

$$y = 0.03 \times (x - 3\,500)，即\ y = 0.03x - 105；$$

（2）当 $x = 4\,160$ 时，$y = 0.03 \times 4\,160 - 105 = 19.8$（元）；

（3）设此人本月工资、薪金是 x 元，则

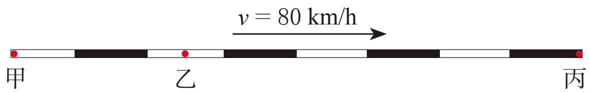
$$19.2 = 0.03x - 105，x = 4\,140.$$

即此人本月工资、薪金是 4 140 元.

随堂练习

1. 某种大米的单价是 5 元/千克，当购买 x 千克大米时，花费为 y 元. y 是 x 的一次函数吗？是正比例函数吗？

2. 如图，甲、乙两地相距 100 km，现有一列火车从乙地出发，以 80 km/h 的速度向丙地行驶.



（第 2 题）

设 x（h）表示火车行驶的时间，y（km）表示火车与甲地的距离.

（1）写出 y 与 x 之间的关系式，并判断 y 是否为 x 的一次函数；

（2）当 $x=0.5$ 时，求 y 的值.

读一读

中国古代漏刻

日常生活中，人们常常利用一次函数解决实际问题，时间的计量就是一个例子. 普通钟表的指针转动的角度是所用时间的一次函数. 在古代，许多民族与地区使用水钟来计时，其中容器泄水的流量也是时间的一次函数.

水钟在中国古代叫“漏刻”或“漏壶”. 图 6-2 是一种原始漏刻的示意图：水从上面的贮水壶慢慢漏入下方的受水壶中，受水壶中的浮子上竖直放置一根标尺（称为“漏箭”）. 假设漏水量是均匀的，受水壶中的浮子就会均匀升高，也就是说浮子升高的高度 h 与所经历的时间 t 成正比：

$$h=kt \text{（}k\text{ 为比例常数）}.$$

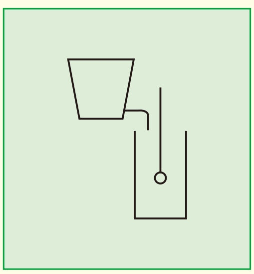


图 6-2

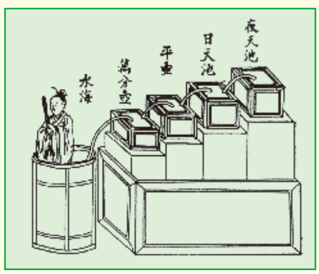


图 6-3

利用这一关系，在漏箭上标上适当的刻度，就可以用来计时了（中国古代天文学家通常将一昼夜分为 100 刻）.

当然，古人注意到随着贮水壶中水的减少，漏水速度会变慢，因此就出现了设置多个贮水壶（所谓补偿壶）的多级型漏壶，使水逐级下漏，以保证最后漏入受水壶的水流的均匀性（图 6—3 为唐代制造的一种四级漏刻）. 另外，水流速度还受到四季温度变化等诸多因素的影响，因此古人设计漏刻时常常会根据实际情况采取相应措施来保证最后漏入受水壶的水流的均匀性和计时的准确性.

习题 6.2

知识技能

1. 根据下表写出 y 与 x 之间的一个关系式.

x	-1	0	1	2	3
y	3	0	-3	-6	-9

2. 写出下列各题中 y 与 x 之间的关系式，并判断：y 是否为 x 的一次函数？是否为 x 的正比例函数？

（1）一个在斜坡上由静止开始向下滚动的小球，其速度每秒增加 3 m，小球的速度 y（m/s）与时间 x（s）之间的关系；

（2）周长为 10 cm 的长方形的一边长为 x cm，其面积 y（cm^2）与边长 x（cm）之间的关系.

问题解决

3. 某电信公司手机的 A 类收费标准如下：不管通话时间多长，每部手机每月必须缴月租费 12 元，另外，每通话 1 分钟交费 0.2 元.

（1）写出每月应缴费用 y（元）与通话时间 x（分）之间的关系式；

（2）某手机用户这个月通话时间为 180 分钟，他应缴费多少元？

（3）如果该手机用户本月预交了 100 元的话费，那么该用户本月可通话多长时间？

4. 某电信公司手机的 B 类收费标准如下：没有月租费，但每通话 1 分钟收费 0.25 元. 按照此类收费标准，分别完成第 3 题中的各小题.

※ **5.** 根据上面第 3，4 题中的条件，完成下列各题：

（1）若每月平均通话时间为 300 分钟，你选择哪类收费方式？

（2）每月通话时间多长时，按 A，B 两类收费标准缴费，所缴话费相等？

3 一次函数的图象

把一个函数的自变量 x 与对应的因变量 y 的值分别作为点的横坐标和纵坐标，在平面直角坐标系内描出它的对应点，所有这些点组成的图形叫做该函数的**图象**（graph）. 在图 6−1 中，就是摩天轮上一点的高度 h（m）与旋转时间 t（min）之间函数关系的图象.

一次函数 $y=kx+b$ 的图象是怎样的呢？我们先研究较为简单的正比例函数的图象.

例 1 画出正比例函数 $y=2x$ 的图象.

解： 列表：

x	…	-2	-1	0	1	2	…
y	…	-4	-2	0	2	4	…

描点：以表中各组对应值作为点的坐标，在直角坐标系内描出相应的点.

连线：把这些点依次连接起来，得到 $y=2x$ 的图象（如图 6−4），它是一条直线.

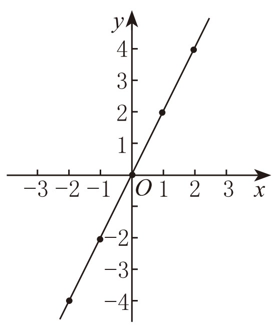
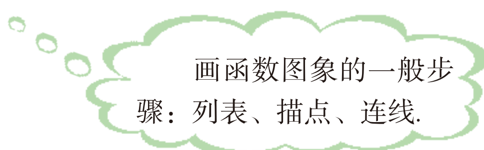


图 6−4



做一做

（1）画出正比例函数 $y=-3x$ 的图象.

（2）在所画的图象上取几个点，找出它们的横坐标和纵坐标，并验证它们是否都满足关系式 $y=-3x$.

议一议

（1）满足关系式 $y=-3x$ 的 x，y 所对应的点（x，y）都在正比例函数 $y=-3x$ 的图象上吗?

（2）正比例函数 $y=-3x$ 的图象上的点（x，y）都满足关系式 $y=-3x$ 吗?

（3）正比例函数 $y=kx$ 的图象有何特点? 你是怎样理解的?

（4）画一次函数 $y=kx$ 的图象，只要找出几个点就可以了? 为什么?

正比例函数 $y=kx$ 的图象是一条经过原点（0，0）的直线. 因此，画正比例函数的图象时，只要再确定一个点，然后过这个点与原点作直线就可以了.

做一做

在同一直角坐标系内画出正比例函数 $y=x$，$y=3x$，$y=-\frac{1}{2}x$ 和 $y=-4x$ 的图象.

议一议

上述四个函数中，随着 x 值的增大，y 的值分别如何变化?

相应图形上的点的变化趋势如何?

在正比例函数 $y=kx$ 中，

当 $k>0$ 时，y 的值随着 x 值的增大而增大；

当 $k<0$ 时，y 的值随着 x 值的增大而减小.

想一想

（1）正比例函数 $y=x$ 和 $y=3x$ 中，随着 x 值的增大，y 的值都增加了，其中哪一个增加得更快？你能解释其中的道理吗？

（2）类似地，正比例函数 $y=-\frac{1}{2}x$ 和 $y=-4x$ 中，随着 x 值的增大，y 的值都减小了，其中哪一个减小得更快？你是如何判断的？

随堂练习

在同一直角坐标系内画出正比例函数 $y=\frac{1}{2}x$ 与 $y=-\frac{1}{3}x$ 的图象，并指出随着 x 值的增大，y 的值分别如何变化.

习题 6.3

知识技能

1. 下列哪些点在正比例函数 $y=-5x$ 的图象上？

$(1，5)$，$(-1，5)$，$(0.5，-2.5)$，$(-5，1)$.

2. 画出下列正比例函数的图象：

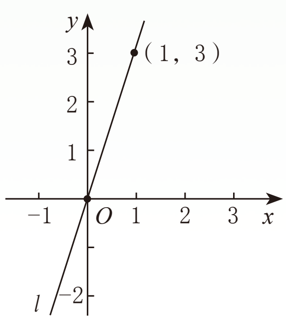
（1）$y=4x$；（2）$y=\frac{2}{3}x$；（3）$y=-\frac{2}{3}x$.

3. 下列正比例函数中，y 的值随着 x 值的增大而减小的有________.

（1）$y=8x$；（2）$y=-0.6x$；

（3）$y=\sqrt{5}x$；（4）$y=(\sqrt{2}-\sqrt{3})x$.

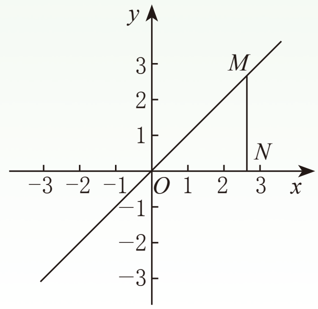
4. 写出图中直线 l 所对应的函数表达式.



（第 4 题）

数学理解

※**5.** 小明是这样理解“函数 $y=x$ 的图象是一条过原点的直线”的：当 $x=0$ 时，$y=0$，所以原点（0，0）在函数 $y=x$ 的图象上；当 x 增加 t 个单位时，y 的值也比原来增加 t 个单位，即 $MN=ON$，$\angle MON=45°$，而这个结论对任意的 t 值都正确，所以函数 $y=x$ 的图象是一条经过原点、与 x 轴正方向成 45° 角的直线．你理解他的想法吗？



（第 5 题）

正比例函数 $y=-2x$ 的图象是过原点的一条直线，那么一次函数 $y=-2x+1$ 的图象又是怎样呢？下面研究一次函数 $y=kx+b$ 的图象．

例 2 画出一次函数 $y=-2x+1$ 的图象．

解： 列表：

x	…	−2	−1	0	1	2	…
y	…	5	3	1	−1	−3	…

描点：以表中各组对应值作为点的坐标，在直角坐标系内描出相应的点．

连线：把这些点依次连接起来，得到 $y=-2x+1$ 的图象（如图 6−5），它是一条直线．

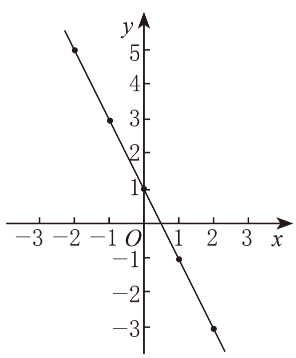


图 6−5

做一做

画出一次函数 $y=2x+5$ 的图象.

议一议

（1）满足关系式 $y=2x+5$ 的 x，y 所对应的点（x，y）都在一次函数 $y=2x+5$ 的图象上吗?

（2）一次函数 $y=2x+5$ 的图象上的点（x，y）都满足关系式 $y=2x+5$ 吗?

（3）一次函数 $y=kx+b$ 的图象有什么特点？你是怎样理解的?

一次函数 $y=kx+b$ 的图象是一条直线，因此画一次函数的图象时，只要确定两个点，然后过这两个点作直线就可以了. 一次函数 $y=kx+b$ 的图象也称为直线 $y=kx+b$.

随堂练习

在同一直角坐标系内分别画出一次函数 $y=\frac{1}{3}x$ 与 $y=-3x+9$ 的图象.

习题 6.4

知识技能

1. 画出下列一次函数的图象：

（1）$y=4x-2$；　　（2）$y=-x-1$；

（3）$y=\frac{2}{3}x+2$；　　（4）$y=-x+1$.

2. 下列哪些点在一次函数 $y=2x-3$ 的图象上?

$$(2,\ 3),\ (2,\ 1),\ (0,\ 3),\ (3,\ 0).$$

数学理解

3. 在同一直角坐标系内画出 $y=2x+4$ 与 $y=-2x-1$ 的图象，求出直线 $y=2x+4$ 与 x 轴的交点坐标和直线 $y=-2x-1$ 与 y 轴的交点坐标，并过这两个点作直线.

做一做

在同一直角坐标系内分别画出一次函数 $y=2x+3$，$y=-x$，$y=-x+3$ 和 $y=5x-2$ 的图象.

议一议

（1）上述四个函数中，随着 x 值的增大，y 的值分别如何变化？相应图形上点的变化趋势如何？

（2）直线 $y=-x$ 与 $y=-x+3$ 的位置关系如何？你能通过适当的移动将直线 $y=-x$ 变为直线 $y=-x+3$ 吗？一般地，直线 $y=kx+b$ 与 $y=kx$ 又有怎样的位置关系呢？

（3）直线 $y=2x+3$ 与直线 $y=-x+3$，它们的图象有什么共同点？一般地，你能从函数 $y=kx+b$ 的图象上直接看出 b 的数值吗？

一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点（0，b）. 当 $k>0$ 时，y 的值随着 x 值的增大而增大；当 $k<0$ 时，y 的值随着 x 值的增大而减小.

做一做

（1）在同一直角坐标系内分别画出一次函数 $y=2x$ 与 $y=2x-1$ 的图象，它们的位置关系如何？

（2）在同一直角坐标系内分别画出一次函数 $y=\frac{1}{2}x+3$ 与 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 的图象，它们的位置关系如何？

（3）上述四个函数中，随着 x 值的增大，y 的值分别如何变化？

随堂练习

1. 在同一直角坐标系内画出下列一次函数的图象：

（1）$y=\frac{1}{3}x-1$；（2）$y=\frac{1}{3}x+1$；（3）$y=\frac{1}{3}x$.

2. 一次函数 $y=4x-3$，y 的值随着 x 值的增大而______，它的图象与 y 轴的交点坐标是______.

3. x 从 0 开始逐渐增大时，一次函数 $y=2x+6$ 和 $y=5x-2$ 哪一个的值先到达 10？哪一个的值先到达 20？这说明了什么？

习题 6.5

知识技能

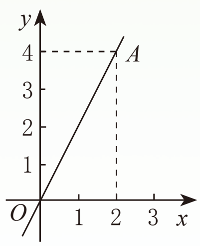
1. 在同一直角坐标系内画出下列一次函数的图象：

（1）$y=4x-1$；（2）$y=4x+1$；（3）$y=-4x-1$.

2. 下列三条直线中，与 y 轴的交点坐标相同的两条直线是______与______，y 的值随着 x 值的增大而减小的是______.

（1）$y=6x-2$；（2）$y=-6x-2$；（3）$y=-6x+2$.

3. 如图，将直线 OA 向上平移 1 个单位，得到一个一次函数的图象，求这个一次函数的表达式.



（第 3 题）

数学理解

4.（1）写出 m 的两个值，使相应的一次函数 $y=mx-2$ 的值都是随着 x 值的增大而减小；

（2）写出 m 的两个值，使相应的一次函数 $y=(2m-1)x+2$ 的值都是随着 x 值的增大而减小.

4 确定一次函数的表达式

某物体沿一个斜坡下滑，它的速度 v（m/s）与其下滑时间 t（s）的关系如图 6-6 所示.

（1）写出 v 与 t 之间的关系式；

（2）下滑 3 s 时物体的速度是多少？

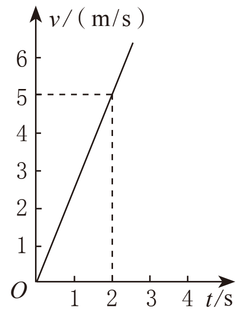


图 6-6

想一想

确定正比例函数的表达式需要几个条件？确定一次函数的表达式呢？

例 在弹性限度内，弹簧的长度 y（cm）是所挂物体质量 x（kg）的一次函数. 一根弹簧不挂物体时长 14.5 cm；当所挂物体的质量为 3 kg 时，弹簧长 16 cm. 写出 y 与 x 之间的关系式，并求当所挂物体的质量为 4 kg 时弹簧的长度.

解： 设 $y=kx+b$，根据题意，得

$$14.5=b.$$

$$16=3k+b.$$

将 $b=14.5$ 代入上式，得 $k=0.5$.

所以在弹性限度内，$y=0.5x+14.5$.

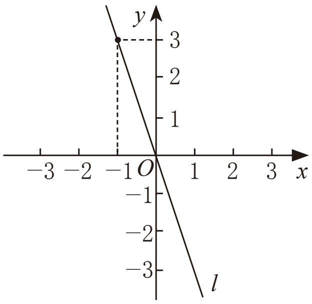
当 $x=4$ 时，$y=0.5\times 4+14.5=16.5$（cm）.

即物体的质量为 4 kg 时，弹簧长度为 16.5 cm.

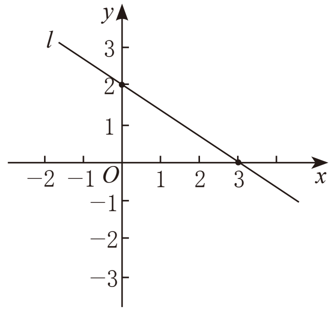
随堂练习

1. 如图，直线 l 是一次函数的图象，求它的表达式.

2. 若一次函数 $y=2x+b$ 的图象经过点 $A(-1, 1)$，则 $b=$ ______，该函数图象经过点 $B(1,$ ______$)$ 和点 $C($ ______$, 0)$.



（第 1 题）



（第 3 题）

3. 如图，直线 l 是一次函数 $y=kx+b$ 的图象，填空：

（1）$b=$ ______，$k=$ ______；

（2）当 $x=30$ 时，$y=$ ______；

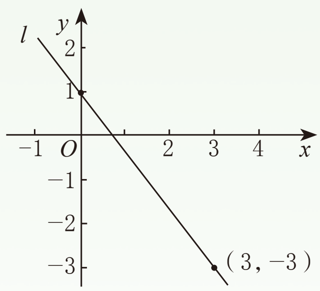
（3）当 $y=30$ 时，$x=$ ______.

习题 6.6

知识技能

1. 一个正比例函数的图象经过点 $A(-2, 3)$，写出这个函数的表达式.

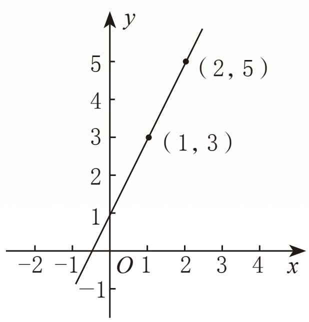
2. 如图，直线 l 是一次函数 $y=kx+b$ 的图象，求 k 与 b 的值.



（第 2 题）

数学理解

※ 3. 小明说，在式子 $y=kx+b$ 中，x 每增加 1，kx 增加了 k，b 没变，因此 y 也增加了 k. 而如图所示的一次函数图象中，x 从 1 变成 2 时，函数值从 3 变为 5，增加了 2，因此该一次函数中 k 的值是 2. 小明这种确定 k 的方法有道理吗？说说你的认识.



（第 3 题）

问题解决

4. 从地面竖直向上抛射一个物体，在落地之前，物体向上的速度 v（m/s）是运动时间 t（s）的一次函数. 经测量，该物体的初始速度（$t=0$ 时物体的速度）为 25 m/s，2 s 后物体的速度为 5 m/s.

（1）写出 v，t 之间的关系式；

（2）经过多长时间后，物体将达到最高点？（此时物体的速度为 0）

5 一次函数的应用

由于持续高温和连日无雨，某水库的蓄水量随着时间的增加而减少. 蓄水量 V（万立方米）与干旱持续时间 t（天）的关系如图 6–7 所示，回答下列问题：

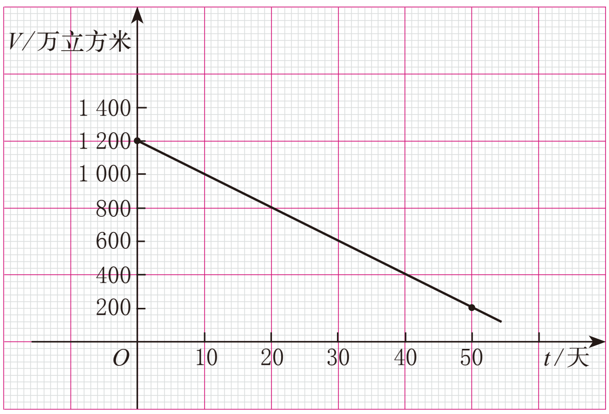


图 6–7

（1）水库干旱前的蓄水量是多少？

（2）干旱持续 10 天，蓄水量是多少？干旱持续 23 天呢？

（3）蓄水量小于 400 万立方米时，将发出严重干旱警报. 干旱持续多少天后将发出严重干旱警报？

（4）按照这个规律，预计干旱持续多少天水库将干涸？

例 1 某种摩托车的油箱加满油后，油箱中的剩余油量 y（L）与摩托车行驶路程 x（km）之间的关系如图 6-8 所示.

根据图象回答下列问题：

（1）油箱最多可储油多少升？

（2）一箱汽油可供摩托车行驶多少千米？

（3）摩托车每行驶 100 km 消耗多少升汽油？

（4）油箱中的剩余油量小于 1 L 时，摩托车将自动报警. 行驶多少千米后，摩托车将自动报警？

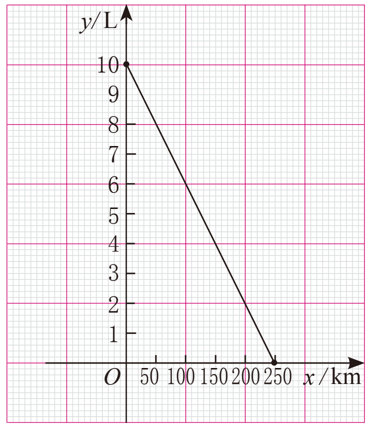


图 6-8

解： 观察图象，得

（1）当 $x=0$ 时，$y=10$. 因此，油箱最多可储油 10 L.

（2）当 $y=0$ 时，$x=250$. 因此一箱汽油可供摩托车行驶 250 km.

（3）x 从 0 增加到 100 时，y 从 10 减少到 6，减少了 4，因此摩托车每行驶 100 km 消耗 4 L 汽油.

（4）当 $y=1$ 时，$x=225$，因此行驶了 225 km 后，摩托车将自动报警.

议一议

如图 6-9.

（1）当 $y=0$ 时，$x=$________；

（2）直线对应的函数表达式是____________.

（3）一元一次方程 $0.5x+1=0$ 与一次函数 $y=0.5x+1$ 有什么联系？

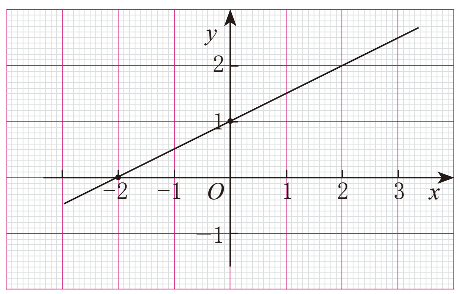
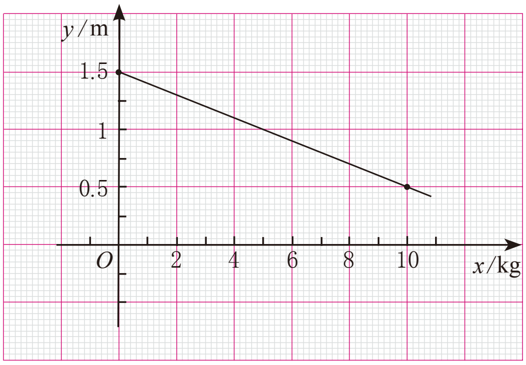


图 6-9

一般地，当一次函数 $y=kx+b$ 的函数值为 0 时，相应的自变量的值就是方程 $kx+b=0$ 的解. 从图象上看，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 x 轴交点的横坐标就是方程 $kx+b=0$ 的解.

随堂练习

为了提高某种农作物的产量，农场通常采用喷施药物的方法控制其高度．已知该农作物的平均高度 y（m）与每公顷所喷施药物的质量 x（kg）之间的关系如图所示．经验表明，该种农作物高度在 1.25 m 左右时，它的产量最高，那么每公顷应喷施药物多少千克？



习题 6.7

知识技能

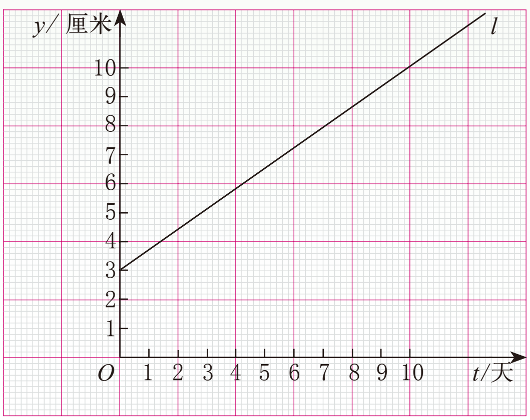
1. 某植物 t 天后的高度为 y 厘米，图中 l 反映了 y 与 t 之间的关系．根据图象回答下列问题：

（1）3 天后该植物高度为多少？

（2）预测该植物 12 天后的高度；

（3）几天后该植物的高度为 10 厘米？

（4）图象对应的一次函数 $y=kt+b$ 中，k 和 b 的实际意义分别是什么？



（第 1 题）

问题解决

2. 3 个羽毛球按如图所示放置的高度是 14 cm，6 个羽毛球的高度是 21.5 cm.

（1）写出羽毛球高度与个数之间的关系式；

（2）高 39 cm 的盒子最多可以放多少个羽毛球？

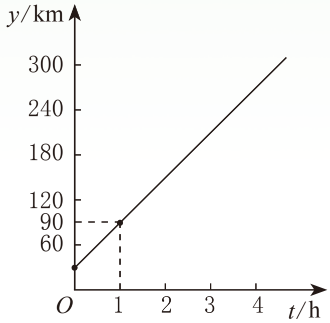
（第 2 题）

数学理解

3. 某汽车离开某城市的距离 y（km）与行驶时间 t（h）之间的关系式为 $y=kt+30$，其图象如图所示.

（1）在 1 h 至 3 h 之间，汽车行驶的路程是多少？

（2）你能确定 k 的值吗？这里 k 的具体含义是什么？



（第 3 题）

如图 6-10，l_1 反映了某公司产品的销售收入与销售量的关系，l_2 反映了该公司产品的销售成本与销售量的关系，根据图象填空：

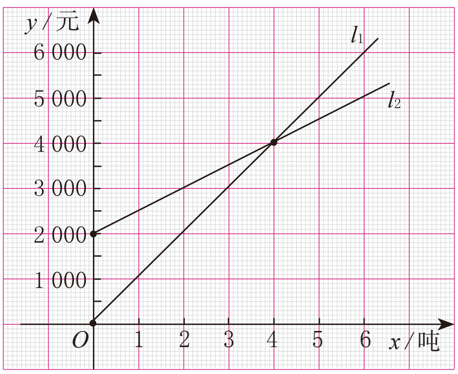


图 6-10

（1）当销售量为 2 吨时，销售收入= ______元，销售成本= ______元；

（2）当销售量为 6 吨时，销售收入= ______元，销售成本= ______元；

（3）当销售量等于 ______ 时，销售收入等于销售成本；

（4）当销售量 ______ 时，该公司赢利（收入大于成本）；当销售量 ______ 时，该公司亏损（收入小于成本）；

（5）l_1 对应的函数表达式是 ______，l_2 对应的函数表达式是 ______.

想一想

图 6−10 中，l_1 所对应的一次函数 $y=k_1x+b_1$ 中，k_1 和 b_1 的实际意义各是什么？l_2 对应的一次函数 $y=k_2x+b_2$ 中，k_2 和 b_2 的实际意义各是什么？

例 2 我边防局接到情报，近海处有一可疑船只 A 正向公海方向行驶. 边防局迅速派出快艇 B 追赶（如图 6−11）. 图 6−12 中 l_1，l_2 分别表示两船相对于海岸的距离 s（n mile）与追赶时间 t（min）之间的关系.

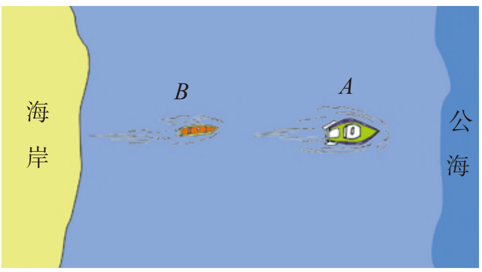


图 6−11

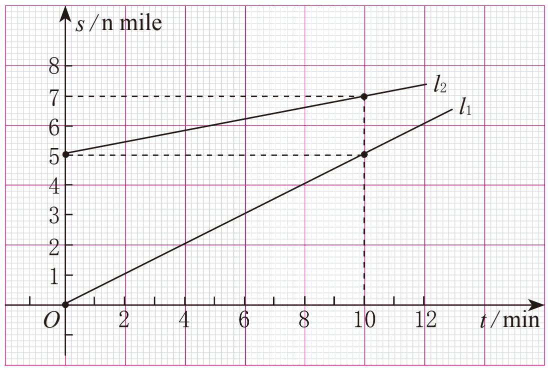


图 6−12

根据图象回答下列问题：

（1）哪条线表示 B 到海岸的距离与追赶时间之间的关系？

（2）A，B 哪个速度快？

（3）15 min 内 B 能否追上 A？

（4）如果一直追下去，那么 B 能否追上 A？

（5）当 A 逃到离海岸 12 n mile 的公海时，B 将无法对其进行检查. 照此速度，B 能否在 A 逃入公海前将其拦截？

（6）l_1 与 l_2 对应的两个一次函数 $y=k_1x+b_1$ 与 $y=k_2x+b_2$ 中，k_1，k_2 的实际意义各是什么？可疑船只 A 与快艇 B 的速度各是多少？

解：观察图象，得

（1）当 $t=0$ 时，B 距海岸 0 n mile，即 $s=0$，故 l_1 表示 B 到海岸的距离与追赶时间之间的关系.

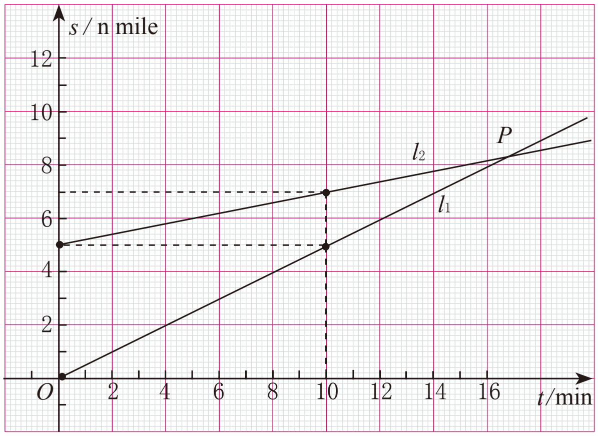


图 6−13

（2）t 从 0 增加到 10 时，l_2 的纵坐标增加了 2，而 l_1 的纵坐标增加了 5，即 10 min 内，A 行驶了 2 n mile，B 行驶了 5 n mile，所以 B 的速度快.

（3）延长 l_1，l_2（如图 6−13），可以看出，当 $t=15$ 时，l_1 上对应点在 l_2 上对应点的下方，这表明，15 min 时 B 尚未追上 A.

（4）如图 6−13，l_1，l_2 相交于点 P. 因此，如果一直追下去，那么 B 一定能追上 A.

（5）图 6−13 中，l_1 与 l_2 交点 P 的纵坐标小于 12，这说明在 A 逃入公海前，我边防快艇 B 能够追上 A.

（6）k_1 表示快艇 B 的速度，k_2 表示可疑船只 A 的速度. 可疑船只 A 的速度是 0.2 n mile/min，快艇 B 的速度是 0.5 n mile/min.

想一想

你能用其他方法解决例 2 中的问题（1）至（5）吗?

随堂练习

观察图 6−10，回答下列问题：

当 $x=3$ 时，销售收入= ______，销售成本= ______；赢利（收入−成本）= ______.

读一读

柳卡趣题

19 世纪法国数学家柳卡在一次国际数学会议上提出了一道有趣的题目：

每天中午，某航运公司有一艘轮船从巴黎的外港——塞纳河口的勒阿佛尔开往纽约. 在每天的同一时间也有该公司的一艘轮船从纽约开往勒阿佛尔. 轮船在横渡大西洋途中所花时间正好是七天七夜，并且假设在全部航程中轮船都是匀速行驶的，轮船在大西洋上按照一定航线航行，在近距离内彼此可以看得到. 那么，当今天中午从勒阿佛尔开出去的船 A 到达纽约时，将会遇到多少艘同一公司的轮船从对面开来？

你能解决这一趣题吗？

小明的解决方法是这样的：以时间 t（天）为自变量，以船 A 与勒阿佛尔港间的距离 s 为因变量，显然，船 A 及从纽约出发的各船的 s 均是 t 的一次函数. 在同一直角坐标系内分别画出它们的图象（如图 6−14 所示），其中 l_1 为船 A 相应的函数图象，m_2 为比船 A 早 5 天从纽约出发的船相应的函数图象. l_1 与 m_1 交于 P_1（t_1，s_1），表示船 A 与从纽约同时出发的船在 t_1 天后相遇. 图中与 l_1 相交的共有 15 条线，故该船将遇到同一公司的 15 艘船.

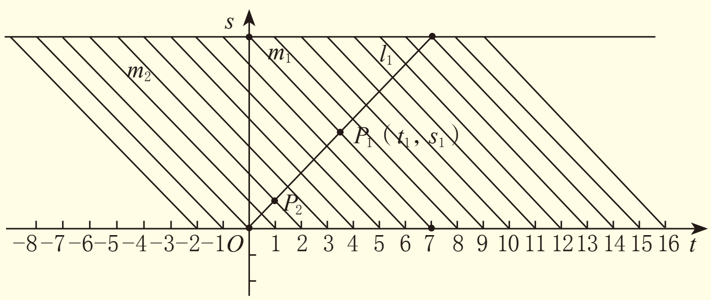


图 6−14

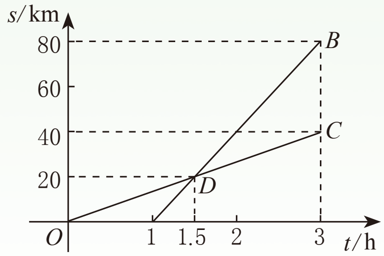
你能从小明的解法中“悟”出点什么吗？

如果轮船不是匀速航行的，结果又怎样呢？

习题 6.8

知识技能

1. A，B 两地相距 80 km，甲、乙两人沿同一条路从 A 地到 B 地，DB，OC 分别表示甲、乙两人离 A 地的距离 s（km）与时间 t（h）的函数关系.



（第 1 题）

（1）乙先出发______h后，甲才出发；

（2）大约在乙出发______h后，两人相遇，这时他们离 A 地______km；

（3）甲的速度是______km/h，乙的速度是______km/h.

2. 某电视机厂要印制产品宣传材料. 甲印刷厂提出：每份材料收 1 元印制费，另收 1 500 元 制版费；乙印刷厂提出：每份材料收 2.5 元印制费，不收制版费.

（1）分别写出两厂的收费 y（元）与印制数量 x（份）之间的关系式；

（2）在同一直角坐标系内画出它们的图象；

（3）根据图象回答下列问题：

① 印制 800 份宣传材料时，选择哪家印刷厂比较合算？

② 电视机厂拟拿出 3 000 元用于印制宣传材料，找哪家印刷厂印制宣传材料能多一些？

回顾与思考

1. 你能举出现实生活中有关一次函数的几个例子吗？
2. 一次函数有几种表示方式？你能通过它的一种表示方式获得其他表示方式吗？举例说明.
3. 正比例函数 $y=kx$ 的图象、一次函数 $y=kx+b$ 的图象有什么特征？两者之间有什么联系？
4. k 和 b 对一次函数 $y=kx+b$ 的图象有什么影响？你能根据图象设法确定 k 和 b 吗？
5. 一元一次方程与一次函数有什么联系？举例说明.
6. 你能应用一次函数解决哪些问题？举例说明.
7. 这是第一次系统地研究一类具体的函数，设法整理出本章有关知识的结构图，这可有助于后续有关函数的学习.

复习题

知识技能

1. 下面有 3 个表格，3 幅图，3 个表达式，将表示同一函数的三种方式的相应字母填到同一条横线上：________，________，________.

A

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	5	3	1	-1	-3	$\cdots$

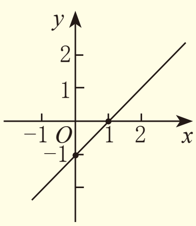
B

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	-5	-3	-1	1	3	$\cdots$

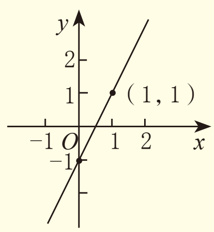
C

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	$\cdots$

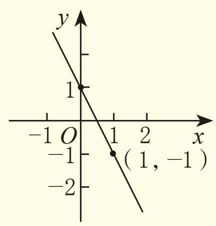
D



E

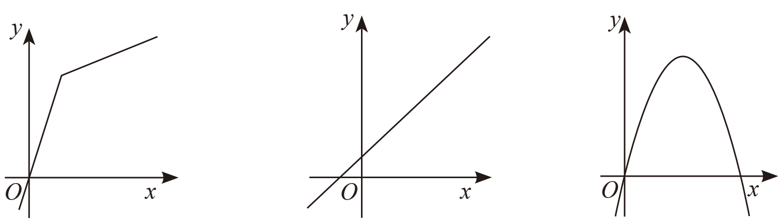


F



G：$y=-2x+1$　　H：$y=x-1$　　I：$y=2x-1$

2. 下图中，表示一次函数的有哪些？



（1）　　（2）　　（3）

（第 2 题）

3. 在弹性限度内，弹簧伸长的长度与所挂物体的质量成正比. 一根弹簧不挂物体时长 15 cm；所挂物体质量为 3 kg 时，弹簧长 16.8 cm.

（1）求弹簧总长 y（cm）与所挂物体质量 x（kg）之间的函数表达式；

（2）表达式中一次项系数和常数项的实际意义分别是什么？

4. 下表中，y 是 x 的一次函数，写出该函数表达式，并补全下表.

x	-3	-2	-1	0	1
y	6	4			

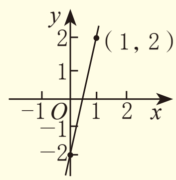
5. 画出函数 $y=3-2x$ 的图象，根据图象回答下列问题：

（1）y 的值随 x 值的增大而 ________；

（2）图象与 x 轴的交点坐标是 ________，与 y 轴的交点坐标是 ________；

（3）当 x ________时，$y>0$.

6. 下表分别给出了三个一次函数的一种表示方式，试写出它们的另外两种表示方式.

<table>
<tr><th>表</th><th>图</th><th>式</th></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>…</td><td>−2</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>…</td></tr>
<tr><td>y</td><td>…</td><td>10</td><td>4</td><td>1</td><td>−2</td><td>−5</td><td>…</td></tr>
</table>
</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>…</td><td>−2</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>…</td></tr>
<tr><td>y</td><td>…</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>…</td></tr>
</table>
</td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>…</td><td>−2</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>…</td></tr>
<tr><td>y</td><td>…</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>…</td></tr>
</table>
</td><td></td><td>$y=\frac{1}{2}x-3$</td></tr>
</table>

7. 一水池的容积是 90 m^3，现蓄水 10 m^3，用水管以 5 m^3/h 的速度向水池中注水，直到注满为止.

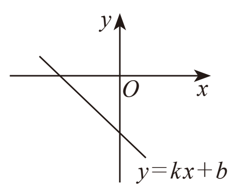
（1）写出水池蓄水量 V（m^3）与进水时间 t（h）之间的关系式，并指出自变量 t 的取值范围；

（2）当 $t=10$ 时，V 的值是多少？

8. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象如图所示，则 k，b 的取值范围是（　　）.

（A）$k>0$，$b>0$　　（B）$k>0$，$b<0$

（C）$k<0$，$b>0$　　（D）$k<0$，$b<0$



（第 8 题）

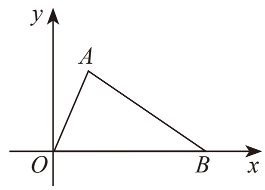
数学理解

9. 小明用的练习本可在甲、乙两个商店买到. 已知两个商店的标价都是每本练习本 1 元. 但甲商店的优惠条件是：购买 10 本以上，从第 11 本开始按标价的 7 折卖；乙商店的优惠条件是：从第 1 本开始就按标价的 8.5 折卖.

（1）小明要买 20 本练习本，到哪个商店购买较省钱?

（2）小明现有 24 元钱，最多可买多少本练习本?

10.（1）如图可以用来反映这样一个实际情境：一艘船从甲地航行到乙地，到达乙地后旋即返回. 这里横坐标表示航行的时间，纵坐标表示船只与甲地的距离. 你认为，船只从甲地到乙地航行的速度与返航的速度是否相同? 说说你的理由.



（第 10 题）

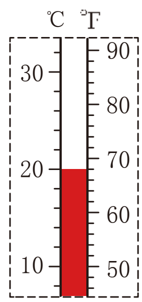
（2）请再给该图赋予一个实际背景，提出一个具体的问题，指出实际背景中横坐标、纵坐标所表示的意思，写出 A，B 两点的坐标，并解决你所提出的实际问题.

11.（1）如果把人的头顶和脚底分别看做一个点，把地球赤道看做一个圆，那么身高 1.5 m 的小明沿地球赤道环行一周，他的头顶比脚底多“走”了多少米? 先猜一猜，再算一算，看看你的猜想如何.

（2）如果小明在某个半径为 1 km 的星球上沿着其赤道环行一周，他的头顶比脚底又多“走”了多少米呢? 在半径为 10 km 的星球上情况又如何呢?

※**12.** 物体通常有热胀冷缩现象，研究表明，热胀冷缩物体的体积 V 是温度 t 的一次函数. 观察水银或酒精温度计，它们的刻度均匀吗? 你能解释其中的道理吗?

※**13.**（1）如图是温度计的示意图，图中左边的温度表示摄氏温度，右边的温度表示华氏温度. 你能求出华氏温度 y（℉）与摄氏温度 x（℃）之间的函数关系吗?



（第 13 题）

（2）小明观察温度计发现，两个刻度 x，y 之间的关系如下表：

x/℃	10	20	25	30
y/℉	50	68	77	86

根据上表，小明发现 x，y 成一次函数关系，并列出了相应的关系式. 试列出它们之间的关系式，并选取更多的数据进行验证.

（3）现实生活中有很多量都有不同的单位，如长度有英制单位和公制单位，我国也有传统的长度单位（如丈、尺、寸）. 找出几种测量工具，观察并设法求出同一个测量工具上不同测量单位之间的关系.

※**14**. 如图（a）是某公共汽车线路收支差额 y（票价总收入减去运营成本）与乘客量 x 的函数图象. 目前这条线路亏损，为了扭亏，有关部门举行提高票价的听证会.

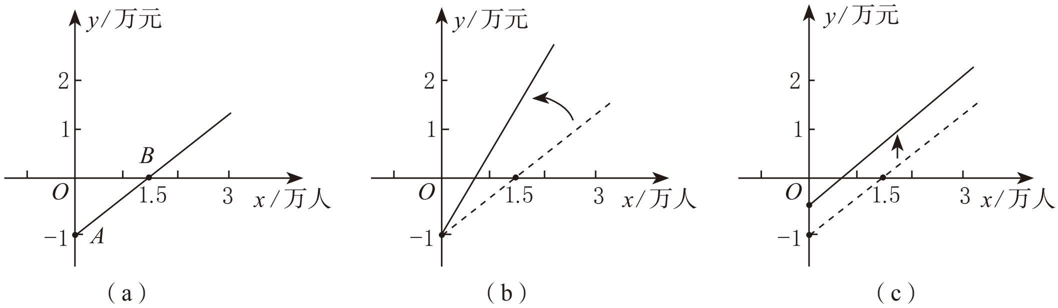
乘客代表认为：公交公司应节约能源，改善管理，降低运营成本，以此举实现扭亏.

公交公司认为：运营成本难以下降，公司已尽力，提高票价才能扭亏.

根据这两种意见，可以把图（a）分别改画成图（b）和图（c）.

（1）说明图（a）中点 A 和点 B 的实际意义；

（2）你认为图（b）和图（c）两个图象中，反映乘客意见的是 ________，反映公交公司意见的是 ________.



（第 14 题）

问题解决

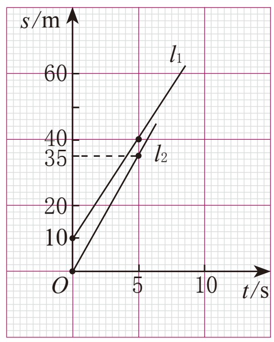
15. 小明和小亮进行百米赛跑，小明比小亮跑得快. 如果两人同时起跑，小明肯定赢. 现在小明让小亮先跑若干米. 图中 l_1，l_2 分别表示两人的路程与小明追赶时间的关系.

（1）哪条线表示小明的路程与时间的关系？

（2）小明让小亮先跑了多少米？

（3）谁将赢得这场比赛？

（4）l_1 对应的一次函数表达式中，一次项系数是多少？它的实际意义是什么？



（第 15 题）

※**16**. 为了研究某地的高度 h（km）与气温 t（℃）之间的关系，某日研究人员在该地的不同高度处同时进行了若干次实验，测得的数据如下表：

h/km	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
t/℃	25	21.8	18.6	15.3	12	8.7	5.5

（1）在直角坐标系内，描出各组有序数对（h，t）所对应的点；

（2）这些点是否近似地在一条直线上？

（3）写出 h 与 t 之间的一个近似关系式；

（4）估计此时 3.5 km 高度处的气温.

※**17**. 某空储蓄罐的质量为 50 g. 假设储蓄罐中只许投入 1 角的硬币，不倒出硬币，你能估算出储蓄罐中硬币的数量吗?

联系拓广

※**18**. (1) 在同一直角坐标系内画出一次函数 $y=-x+2$，$y=x+2$ 的图象，这两个图象有什么位置关系?

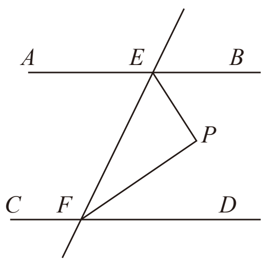
(2) 一次函数 $y=-3x+2$，$y=3x+2$ 的图象又有什么位置关系?一般地，你有怎样的猜想?

总复习题

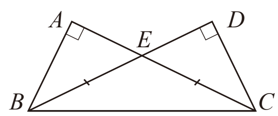
- 整理本学期学过的数学内容，能用一张图把它们表示出来吗？与同伴进行交流.
- 在自己经历过的解决问题活动中，选择一个最具有挑战性的问题，写下解决它的过程，包括遇到的困难、克服困难的方法与过程及所获得的体会，并解释选择这个问题的原因.
- 通过本学期的数学学习，你有哪些收获？有哪些需要改进的地方？

知识技能

1. 如图，已知 $AB /\!/ CD$，直线 EF 分别交 AB，CD 于点 E，F，$\angle BEF$ 的平分线与 $\angle DFE$ 的平分线相交于点 P，求 $\angle P$ 的度数.



（第 1 题）

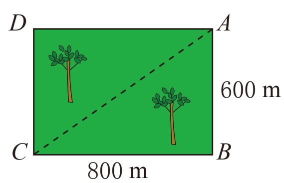


（第 2 题）

2. 如图，$\angle A$，$\angle D$ 为直角，AC 与 BD 相交于点 E，$BE=EC$，在图中找出两对全等三角形.

3. 如图，找出轴对称图形的对称轴，并指出两组对应点.


（第 3 题）



（第 4 题）

4. 如图所示，有一个长方形的公园. 如果游人要从 A 景点走到 C 景点，至少要走多远？

5. 把下列各数分别填入所属的集合中：

$-3.141\,59$，$2.\dot{5}$，$\sqrt{0.9}$，$\sqrt[3]{-1}$，$-3.\dot{7}\dot{5}$，$\dfrac{11}{5}$，2π，

$-3.747\,747\,774\cdots$（相邻两个 4 之间 7 的个数逐次加 1）.

（1）有理数：{　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　…}；

（2）无理数：{　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　…}；

（3）正实数：{　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　…}；

（4）负实数：{　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　…}.

6. 求下列各数的平方根和算术平方根：

（1）0.04；　　（2）$\frac{9}{256}$；　　（3）7；　　（4）10^{-8}.

7. 求下列各数的立方根：

（1）−2；　　（2）0.512；　　（3）$-\frac{125}{8}$；　　（4）10^{9}.

8. 估算下列各数的大小：

（1）$\sqrt{20}$（误差小于 0.1）；　　（2）$\sqrt[3]{900}$（误差小于 1）；

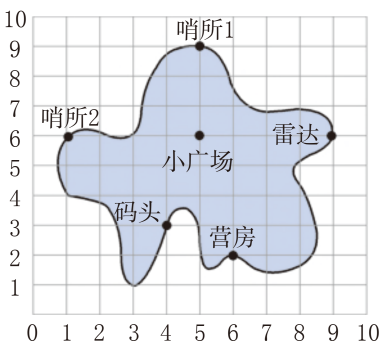
（3）$\sqrt{32.5}$（误差小于 0.1）；　　（4）$\sqrt[3]{155.2}$（误差小于 1）.

9. 利用计算器计算下列各式（结果精确到 0.01）：

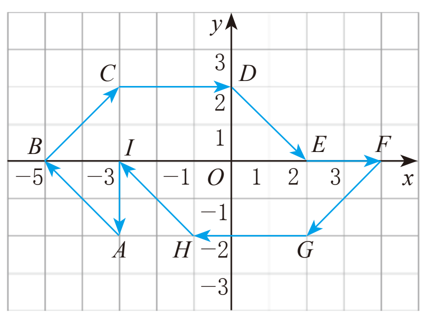
（1）$0.5-\pi+\sqrt{5}-8$；　　（2）$\sqrt[3]{70}\times\sqrt{2}-\sqrt{6.2}\div 4+3$.

10. 物体在地面附近绕地球做匀速圆周运动的速度，叫做第一宇宙速度，它的计算公式为 $v=\sqrt{gR}$（km/s），其中 $g=0.009\ 8$ km/s^2，$R=6\ 370$ km. 求第一宇宙速度（结果精确到 0.01 km/s）.

11. 如图是某个小岛的简图，试用数对表示出相关地点的位置.



（第 11 题）



（第 12 题）

12. 在直角坐标系中，写出图中从 A 点出发、按箭头所指方向先后经过的各点的坐标.

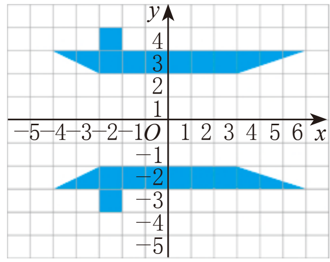
13. 在直角坐标系中，描出点（9，1），（11，6），（16，8），（11，10），（9，15），（7，10），（2，8），（7，6），（9，1），并将各点用线段依次连接起来.

（1）观察这组点组成的图形，你觉得它像什么？

（2）上面各点的横坐标不变，纵坐标变为原来的相反数. 按同样的方法将所得各点连接起来. 与原图形相比，所得图形有什么变化？

（3）将各点的横坐标分别变为原来的相反数，纵坐标不变呢？

14. 如图，图案中有两个图形，其中一个是另一个经过某种简单的变换得到的. 在每幅图案中各选择三对对应点，寻找每对对应点之间的坐标关系.



（第 14 题）

15. 某商场搞促销活动，一次性购买 x 件 T 恤的售价为 y 元，y 与 x 之间的关系如下表：

x/件	1	2	3	4
y/元	38	68	90	108

能将 y 看成 x 的一次函数吗?

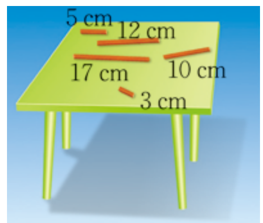
16. 实验测得，从 150 m 高处自由下落的物体的下落时间 t（s）与相应的高度 h（m）、速度 v（m/s）之间的关系如下表：

t/s	1	2	3	4	5
v/（m/s）	9.8	19.6	29.4	39.2	49
h/m	145.1	130.4	105.9	71.6	27.5

v 能看成 t 的一次函数吗? h 能看成 t 的一次函数吗?

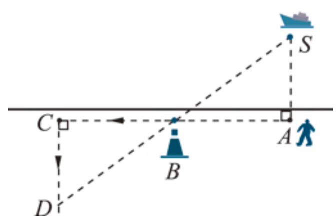
数学理解

17. 小明有两根长度为 4 cm，9 cm 的木棒，他想钉一个三角形木框，桌上有几根木棒供他选择，他有几种选择呢? 摆摆看.



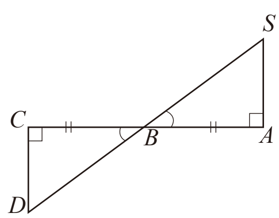
（第 17 题）

18. 如图，小明站在堤岸的 A 点处，正对他的 S 点处停有一艘游艇. 他想知道这艘游艇距离他有多远，于是他沿堤岸走到电线杆 B 旁，接着再往前走相同的距离，到达 C 点. 然后他向左直行，当看到电线杆与游艇在一条直线上时停下来，此时他位于 D 点. 那么 C，D 两点间的距离就是在 A 点处小明与游艇的距离. 你知道这是为什么吗? 小明的思考过程如下：



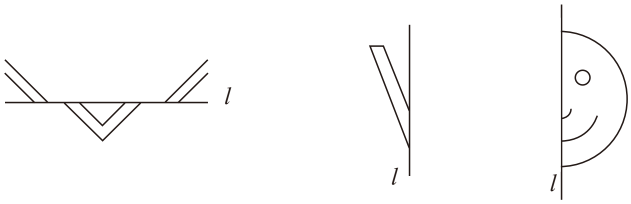
（第 18 题）

有两角及其夹边分别相等，两个三角形就全等了，所以 $CD=AS$.



你理解他的意思吗?

19. 分别以直线 l 为对称轴，画出图形的另一半. 先猜一猜，再做一做.



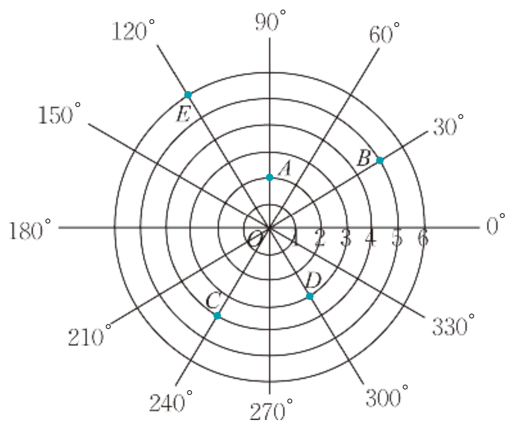
（第 19 题）

20. 取一段长 20 cm、宽 6 cm 的纸条，将它每 2 cm 一段，一反一正像“手风琴”那样折叠起来. 在折叠好的纸上画出如图所示的图案，并用小刀把画出的图案挖去. 拉开“手风琴”纸条，你就可以得到一条有趣的花边. 在这条花边中，相邻两个图案有什么关系？先想一想，再做一做.

（第 20 题）

21. 有最小的实数吗？有绝对值最小的实数吗？

22. 如图是一台雷达探测器测得的结果. 图中显示，在 A，B，C，D，E 处有目标出现. 试用适当的方式分别表示每个目标的位置.

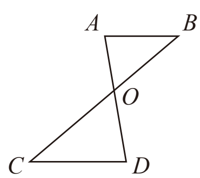


（第 22 题）

问题解决

23. 在直角三角形中，一个锐角比另一个锐角的 3 倍还多 10°，求这两个锐角的度数.

24. 如图，$AB /\!/ CD$，AD，BC 相交于点 O，如果 $\angle B=40^\circ$，$\angle AOB=60^\circ$，那么 $\angle C$ 的度数是多少？$\angle D$ 的度数呢？



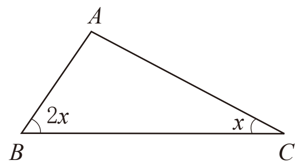
（第 24 题）

25. 用 3 根相同的牙签去搭三角形，能搭成几种不同的三角形？分别是什么三角形？分别用 4 根、5 根、6 根、7 根呢？

26. 你能将一个等边三角形分成 8 个全等的直角三角形吗？

27. 一个三角形能否只有一条对称轴？能否有三条对称轴？四边形呢？

28. 请你把如图所示的△ABC分成两个等腰三角形，并说明分法的合理性.

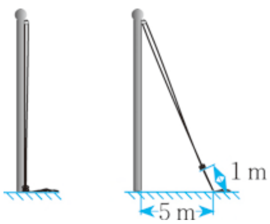


（第 28 题）

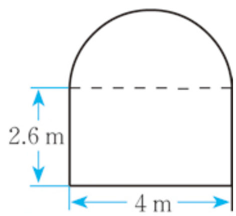
29. 有两棵树，一棵高 6 m，另一棵高 2 m，两树相距 5 m. 一只小鸟从一棵树的树梢飞到另一棵树的树梢，至少飞了多少米？

（第 29 题）

30. 小明将升旗的绳子拉到旗杆底端，并在绳子上打了一个结，然后将绳子拉到离旗杆底端 5 m 处，发现此时绳子底端距离打结处约 1 m. 请设法算出旗杆的高度.



（第 30 题）



（第 31 题）

31. 一辆卡车装满货物后，高 4 m，宽 2.8 m. 这辆卡车能通过横截面如图所示（上方是一个半圆）的隧道吗？

32. 某地气象资料表明，当地雷雨持续的时间 t（h）可以用公式 $t^2=\dfrac{d^3}{900}$ 来估计，其中 d（km）是雷雨区域的直径.

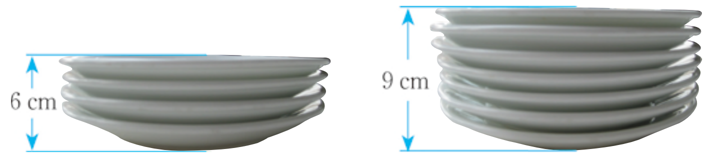
（1）如果雷雨区域直径为 6 km，那么这场雷雨大约能持续多长时间？（结果精确到 0.1 h）

（2）如果一场雷雨持续了 1 h，那么这场雷雨区域的直径大约是多少？（结果精确到 0.01 km）

33. 如图，规格相同的盘子整齐地叠放在桌面上.

（1）求盘子的高度 y（cm）与个数 x（个）之间的关系式；

（2）若盘子的个数为 10 个，求盘子的高度.



（第 33 题）

34. 如图，l_1 表示某机床公司一天的销售收入与机床销售量的关系，l_2 表示该公司一天的销售成本与机床销售量的关系.

（1）$x=1$ 时，销售收入＝_______ 万元，

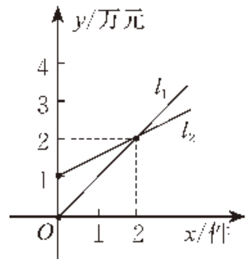
销售成本＝_______ 万元，

利润（收入－成本）＝_______ 万元；

（2）一天销售 _______ 件时，销售收入等于销售成本；

（3）l_1 对应的函数表达式是 _______；

（4）你能写出利润与销售量间的函数表达式吗？



（第 34 题）

联系拓广

35. 取一个三角尺，在一张大纸上描出它的轮廓，然后沿三角尺的各条边不断向外翻折，并随时描出它的轮廓，你会得到怎样的图案？先猜一猜，再实际做一做.

36. 某公交车每月的支出费用为 4 000 元，票价为 2 元/人，设每月有 x 人乘坐该公交车，每月收入与支出的差额为 y 元.

（1）请写出 y 与 x 之间的关系式，并列表表示当 x 的值分别是 500，1 000，1 500，2 000，2 500，3 000，3 500，4 000 时 y 的值；

（2）当每月乘客量达到多少人以上时，该公交车才不会亏损？

※**37.**（1）你探索出了哪些有关勾股数的规律？

（2）小明发现：很多已经约去公因数的勾股数中，都有一个数是偶数，如果将它写成 $2mn$，那么另外两个数分别可以写成 m^2+n^2，m^2-n^2，如 $4=2\times2\times1$，$5=2^2+1^2$，$3=2^2-1^2$. 再找几组勾股数，看看他发现的规律是否正确. 满足这个规律的数组都是勾股数吗？

出版说明

为了更好地满足五四学制实验区义务教育教学的需要，2003年山东省教育厅决定以全国中小学教材审定委员会初审通过的义务教育课程标准实验教科书为基础，委托山东教育出版社等单位改编、出版一套五四学制的义务教育课程标准实验教科书。该套实验教科书经全国中小学教材审定委员会初审通过后供山东省的烟台、威海、淄博、莱芜等五四学制地区的学生选用，受到了广大师生的欢迎和肯定。

2011年7月，教育部启动了义务教育课程标准实验教科书的修订送审工作，为了做好五四学制实验教科书初中《数学》的修订送审工作，山东教育出版社与北京师范大学出版社签署了合作协议。五四学制实验教科书《数学》（六~九年级）的修订、编写依据教育部制定的义务教育数学课程标准（2011年版），以马复主编的北师大版六三学制义务教育教科书《数学》（七~九年级）为基础，吸取了五四学制实验区多年来在教学实践中探索、积累的丰硕成果。

本套教科书经教育部审定通过，供五四学制地区的学生选用。参加本册改编的人员有马复、韩际清、刘崇渭、陈杰、赵水祥、云鹏、辛珍文、柳圣明、王德刚，由马复、韩际清主编。

本书的改编、出版得到了山东省教育厅、山东出版集团、山东省教学研究室、烟台市教育科学研究院、威海市教育教学研究中心、淄博市教研室、莱芜市教研室以及泰安、青岛、济宁等教研单位的领导，特别是北京师范大学出版社的领导和学科专家的大力帮助和支持，在此表示由衷的感谢。

欢迎广大师生在使用过程中提出修改意见和建议，以利于教科书的不断改进和完善。

山东教育出版社