



义务教育教科书
(五·四学制)

数学

六年级 下册

义务教育教科书(五·四学制)

数
学

六
年
级
下
册

义务教育教科书(五·四学制)

责任编辑: 孙金栋
封面设计: 武 斌
王 琦
丽 子



绿色印刷产品

义务教育教科书(五·四学制) 数学 六年级 下册
价格批准文号: 鲁发改价格核(2022)008004
举报电话: 12345



山东教育出版社

山东教育出版社

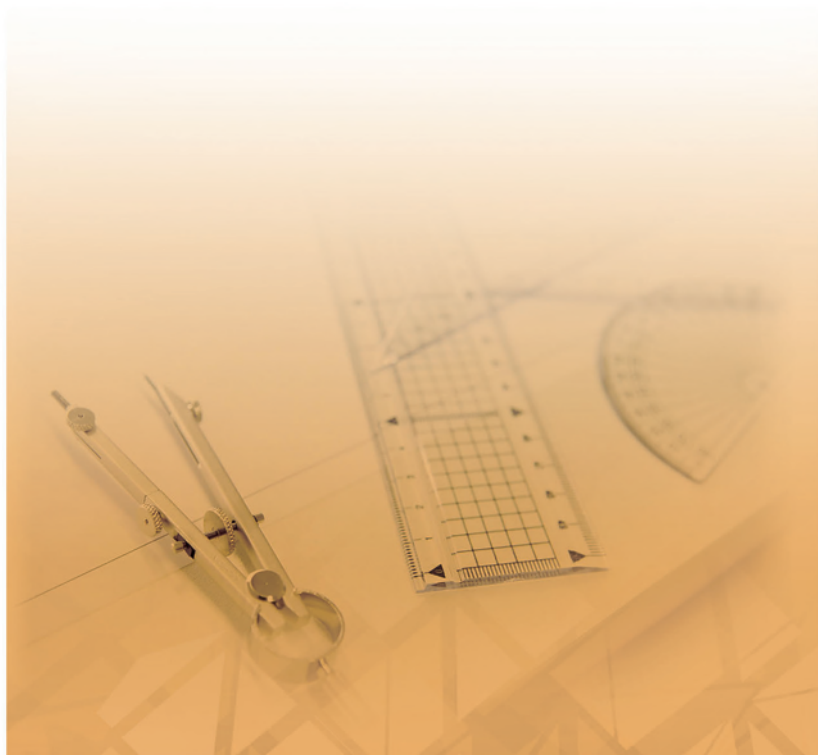


义务教育教科书

(五·四学制)

数学

六年级 下册



山东教育出版社

YIWU JIAOYU JIAOKESHU (WU-SI XUEZHI)

SHUXUE

LIU NIANJI XIA CE

义务教育教科书（五·四学制）

数学

六年级 下册

*

山东出版传媒股份有限公司

山东教育出版社出版

（济南市市中区二环南路2066号4区1号）

山东新华书店集团有限公司发行

荣成市印刷厂有限公司印装

*

开本：787毫米×1092毫米 1/16

印张：10.25 字数：205千

定价：9.58元（上光）

ISBN 978-7-5328-7154-4

2013年1月第1版 2021年12月第10次印刷

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究
山东出版传媒股份有限公司教材中心售后服务电话：(0531)82098188

走进数学新天地

亲爱的同学：

很高兴又与你相会在数学的世界。

打开这本教科书，你会结识许许多多新的数学——

长短的线、大小的角给你新的感受；多边形、圆、扇形蕴涵着的秘密有待你去揭示。

整式的乘除会给你开辟一片数学新领地，杨辉三角也会给你带来别样的神奇。

报刊、电视中呈现的多种数据经过你的收集与整理会呈现不少有用的信息。

环境的温度、车辆行驶的路程、人的身高和体重……这些生活中的量不断地高高低低、增增减减地变化着，它们在变化过程中存在什么规律？你能够预测这些变化吗？期待着你去寻找答案。

尝试一下“设计自己的运算程序”等活动，你会发现，学数学有时也像做游戏一样好玩，一样让人着迷！

在本书的学习过程中，你不仅可以揭开上述谜底，还将探索更多的数学，并在探索的过程中尝试“说明自己的理由”，这是学习数学给你带来的最有价值的礼物之一。

你在先前的数学学习过程中可能已经体会到有效的学习方法对于学好数学有很大的作用，继续尝试下面的方法吧：先自己想一想、做一做，再与同伴议一议，然后读一读教科书，听一听老师的讲解，再试一试解几个问题。

相信你在未来的数学学习过程中一定会经历更多的成功！



目录 MULU

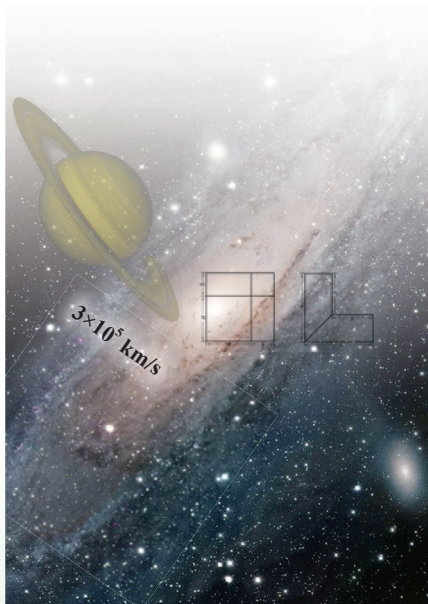
第五章 基本平面图形

1 线段、射线、直线	2
2 比较线段的长短	5
3 角	9
4 角的比较	12
5 多边形和圆的初步认识	15
回顾与思考	19
复习题	19



第六章 整式的乘除

1 同底数幂的乘法	22
2 幂的乘方与积的乘方	25
3 同底数幂的除法	29
4 零指数幂与负整数指数幂	31
5 整式的乘法	36
6 平方差公式	44
7 完全平方公式	47
8 整式的除法	52
回顾与思考	57
复习题	57



综合与实践

设计自己的运算程序	61
-----------------	----

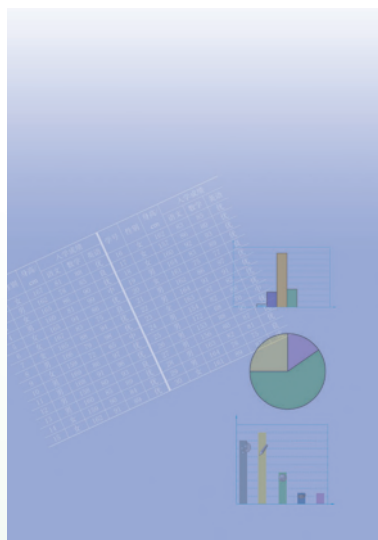


第七章 相交线与平行线

1 两条直线的位置关系	64
2 探索直线平行的条件	70
3 平行线的性质	76
4 用尺规作角	81
回顾与思考	84
复习题	84

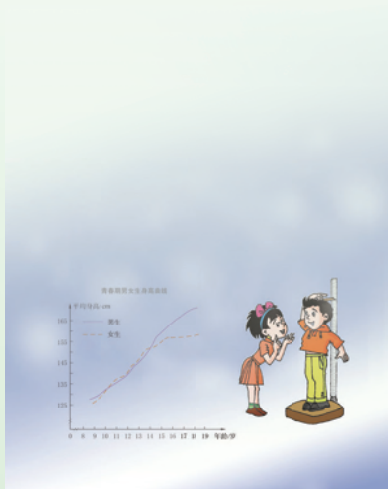
第八章 数据的收集与整理

1 数据的收集	88
2 普查和抽样调查	93
3 数据的表示	98
4 统计图的选择	110
回顾与思考	119
复习题	119



综合与实践

关注人口老龄化	123
---------------	-----



第九章 变量之间的关系

1 用表格表示变量之间的关系	126
2 用表达式表示变量之间的关系	129
3 用图象表示变量之间的关系	134
回顾与思考	145
复习题	145

总复习题	150
------------	-----

出版说明

为了更好地满足五四学制实验区义务教育教学的需要，2003年山东省教育厅决定以全国中小学教材审定委员会初审通过的义务教育课程标准实验教科书为基础，委托山东教育出版社等单位改编、出版一套五四学制的义务教育课程标准实验教科书。该套实验教科书经全国中小学教材审定委员会初审通过后供山东省的烟台、威海、淄博、莱芜等五四学制地区的学生选用，受到了广大师生的欢迎和肯定。

2011年7月，教育部启动了义务教育课程标准实验教科书的修订送审工作，为了做好五四学制实验教科书初中《数学》的修订送审工作，山东教育出版社与北京师范大学出版社签署了合作协议。五四学制实验教科书《数学》（六~九年级）的修订、编写依据教育部制定的义务教育数学课程标准（2011年版），以马复主编的北师大版六三学制义务教育教科书《数学》（七~九年级）为基础，吸取了五四学制实验区多年来在教学实践中探索、积累的丰硕成果。

本套教科书的六年级上下册于2012年5月经教育部审定通过，供五四学制地区的学生选用。参加本册改编的人员有马复、韩际清、辛珍文、柳圣明、王德刚、云鹏、刘崇渭、赵水祥、陈杰，由马复、韩际清主编。

本书的改编、出版得到了山东省教育厅、山东出版集团、山东省教学研究室、烟台市教育科学研究院、威海市教育教学研究中心、淄博市教研室、莱芜市教研室以及泰安、青岛、济宁等教研单位的领导，特别是北京师范大学出版社的领导和学科专家的大力帮助和支持，在此表示由衷的感谢。

欢迎广大师生在使用过程中提出修改意见和建议，以利于教科书的不断改进和完善。

山东教育出版社

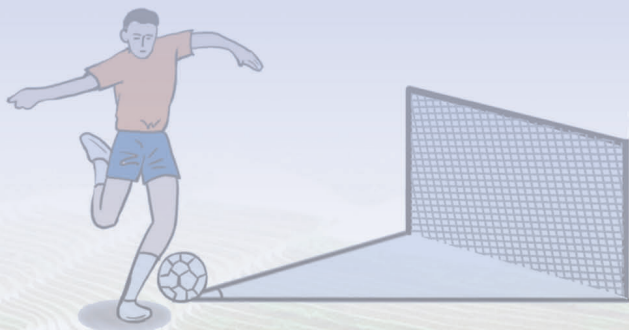
2012年12月

第五章 基本平面图形

丰富的图形世界是由一些简单的图形构成的，观察图片，你能“看到”哪些平面图形？除了图中的情形外，你还能举出其他的例子吗？

你会表示线段和角吗？你会比较线段的长短和角的大小吗？你能在复杂的图形中找出多边形、圆、扇形等平面图形吗？

本章将在小学的基础上进一步研究线段、射线、直线、角的含义及相关性质，认识基本的平面图形，感受数学与现实的紧密联系，积累对基本图形进行研究的数学活动经验。



学习目标

- 会用符号表示线段、射线、直线、角等基本图形
- 理解并掌握比较线段的长短和角的大小的方法
- 感受到丰富的图形世界是由一些简单的图形组成的
- 通过丰富的实例，体验基本平面图形的抽象过程，积累几何活动经验

1 线段、射线、直线

自行车轮的辐条、黑板的边沿都可以近似地看做**线段** (segment). 线段有两个端点.

将线段向一个方向无限延长就形成了**射线** (ray). 手电筒、探照灯所射出的光线可以近似地看做射线. 射线有一个端点.

将线段向两个方向无限延长就形成了**直线** (line). 直线没有端点.



图 5-1

议一议

生活中, 有哪些物体可以近似地看做线段、射线、直线?

我们可以用以下方式分别表示线段、射线、直线:

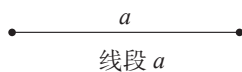
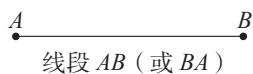


图 5-2



图 5-3

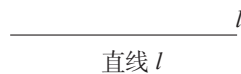
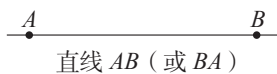


图 5-4

做一做

- (1) 过一点 A 可以画几条直线?
- (2) 过两点 A, B 可以画几条直线?
- (3) 如果你想将一根细木条固定在墙上, 至少需要几个钉子?

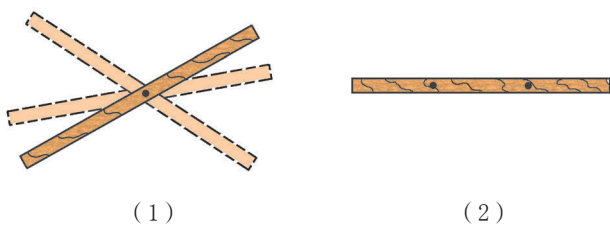


图 5-5

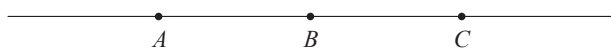
根据生活经验, 我们发现:

经过两点有且只有一条直线.

这一事实可以简述为: **两点确定一条直线.**

随堂练习

1. 举出一个能反映“经过两点有且只有一条直线”的实例.
2. 指出下图中的直线、射线、线段, 并一一表示出来.



(第 2 题)

读一读

线段构成的美丽图案

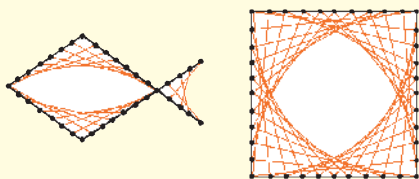


图 5-6

上面的图案漂亮吗? 这些图案中似乎包含了一些曲线, 其实它们都是由多条线段

构成的. 不信的话, 请按照下面的步骤试一试:

- (1) 画一个角;
- (2) 在角的两边取距离相等的点;
- (3) 将这些点按图 5-7 所示编上号码;
- (4) 把号码相同的点用线段连起来.

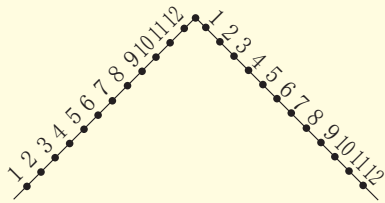


图 5-7

看一看, 你得到了什么图案? 有趣吗?

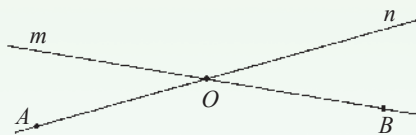
利用这个办法尝试画出上面的图案. 你也可以发挥想象力, 自己创作出更有趣的图案来!

习题 5.1

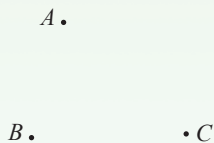
知识技能

1. 如图, 请用两种方式分别表示图中的两条直线.
2. 如图, 已知平面上三点 A, B, C .

- (1) 画直线 AC ;
- (2) 画射线 BA ;
- (3) 画线段 BC .



(第 1 题)



(第 2 题)

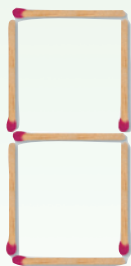
数学理解

3. 木匠师傅锯木料时, 一般先在木板上画出两个点, 然后过这两点弹出一条墨线, 这是为什么?

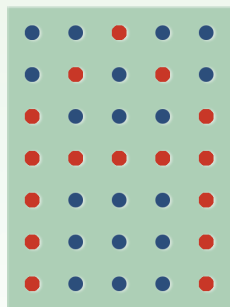
问题解决

4. 点和线段在生活中有着广泛的应用.
 - (1) 用 7 根火柴棒可以摆出图中的“8”. 你能去掉其中的若干根火柴棒, 摆出

其他的9个数字吗？这种用7条线段构成的数字称为“7画字”，它可以用在计算器或电梯的楼层显示屏上。



(1)



(2)

(第4题)

(2)点也可以用来构成数字或符号，点阵式打印机就是利用了这个原理。如图(2)，可以在长方形点阵中，圈出一些点来构成数字或符号。试利用这种方法做出其他25个英文字母。

2 比较线段的长短

如图5-8，从A地到C地有四条道路，哪条路最近？

根据生活经验，容易发现：

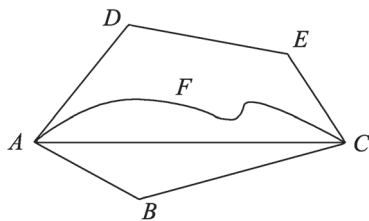


图5-8

两点之间的所有连线中，线段最短。

这一事实可以简述为：两点之间线段最短。

我们把两点之间线段的长度，叫做这两点之间的距离 (distance)。



议一议

(1) 图5-9中哪棵树高？哪支铅笔长？窗框相邻的两条边哪条边长？你是怎么比较的？与同伴进行交流。

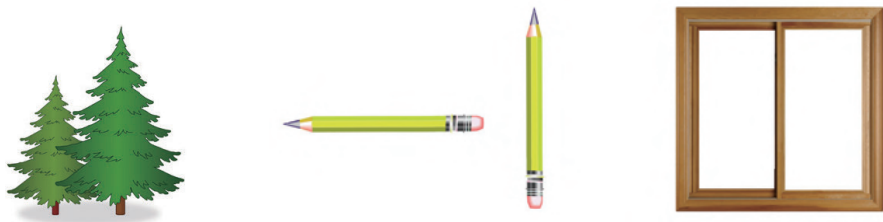


图 5-9

(2) 怎样比较两条线段的长短?

如果直接观察难以判断, 我们可以用两种方法进行比较:

一种方法是用刻度尺量出它们的长度, 再进行比较;

另一种方法是把其中的一条线段移到另一条线段上去, 将其中的一个端点重合在一起加以比较 (如图 5-10).

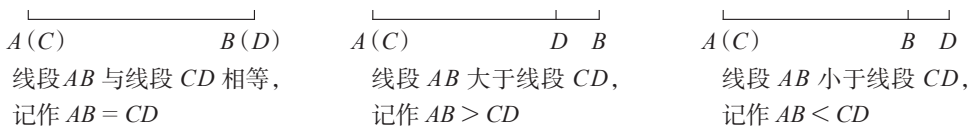


图 5-10

用尺规作图^①的方法可以将一条线段移到另一条线段上.

例 如图 5-11, 已知线段 AB , 用尺规作一条线段等于已知线段 AB .

解: 作图步骤如下:

(1) 作射线 $A'C'$ (如图 5-12);

(2) 以点 A' 为圆心, 在射线 $A'C'$

上截取 $A'B' = AB$.

线段 $A'B'$ 就是所求作的线段.



图 5-11



图 5-12

① 只用没有刻度的直尺和圆规画图称为尺规作图.

如图 5-13, 点 M 把线段 AB 分成相等的两条线段 AM 与 BM , 点 M 叫做线段 AB 的中点 (midpoint). 这时 $AM=BM=\frac{1}{2}AB$ (或 $AB=2AM=2BM$).



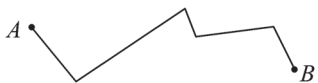
图 5-13

做一做

在直线 l 上顺次取 A, B, C 三点, 使得 $AB=4\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$. 如果点 O 是线段 AC 的中点, 那么线段 OB 的长度是多少?

随堂练习

1. 比较折线 AB 和线段 $A'B'$ 的长短, 你有什么方法? 需要什么工具?

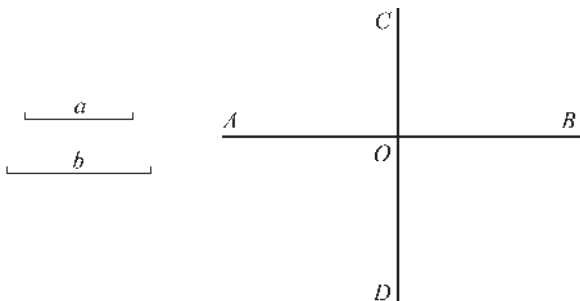


(第1题)

2. 如图, 已知线段 a 和 b , 直线 AB 和 CD 垂直且相交于点 O . 利用尺规按下列要求作图:

- (1) 分别在射线 OA, OB, OC 上作线段 OA', OB', OC' , 使它们都与线段 a 相等;
- (2) 在射线 OD 上作线段 OD' , 使 OD' 与线段 b 相等;
- (3) 连接 $A'C', C'B', B'D', D'A'$.^❶

你得到了一个怎样的图形? 与同伴进行交流.



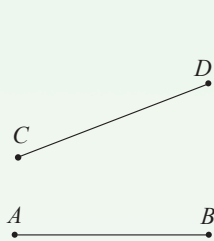
(第2题)

❶ 连接 $A'C'$ 是指作线段 $A'C'$.

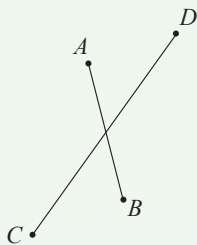
习题 5.2

知识技能

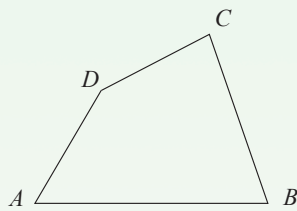
1. 比较下图中每组线段的长短.



(1)



(2)



(3)

(第1题)

2. 如图, 已知线段 a , b , 用尺规作一条线段 c , 使 $c = a + b$.



(第2题)



(第3题)

3. 如图, 已知线段 AB , 请用尺规按下列要求作图:

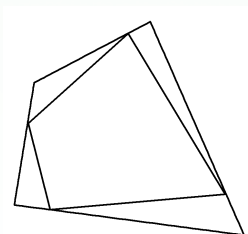
(1) 延长线段 AB 到 C , 使 $BC = AB$;

(2) 延长线段 BA 到 D , 使 $AD = AC$.

如果 $AB = 2$ cm, 那么 $AC =$ _____ cm, $BD =$ _____ cm, $CD =$ _____ cm.

联系拓广

4. 如图, 在一个四边形各边上任意取一点, 并顺次连接它们, 想一想, 你得到的图形周长与原四边形周长哪一个大? 为什么? 如果是一个五边形呢? 六边形呢?



(第4题)

3 角

你能在图中找到角吗?



图 5-14

角 (angle) 由两条具有公共端点的射线组成, 两条射线的公共端点是这个角的顶点 (vertex).

通常用以下方式表示角:

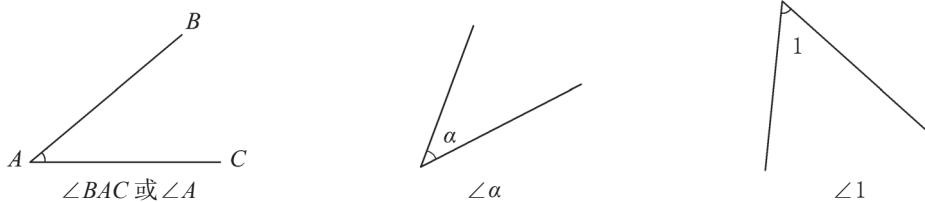


图 5-15

做一做

- (1) 用适当的方式分别表示图 5-16 中的每个角.
- (2) $\angle BAC$, $\angle CAD$ 和 $\angle BAD$ 能用 $\angle A$ 来表示吗?

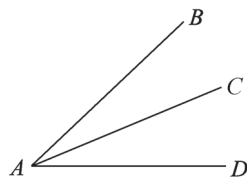


图 5-16

议一议

裁纸刀在开合过程中形成了大小不同的角. 你还能举出其他类似的例子吗?



图 5-17

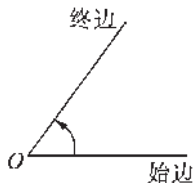


图 5-18

角也可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而成的 (如图 5-18)。

如图 5-19, 一条射线绕它的端点旋转, 当终边和始边成一条直线时, 所成的角叫做平角 (straight angle)。终边继续旋转, 当它又和始边重合时, 所成的角叫做周角 (round angle)。^①



图 5-19

在小学数学中, 我们已经知道: $1 \text{ 平角} = 180^\circ$, $1 \text{ 周角} = 360^\circ$ 。

为了更精密地度量角, 我们规定:

1° 的 $\frac{1}{60}$ 为 1 分, 记作 $1'$, 即 $1^\circ = 60'$ 。

$1'$ 的 $\frac{1}{60}$ 为 1 秒, 记作 $1''$, 即 $1' = 60''$ 。

例 计算:

(1) 1.45° 等于多少分? 等于多少秒?

(2) $1800''$ 等于多少分? 等于多少度?

解: (1) $60' \times 1.45 = 87'$, $60'' \times 87 = 5220''$,

即 $1.45^\circ = 87' = 5220''$;

(2) $(\frac{1}{60})' \times 1800 = 30'$, $(\frac{1}{60})^\circ \times 30 = 0.5^\circ$,

即 $1800'' = 30' = 0.5^\circ$ 。

① 如没有特别说明, 本书今后所说的角都是指不超过 180° 的角。

做一做

图 5-20 是五个城市相对位置的示意图.

- (1) 分别表示以北京为中心的每两个城市之间的夹角.
- (2) 哈尔滨在北京的北偏东大约多少度?

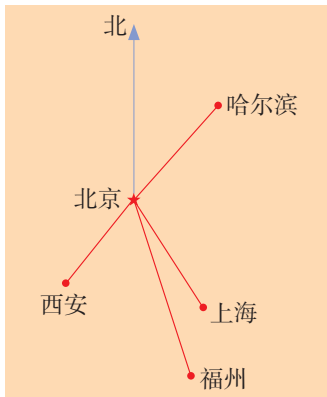


图 5-20

随堂练习

1. 一个公园的示意图如图所示.

- (1) 海洋世界在大门的正东方向, 你能说出它在大门的北偏东多少度吗?
- (2) 虎豹园、猴山、大象馆分别在大门的北偏东 (或南偏东) 多少度?
- (3) 在图中连接各个景点与大门, 并用适当的方式表示各角;
- (4) 指出图中的锐角、钝角、直角、平角.



(第 1 题)

- (1) 0.25° 等于多少分? 等于多少秒?
- (2) $2\ 700''$ 等于多少分? 等于多少度?

习题 5.3

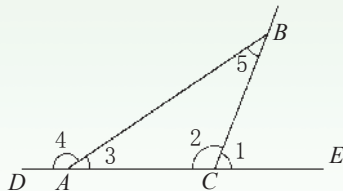
知识技能

1. 将图中的角用不同方法表示出来, 并填写下表:

$\angle 1$		$\angle 3$	$\angle 4$	
	$\angle BCA$			$\angle ABC$

2. 计算:

- (1) $(\frac{1}{8})^\circ$ 等于多少分? 等于多少秒?
- (2) $6\ 000''$ 等于多少分? 等于多少度?



(第 1 题)

问题解决

3. (1) 如图, 分别确定四个城市相应钟表上时针与分针所成角的度数.



巴黎时间



伦敦时间



北京时间



东京时间

(第3题)

(2) 每经过 1 h, 时针转过多少度? 每经过 1 min, 分针转过多少度?

(3) 当时钟指向上午 10:10 时, 时针与分针的夹角是多少度?

※ (4) 请你的同伴任意报一个时间 (精确到分), 你来确定时针与分针的夹角.

4 角的比较

还记得怎样比较线段的长短吗? 类似地, 你能比较角的大小吗? 与同伴进行交流.

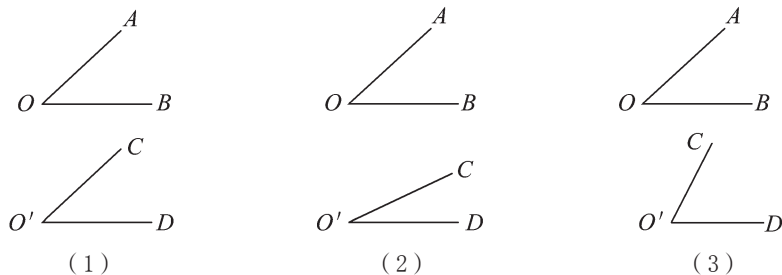


图 5-21

与比较线段的长短类似, 如果直接观察难以判断, 我们可以用两种方法进行比较:

一种方法是用量角器量出它们的度数, 再进行比较;

另一种方法是使两个角的顶点及一条边重合, 另一条边放在重合边的同侧就可以比较大小 (如图 5-22).

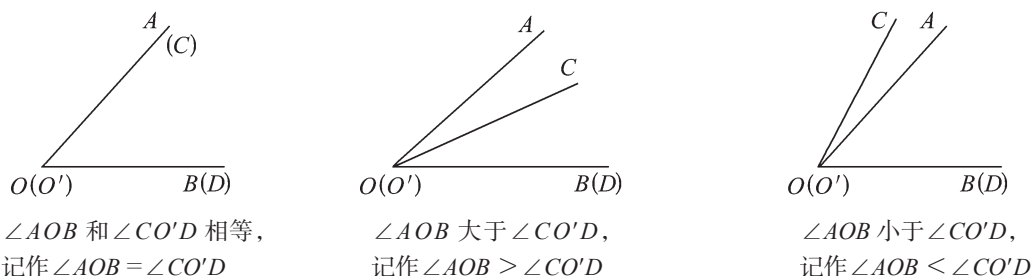


图 5-22

做一做

根据图 5-23 求解下列问题:

(1) 比较 $\angle AOB$, $\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle AOE$ 的大小, 并指出其中的锐角、直角、钝角、平角.

(2) 试比较 $\angle BOC$ 和 $\angle DOE$ 的大小.

(3) 小明通过折叠的方法, 使 OD 与 OC 重合, OE 落在 $\angle BOC$ 的内部, 所以 $\angle BOC$ 大于 $\angle DOE$.

你能理解这种方法吗?

(4) 请在图中画出小明折叠的折痕 OF , $\angle DOF$ 与 $\angle COF$ 有怎样的大小关系?

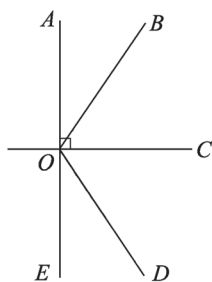


图 5-23

从一个角的顶点引出的一条射线, 把这个角分成两个相等的角, 这条射线叫做这个角的平分线 (angle bisector).

如图 5-24, 射线 OC 是 $\angle AOB$ 的平分线. 这时, $\angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB$ (或 $\angle AOB = 2 \angle AOC = 2 \angle BOC$).

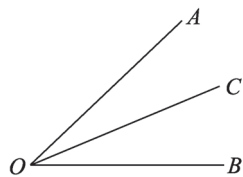


图 5-24

做一做

(1) 如图 5-25, 估计 $\angle AOB$, $\angle DEF$ 的度数.

(2) 量一量, 验证你的估计.

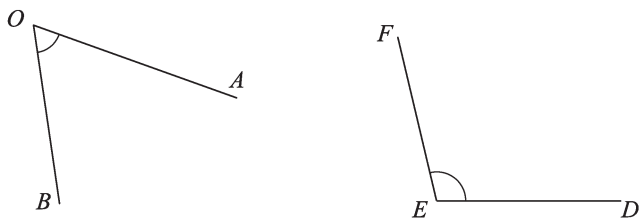
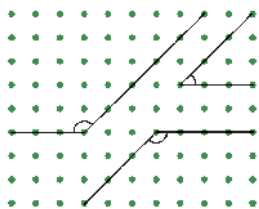


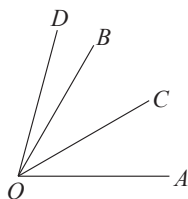
图 5-25

随堂练习

1. 如图，在方格纸上有三个角。
 (1) 先估计每个角的大小，再用量角器量一量；
 (2) 找出三个角之间的等量关系。



(第1题)



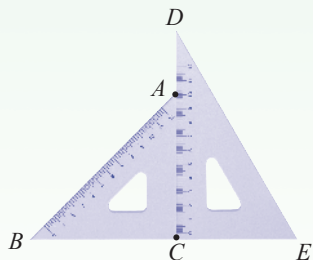
(第2题)

2. 如图， OC 是 $\angle AOB$ 的平分线， $\angle BOD = \frac{1}{3}\angle COD$ ， $\angle BOD = 15^\circ$ ，则 $\angle COD =$ _____； $\angle BOC =$ _____； $\angle AOB =$ _____。

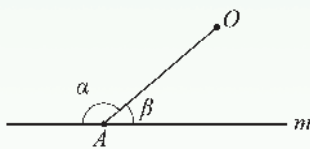
习题 5.4

知识技能

1. 把一副三角尺按如图所示那样拼在一起，试确定图中 $\angle B$ ， $\angle E$ ， $\angle BAD$ ， $\angle DCE$ 的度数及其大小关系。
 2. 如图，直线 m 外有一定点 O ， A 是 m 上的一个动点，当点 A 从左向右运动时，观察 $\angle \alpha$ 和 $\angle \beta$ 是如何变化的， $\angle \alpha$ 和 $\angle \beta$ 之间有什么关系吗？



(第1题)



(第2题)

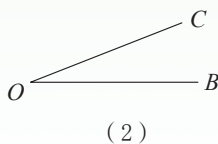
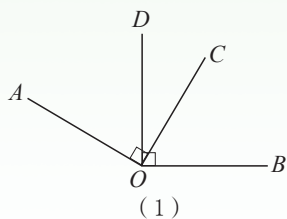
数学理解

3. 借助一副三角尺，你能画出 75° 的角吗？ 15° 呢？你还能画出哪些角？这些角有什么共同特征？

问题解决

4. 如图(1), $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 都是直角.

- (1) 如果 $\angle DOC = 28^\circ$, 说出 $\angle AOB$ 的度数;
- (2) 找出图(1)中相等的角. 如果 $\angle DOC \neq 28^\circ$, 它们还会相等吗?
- (3) 若 $\angle DOC$ 变小, $\angle AOB$ 如何变化?
- (4) 在图(2)中利用能够画直角的工具再画一个与 $\angle COB$ 相等的角.



(第4题)

5 多边形和圆的初步认识



图 5-26

有哪些熟悉的
平面图形?



三角形、四边形、五边形、六边形等都是**多边形**^① (polygon), 它们都是由若干条不在同一直线上的线段首尾顺次相连组成的封闭平面图形.

① 如没有特别说明, 本书所说的多边形都是指凸多边形, 即多边形总在任何一条边所在直线的同一侧.

如图 5-27, 在 n 边形 $ABCDE$ 中, 点 A, B, C, D, E 是多边形的顶点; 线段 AB, BC, CD, DE, EA 是多边形的边; $\angle EAB, \angle ABC, \angle BCD, \angle CDE, \angle DEA$ 是多边形的内角 (可简称为多边形的角); AC, AD 都是连接不相邻两个顶点的线段, 像这样的线段叫做多边形的**对角线** (diagonal).

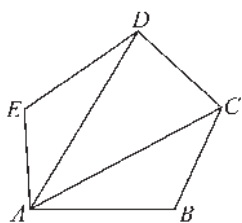


图 5-27

你还能画出图中其他的对角线吗?

做一做

- (1) n 边形有多少个顶点? 多少条边? 多少个内角?
- (2) 过 n 边形的每一个顶点有几条对角线?

议一议

观察图 5-28 中的多边形, 它们的边、角有什么特点? 与同伴进行交流.

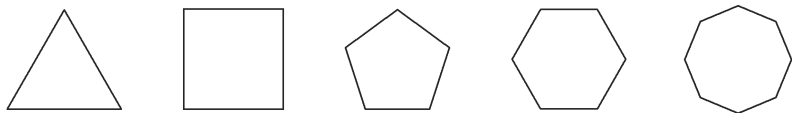


图 5-28

各边相等、各角也相等的多边形叫做**正多边形**. 图 5-28 中的多边形分别是正三角形、正四边形 (正方形)、正五边形、正六边形、正八边形.

做一做



图 5-29

图 5-29 中有我们熟悉的圆和扇形，你还记得用哪些方法可以画一个圆吗？你能用一根细绳和笔画出一个圆吗？

如图 5-30，平面上，一条线段绕着它固定的一个端点旋转一周，另一个端点形成的图形叫做圆（circle）。固定的端点 O 称为圆心（center of a circle）；线段 OA 称为半径（radius）。

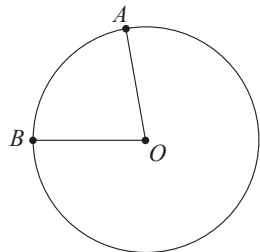


图 5-30

圆上任意两点 A, B 间的部分叫做圆弧，简称弧（arc），记作 \widehat{AB} ，读作“圆弧 AB ”或“弧 AB ”；由一条弧 AB 和经过这条弧的端点的两条半径 OA, OB 所组成的图形叫做扇形（sector）；顶点在圆心的角叫做圆心角（central angle）。

例 将一个圆分割成三个扇形，使它们的圆心角的度数比为 $1:2:3$ ，求这三个扇形的圆心角的度数。

解：因为一个周角为 360° ，所以分成的三个扇形的圆心角分别是：

$$\begin{aligned} 360^\circ \times \frac{1}{1+2+3} &= 60^\circ, \\ 360^\circ \times \frac{2}{1+2+3} &= 120^\circ, \\ 360^\circ \times \frac{3}{1+2+3} &= 180^\circ. \end{aligned}$$

议一议

(1) 如图 5-31，将一个圆分成三个大小相同的扇形，你能算出它们的圆心角的度数吗？你知道每个扇形的面积和整个圆的面积的关系吗？与同伴进行交流。

(2) 画一个半径是 2 cm 的圆，并在其中画一个圆心角为 60° 的扇形，你会计算这个扇形的面积吗？与同伴进行交流。

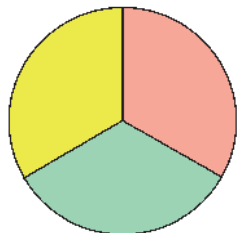
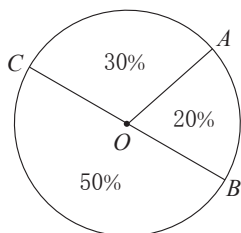


图 5-31

随堂练习

- 现实生活中有许多正多边形的实例，试举出两例.
- 如图，把一个圆分成三个扇形，你能求出这三个扇形的圆心角吗？

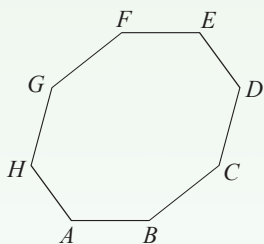


(第2题)

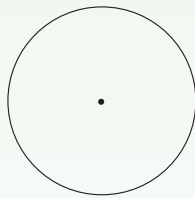
习题 5.5

知识技能

- (1) 如图，从八边形 $ABCDEFGH$ 的顶点 A 出发，可以画出多少条对角线？分别用字母表示出来；
(2) 这些对角线将八边形分割成多少个三角形？



(第1题)



(第2题)

- 在半径为 1 的圆中，扇形 AOB 的圆心角为 120° ，请在如图所示的圆内画出这个扇形，并求出它的面积.

数学理解

- 过某个多边形一个顶点的所有对角线，将这个多边形分成 5 个三角形，这个多边形是几边形？

回顾与思考

1. 生活中有哪些你熟悉的平面图形？举例说明.
2. 找一找生活中你喜欢的图案，说说它是由哪些基本几何图形组成的.
3. 选择几种基本几何图形设计一个你喜欢的图案，说明寓意并与同伴交流.
4. 通过本章的学习，你知道了哪些比较线段长短的方法？比较角的大小的方法呢？它们之间有什么相似之处？
5. 用自己的方式梳理本章的知识结构. 你是怎样想的？与同伴进行交流.

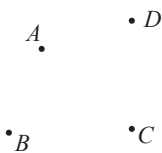
复习题

知识技能

1. 如图，在同一平面内有四个点 A, B, C, D ，请用直尺按下列要求作图：

- (1) 作射线 CD ；
- (2) 作直线 AD ；
- (3) 连接 AB ；
- (4) 作直线 BD 与直线 AC 相交于点 O .

2. 将弯曲的河道改直，可以缩短航程，请说说其中的道理.



(第1题)



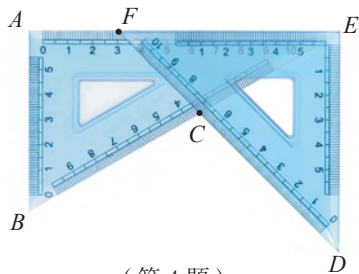
(第3题)

3. 如图， $\angle ABC$ 是平角，过点 B 任作一条射线 BD 将 $\angle ABC$ 分成 $\angle DBA$ 与 $\angle DBC$ ，

当 $\angle DBA$ 是什么角时：

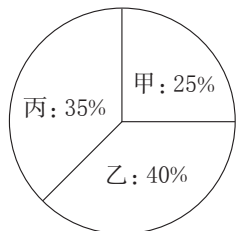
- (1) $\angle DBA < \angle DBC$ ？
- (2) $\angle DBA > \angle DBC$ ？
- (3) $\angle DBA = \angle DBC$ ？

4. 一副三角尺拼成如图所示的图案，求 $\angle EFC$ ， $\angle CED$ ， $\angle AFC$ 的度数.

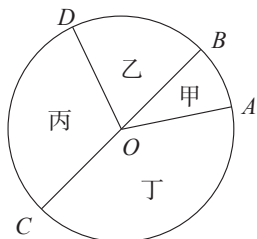


(第4题)

5. 如图, 分别求出甲、乙、丙三个扇形的圆心角的度数.



(第5题)



(第6题)

6. 如图, 甲、乙、丙、丁四个扇形的面积之比为 $1:2:3:4$, 分别求出它们圆心角的度数.

数学理解

7. 建筑工人砌墙时, 经常先在两端立桩拉线, 然后沿着线砌墙, 你能说出这是什么道理吗?

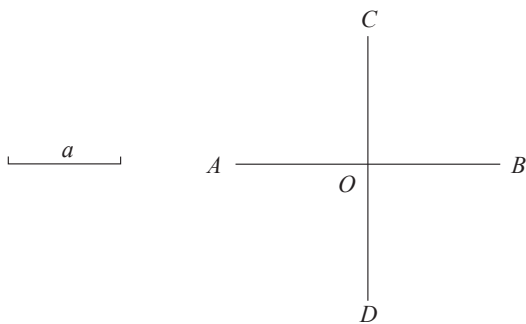
问题解决

8. 如图, 已知线段 a , 直线 AB 与直线 CD 相交于点 O , 利用尺规按下列要求作图:

(1) 分别在射线 OA, OB, OC, OD 上作线段 OA', OB', OC', OD' , 使它们都与线段 a 相等;

(2) 连接 $A'C', C'B', B'D', D'A'$.

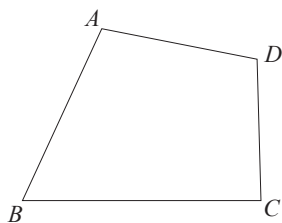
你得到了一个怎样的图形? 与同伴进行交流.



(第8题)

联系拓广

※9. 如图, 在任意四边形 $ABCD$ 内找一点 O , 使它到四边形四个顶点的距离之和最小, 并说说你的理由.



(第9题)

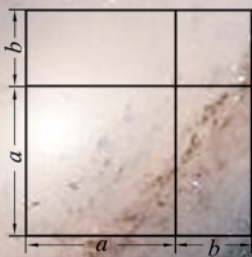
第六章 整式的乘除

前面我们学习了整式的加减，你一定想知道整式的乘除该如何进行吧！这正是本章要研究的主要问题。

伴随着整式乘除的学习，你还将会遇到一些“天文数字”和“纳米数字”的问题。如，光在真空中的速度大约是 $3 \times 10^5 \text{ km/s}$ ，比邻星发出的光到达地球大约需要 4.22 年，它距离地球有多远？

还如，一根头发丝的直径大约有多少纳米？

在本章的学习中，你还能进一步感受几何直观的作用，如用下面的图形竟能表示重要的乘法公式！



$3 \times 10^5 \text{ km/s}$

学习目标

- 能够进行幂的运算及简单的整式乘、除运算
- 能推导乘法公式，了解公式的几何背景，并能利用公式进行简单运算
- 进一步会用类比、归纳、转化等方法进行思考与运算

1 同底数幂的乘法

光在真空中的速度大约是 3×10^5 km/s, 太阳系以外距离地球最近的恒星是比邻星, 它发出的光到达地球大约需要 4.22 年.

一年以 3.15×10^7 s 计算, 比邻星与地球的距离约为多少千米?



$$\begin{aligned} & 3 \times 10^5 \times 3.15 \times 10^7 \times 4.22 \\ &= 39.879 \times (10^5 \times 10^7). \end{aligned}$$

$10^5 \times 10^7$ 等于多少呢?

做一做

1. 计算下列各式:

(1) $10^2 \times 10^3$;

(2) $10^5 \times 10^8$;

(3) $10^m \times 10^n$ (m, n 都是正整数).

你发现了什么?

2. $2^m \times 2^n$ 等于多少? $(\frac{1}{7})^m \times (\frac{1}{7})^n$ 和 $(-3)^m \times (-3)^n$ 呢? (m, n 都是正整数)

议一议

如果 m, n 都是正整数, 那么 $a^m \cdot a^n$ 等于什么? 为什么?

$$\begin{aligned} a^m \cdot a^n &= (\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{m \text{ 个 } a}) \cdot (\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ 个 } a}) \\ &= \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{(m+n) \text{ 个 } a} \\ &= a^{m+n}. \end{aligned}$$

即

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 都是正整数}^{\text{①}}).$$

同底数幂相乘，底数不变，指数相加.

例 1 计算：

$$(1) (-3)^7 \times (-3)^6; \quad (2) \left(\frac{1}{10}\right)^3 \times \left(\frac{1}{10}\right);$$

$$(3) -x^3 \cdot x^5; \quad (4) b^{2m} \cdot b^{2m+1}.$$

解：(1) $(-3)^7 \times (-3)^6 = (-3)^{7+6} = (-3)^{13};$

(2) $\left(\frac{1}{10}\right)^3 \times \left(\frac{1}{10}\right) = \left(\frac{1}{10}\right)^{3+1} = \left(\frac{1}{10}\right)^4;$

(3) $-x^3 \cdot x^5 = -x^{3+5} = -x^8;$

(4) $b^{2m} \cdot b^{2m+1} = b^{2m+2m+1} = b^{4m+1}.$

想一想

$a^m \cdot a^n \cdot a^p$ 等于什么？

例 2 光在真空中的速度约为 3×10^5 km/s，太阳光照射到地球上大约需要 5×10^2 s. 地球距离太阳大约有多远？

解： $3 \times 10^5 \times 5 \times 10^2$

$$= 15 \times 10^7$$

$$= 1.5 \times 10^8 \text{ (km)}.$$

地球距离太阳大约有 1.5×10^8 km.

随堂练习

1. 计算：

(1) $5^2 \times 5^7;$

(2) $7 \times 7^3 \times 7^2;$

(3) $-x^2 \cdot x^3;$

(4) $(-c)^3 \cdot (-c)^m.$

^① 本章中，如果没有特别说明，幂的指数中的字母都是正整数.

2. 一种电子计算机每秒可做 4×10^9 次运算，它工作 5×10^2 s 可做多少次运算？
3. 解决本节课一开始比邻星到地球的距离问题。

习题 6.1

知识技能

1. 计算：

$$(1) c \cdot c^{11};$$

$$(2) 10^4 \times 10^2 \times 10;$$

$$(3) (-b)^3 \cdot (-b)^2;$$

$$(4) -b^3 \cdot b^2;$$

$$(5) x^{m-1} \cdot x^{m+1} (m > 1);$$

$$(6) a \cdot a^3 \cdot a^n.$$

2. 已知 $a^m = 2$, $a^n = 8$, 求 a^{m+n} 的值.

数学理解

3. 下面的计算是否正确？如有错误请改正.

$$(1) a^3 \cdot a^2 = a^6;$$

$$(2) b^4 \cdot b^4 = 2b^4;$$

$$(3) x^5 + x^5 = x^{10};$$

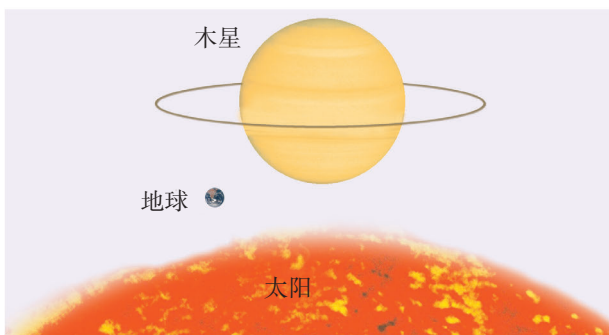
$$(4) y^7 \cdot y = y^8.$$

问题解决

4. 在我国，平均每平方千米的土地一年从太阳得到的能量，相当于燃烧 1.3×10^8 kg 的煤所产生的能量. 我国陆地约 9.60×10^6 km² 的土地上，一年从太阳得到的能量相当于燃烧多少千克的煤所产生的能量？（结果用科学记数法表示）
5. 某种细菌每分钟由 1 个分裂成 2 个.
 - (1) 经过 5 min, 1 个细菌分裂成多少个？
 - (2) 这些细菌继续分裂，再经过 t min 共分裂成多少个？

2 幂的乘方与积的乘方

地球、木星、太阳可以近似地看做是球体. 木星、太阳的半径分别约是地球的 10 倍和 10^2 倍, 它们的体积分别约是地球的多少倍?



球的体积公式是
 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, 其中 V 是
 体积, r 是球的半径.

木星的半径是地球的 10 倍, 它的体积是地球的 10^3 倍!

太阳的半径是地球的 10^2 倍, 它的体积是地球的 $(10^2)^3$ 倍!

那么, 你知道 $(10^2)^3$ 等于多少吗?

做一做

计算下列各式, 并说明理由:

(1) $(6^2)^4$;

(2) $(a^2)^3$;

(3) $(a^m)^2$.

你会计算 $(a^m)^n$ 吗? 由此你能得到什么结论?

$$\begin{aligned}
 (a^m)^n &= \overbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}^{n \text{ 个 } a^m} \\
 &= \overbrace{a^{m+m+\dots+m}}^{n \text{ 个 } m} \\
 &= a^{mn}.
 \end{aligned}$$

即

$(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是正整数).
 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘.

例1 计算:

$$(1) (10^2)^3; \quad (2) (b^5)^5; \quad (3) (a^n)^3;$$

$$(4) -(x^2)^m; \quad (5) (y^2)^3 \cdot y; \quad (6) 2(a^2)^6 - (a^3)^4.$$

解: (1) $(10^2)^3 = 10^{2 \times 3} = 10^6$;

(2) $(b^5)^5 = b^{5 \times 5} = b^{25}$;

(3) $(a^n)^3 = a^{n \times 3} = a^{3n}$;

(4) $-(x^2)^m = -x^{2 \times m} = -x^{2m}$;

(5) $(y^2)^3 \cdot y = y^{2 \times 3} \cdot y = y^6 \cdot y = y^7$;

(6) $2(a^2)^6 - (a^3)^4 = 2a^{2 \times 6} - a^{3 \times 4} = 2a^{12} - a^{12} = a^{12}$.

随堂练习

计算:

$$(1) (10^3)^3; \quad (2) -(a^2)^5; \quad (3) (x^3)^4 \cdot x^2.$$

习题 6.2

知识技能

1. 计算:

$$(1) [(\frac{1}{3})^3]^2; \quad (2) (a^4)^2; \quad (3) -(b^5)^2;$$

$$(4) (y^2)^{2n}; \quad (5) (b^n)^3; \quad (6) (x^3)^{3n}.$$

2. 计算:

$$(1) -p \cdot [(-p)^4]^3; \quad (2) (a^2)^3 \cdot (a^3)^2;$$

$$(3) (t^m)^2 \cdot t; \quad (4) (x^4)^6 - (x^3)^8.$$

数学理解

3. 下面的计算是否正确? 如有错误请改正.

$$(1) (x^3)^3 = x^6;$$

$$(2) a^6 \cdot a^4 = a^{24}.$$

地球可以近似地看做是球体，地球的半径约为 6×10^3 km，它的体积大约是多少立方千米？

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times (6 \times 10^3)^3.$$

那么 $(6 \times 10^3)^3$ 等于多少？



做一做

(1) $(3 \times 5)^4 = 3^{(\quad)} \times 5^{(\quad)}$;

(2) $(3 \times 5)^m = 3^{(\quad)} \times 5^{(\quad)}$;

(3) $(ab)^n = a^{(\quad)} \cdot b^{(\quad)}$.

你能说明理由吗？

$$\begin{aligned} (ab)^n &= \underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdot \cdots \cdot (ab)}_{n \text{ 个 } ab} \\ &= \underbrace{(a \cdot a \cdot \cdots \cdot a)}_{n \text{ 个 } a} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \cdots \cdot b)}_{n \text{ 个 } b} \\ &= a^n b^n. \end{aligned}$$

即

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数}).$$

积的乘方等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘。

例 2 计算：

(1) $(3x)^2$; (2) $(-2b)^5$; (3) $(-2xy)^4$; (4) $(3a^2)^n$.

解： (1) $(3x)^2 = 3^2 x^2 = 9x^2$;

(2) $(-2b)^5 = (-2)^5 b^5 = -32b^5$;

(3) $(-2xy)^4 = (-2x)^4 y^4 = (-2)^4 x^4 y^4 = 16x^4 y^4$;

(4) $(3a^2)^n = 3^n (a^2)^n = 3^n a^{2n}$.

例 3 计算： $x^3 \cdot x^5 + (x^2)^4 + (-2x^4)^2$.

$$\begin{aligned}\text{解: } & x^3 \cdot x^5 + (x^2)^4 + (-2x^4)^2 \\ & = x^8 + x^8 + 4x^8 \\ & = 6x^8.\end{aligned}$$

随堂练习

1. 计算:

$$(1) (-3n)^3; \quad (2) (5xy)^3; \quad (3) -a^3 + (-4a)^2a.$$

2. 解决本节一开始地球的体积问题.

习题 6.3

知识技能

1. 计算:

$$\begin{aligned}(1) (3b)^2; & \quad (2) -(ab)^2; \\ (3) (-4a^2)^3; & \quad (4) (y^2z^3)^3.\end{aligned}$$

2. 计算:

$$\begin{aligned}(1) (xy^4)^m; & \quad (2) -(p^2q)^n; \\ (3) (x^ny^{3n})^2 + (x^2y^6)^n; & \quad (4) (-3x^3)^2 - [(2x)^2]^3.\end{aligned}$$

数学理解

3. 下面的计算是否正确? 如有错误请改正.

$$(1) (ab^4)^4 = ab^8; \quad (2) (-3pq)^2 = -6p^2q^2.$$

4. 请你用几何图形直观地解释 $(3b)^2 = 9b^2$.

问题解决

5. 你能根据本节的数据计算出太阳的体积大约是多少吗?

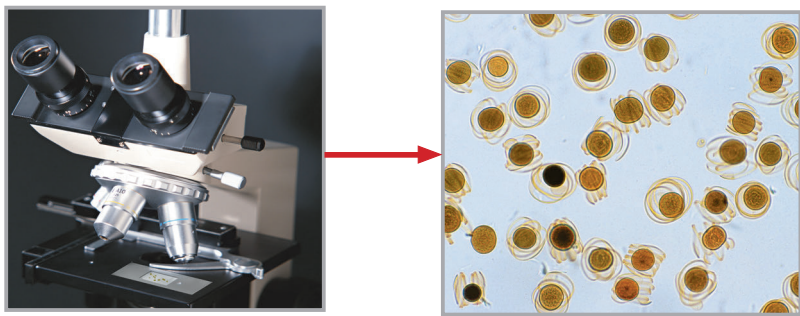
联系拓广

6. 不用计算器, 你能很快求出下列各式的结果吗?

$$(1) 2^2 \times 3 \times 5^2; \quad (2) 2^4 \times 3^2 \times 5^3.$$

7. $(abc)^n$ 等于什么?

3 同底数幂的除法



一种液体每升含有 10^{12} 个有害细菌. 为了试验某种杀菌剂的效果, 科学家们进行了实验, 发现 1 滴杀菌剂可以杀死 10^9 个此种细菌. 要将 1 升液体中的有害细菌全部杀死, 需要这种杀菌剂多少滴? 你是怎样计算的?

做一做

计算下列算式:

$$10^5 \div 10^3, (-3)^4 \div (-3)^2, a^6 \div a^2 (a \neq 0).$$

对于 $10^5 \div 10^3$, 由于 10^5 除以 10^3 所得的商与 10^3 之积, 应等于 10^5 ,

$$\text{而} \quad 10^2 \times 10^3 = 10^5,$$

$$\text{所以} \quad 10^5 \div 10^3 = 10^2.$$

$$\text{另一方面,} \quad 10^{5-3} = 10^2,$$

$$\text{所以} \quad 10^5 \div 10^3 = 10^{5-3}.$$

同样地, 应有 $(-3)^4 \div (-3)^2 = (-3)^{4-2}$,

$$a^6 \div a^2 = a^{6-2}.$$

一般地, 当 $a \neq 0$, m, n 都是正整数, 且 $m > n$ 时, 由于

$$a^{m-n} \cdot a^n = a^m,$$

可以得出

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0^{\text{①}}, m, n \text{ 都是正整数, 且 } m > n).$$

同底数幂相除, 底数不变, 指数相减.

例 计算:

$$(1) a^7 \div a^4;$$

$$(2) (-x)^6 \div (-x)^3;$$

$$(3) (xy)^4 \div (xy);$$

$$(4) (3x^2)^5 \div (3x^2)^3.$$

解: (1) $a^7 \div a^4 = a^{7-4} = a^3;$

(2) $(-x)^6 \div (-x)^3 = (-x)^{6-3} = (-x)^3 = -x^3;$

(3) $(xy)^4 \div (xy) = (xy)^{4-1} = (xy)^3 = x^3y^3;$

(4) $(3x^2)^5 \div (3x^2)^3 = (3x^2)^{5-3} = (3x^2)^2 = 9x^4.$

随堂练习

1. 计算:

$$(1) 2^6 \div 2^3; \quad (2) x^{10} \div x^8; \quad (3) m^5 \div m; \quad (4) (-b)^5 \div (-b)^3.$$

2. 计算:

$$(1) a^5 \cdot (\quad) = a^8; \quad (2) x^2 \cdot x^5 \cdot (\quad) = x^{19}.$$

习题 6.4

知识技能

1. 计算:

$$(1) 0.2^6 \div 0.2^4;$$

$$(2) \left(-\frac{3}{2}\right)^6 \div \left(-\frac{3}{2}\right)^2;$$

$$(3) a^{11} \div a^3;$$

$$(4) (-x)^7 \div (-x);$$

$$(5) (-ab)^5 \div (-ab)^2;$$

$$(6) a^{m+2} \div a^2.$$

2. 若 $x^m=16$, $x^n=128$, 求 x^{2m-n} 的值.

数学理解

3. 下面的计算是否正确? 如有错误请改正.

$$(1) a^6 \div a = a^6;$$

$$(2) b^6 \div b^3 = b^2;$$

$$(3) a^{10} \div a^9 = a;$$

$$(4) (-bc)^4 \div (-bc)^2 = -b^2c^2.$$

① 本章中, 当除式含有字母时, 字母均不为0.

4 零指数幂与负整数指数幂

做一做

$$10^4 = 10\ 000,$$

$$2^4 = 16,$$

$$10^{(\quad)} = 1\ 000,$$

$$2^{(\quad)} = 8,$$

$$10^{(\quad)} = 100,$$

$$2^{(\quad)} = 4,$$

$$10^{(\quad)} = 10.$$

$$2^{(\quad)} = 2.$$

观察上面各组等式左边幂的指数，它们的变化有什么规律？猜一猜，下面等式左边幂的指数各是什么？你是怎么想的？与同伴交流。

$$10^{(\quad)} = 1,$$

$$2^{(\quad)} = 1,$$

$$10^{(\quad)} = \frac{1}{10},$$

$$2^{(\quad)} = \frac{1}{2},$$

$$10^{(\quad)} = \frac{1}{100},$$

$$2^{(\quad)} = \frac{1}{4},$$

$$10^{(\quad)} = \frac{1}{1\ 000}.$$

$$2^{(\quad)} = \frac{1}{8}.$$

我们规定：

$$a^0 = 1 (a \neq 0);$$

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 是正整数}).$$

一个不等于零的数，它的零次幂等于 1，它的 $-p$ (p 是正整数) 次幂等于这个数的 p 次幂的倒数。

议一议

某种细胞分裂时，1 个细胞分裂 1 次变为 2 个，分裂 2 次变为 4 个，分裂 3 次变为 8 个……你能由此说明 $2^0 = 1$ 的合理性吗？

例1 用小数或分数表示下列各数:

(1) 10^{-3} ; (2) $7^0 \times 8^{-2}$; (3) 1.6×10^{-4} .

解: (1) $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0.001$;

(2) $7^0 \times 8^{-2} = 1 \times \frac{1}{8^2} = \frac{1}{64}$;

(3) $1.6 \times 10^{-4} = 1.6 \times \frac{1}{10^4} = 1.6 \times 0.000\,1 = 0.000\,16$.

随堂练习

计算:

(1) $(-\frac{2}{3})^0$; (2) $\pi^0 \times 3 \times (-2)^0$; (3) $(2 \times 10^5)^0$;

(4) $(\frac{2}{7})^{-2}$; (5) $(-0.1)^{-1}$; (6) $(-4)^{-3}$.

习题 6.5

知识技能

1. 用小数或分数表示下列各数:

(1) $(\frac{1}{2})^0$; (2) 3^{-3} ;

(3) 1.3×10^{-5} ; (4) 5^{-2} .

2. 空气的密度是 $1.293 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$, 用小数把它表示出来.

议一议

计算下列各式, 你有什么发现? 与同伴交流.

(1) $7^{-3} \div 7^{-5}$; (2) $3^{-1} \times 3^6$;

(3) $[(\frac{1}{2})^{-5}]^2$; (4) $(-8)^0 \div (-8)^{-2}$.

引入零指数幂和负整数指数幂后, 正整数指数幂的运算性质在指数是整数时仍然适用.

例2 计算:

$$(1) a \div a^{-2}; \quad (2) (x^3)^{-3} \div x^{-7}; \quad (3) x^0 \div x^2 \cdot x^{-3}.$$

解: (1) $a \div a^{-2} = a^{1-(-2)} = a^3;$

(2) $(x^3)^{-3} \div x^{-7} = x^{3 \times (-3)} \div x^{-7} = x^{-9} \div x^{-7} = x^{-9-(-7)} = x^{-2};$

(3) $x^0 \div x^2 \cdot x^{-3} = x^{0-2+(-3)} = x^{-5}.$

例3 计算: $(5 \times 10^5) \times (2 \times 10^{-6}).$

解: $(5 \times 10^5) \times (2 \times 10^{-6})$
 $= 5 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-6}$
 $= (5 \times 2) \times (10^5 \times 10^{-6})$
 $= 10 \times 10^{-1}$
 $= 10^0$
 $= 1.$

随堂练习

计算:

$$(1) x^{12} \div x^{-4}; \quad (2) (-y)^3 \div (-y)^{-2}; \quad (3) -(k^6 \div k^{-6});$$

$$(4) (-y)^{-5} \div y^4; \quad (5) m \div m^0; \quad (6) (mn)^5 \div (mn)^6.$$

习题 6.6

知识技能

1. 计算:

$$(1) 10^8 \times 10^{-2} \div 10^3; \quad (2) (x^{-2}y)^{-3} \div (xy)^0;$$

$$(3) a^0 \div (a^3 \cdot a^5); \quad (4) (x^{-2})^{-3} \div x^0 \cdot x^{-4}.$$

联系拓广

2. 填写下表, 并观察下列两个代数式值的变化情况:

n	1	2	3	4	5	6
$\frac{10^{-3}}{n}$						
10^{-n}						

- (1) 随着 n 的值逐渐变大, 两个代数式的值如何变化?
(2) 估计一下, 随着 n 的值逐渐变大, 哪个代数式的值先小于 10^{-10} ?

你知道一粒花粉的直径是多少吗? 一根头发丝的直径又是多少?
无论是在生活中还是在学习中, 我们都会遇到一些较小的数. 例如,
细胞的直径只有 1 微米 (μm), 即 $0.000\ 001\ \text{m}$;
某种计算机完成一次基本运算的时间约为 1 纳秒 (ns), 即 $0.000\ 000\ 001\ \text{s}$;
一个氧原子的质量 $0.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 026\ 57\ \text{kg}$.

用科学记数法可以很方便地表示一些绝对值较大的数, 同样, 用科学记数法也可以很方便地表示一些绝对值较小的数. 例如,

$$0.000\ 001 = \frac{1}{10^6} = 1 \times 10^{-6},$$

$$0.000\ 000\ 001 = \frac{1}{10^9} = 1 \times 10^{-9},$$

$$0.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 026\ 57 = 2.657 \times \frac{1}{10^{26}} = 2.657 \times 10^{-26}.$$

一般地, 一个小于 1 的正数可以表示为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq a < 10$, n 是负整数.

做一做

用科学记数法表示下列各数:

0.000 000 000 1,

0.000 000 000 002 9,

0.000 000 001 295.

再看看这些数在
计算器上是怎样表示
的, 它们相同吗?

议一议

1. 人体内一种细胞的直径约为 $1.56\ \mu\text{m}$, 它相当于多少米? 多少个这样的细胞首尾连接起来能达到 $1\ \text{m}$? 与同伴交流.

2. 估计 1 张纸的厚度大约是多少厘米. 你是怎样做的? 与同伴交流.

随堂练习

- 用科学记数法表示下列各数，并在计算器上表示出来：
 - 0.000 000 72；
 - 0.000 861；
 - 0.000 000 000 342 5.
- 1 个电子的质量是 0.000 000 000 000 000 000 000 000 911 g，请用科学记数法表示这个数.

读一读

纳 米

纳米是一种长度单位，它用来表示微小的长度. 1 纳米为 10 亿分之一米，即 10^{-9} 米，它相当于 1 根头发丝直径的六万分之一. 直径为 1 纳米的球与乒乓球相比，相当于乒乓球与地球相比.

纳米技术是指在 0.1 纳米至 100 纳米范围内，通过直接操纵和安排原子、分子来创造新物质，它将对人类的未来产生深远影响. 例如，采用纳米技术，可以在一块方糖大小的磁盘上存放一个国家图书馆的所有信息；应用纳米技术还可以制造出“纳米医生”，它微小到可以注入人体的血管中.

你了解更多的有关纳米技术或微小世界中的有趣问题吗？去查查资料或请教一些专家吧.

习题 6.7

知识技能

- 用科学记数法表示下列各数，并在计算器上表示出来：
 - 0.007 398；
 - 0.000 022 6；
 - 0.000 000 000 054 2；
 - 0.000 000 000 000 000 000 000 199 4.

问题解决

- 一个铁原子的质量是 0.000 000 000 000 000 000 000 092 88 kg，请你用科学记数法把它表示出来.

5 整式的乘法

京京用两张同样大小的纸，精心制作了两幅画. 如下图所示，第一幅画的画面大小与纸的大小相同，第二幅画的画面在纸的上、下方各留有 $\frac{1}{8}x$ m 的空白.



图6-1

- (1) 第一幅画的画面面积是多少平方米？第二幅呢？你是怎样做的？
- (2) 若把图中的 $1.2x$ 改为 mx ，其他不变，则两幅画的面积又该怎样表示呢？



想一想

- (1) $3a^2b \cdot 2ab^3$ 及 $xyz \cdot y^2z$ 分别等于什么？你是怎样计算的？
- (2) 如何进行单项式乘单项式的运算？

单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母的幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式.

例1 计算：

- (1) $2xy^2 \cdot \frac{1}{3}xy$;
- (2) $(-2a^2b^3) \cdot (-3a)$;
- (3) $7xy^2z \cdot (2xyz)^2$.

① 在不引起歧义的情况下，单项式和其他单项式或多项式作运算时本身可以不加括号.

解: (1) $2xy^2 \cdot \frac{1}{3}xy = (2 \times \frac{1}{3}) \cdot (xx) \cdot (y^2y) = \frac{2}{3}x^2y^3$;

(2) $(-2a^2b^3) \cdot (-3a) = [(-2) \times (-3)] \cdot (a^2a) \cdot b^3 = 6a^3b^3$;

(3) $7xy^2z \cdot (2xyz)^2 = 7xy^2z \cdot 4x^2y^2z^2 = 28x^3y^4z^3$.

随堂练习

计算:

(1) $5x^3 \cdot 2x^2y$;

(2) $(-3ab) \cdot (-4b^2)$;

(3) $3ab \cdot 2a$;

(4) $yz \cdot 2y^2z^2$;

(5) $(2x^2y)^3 \cdot (-4xy^2)$;

(6) $\frac{1}{3}a^3b \cdot 6a^5b^2c \cdot (-ac^2)^2$.

习题 6.8

知识技能

1. 计算:

(1) $4xy \cdot (-2xy^3)$;

(2) $a^3b \cdot ab^5c$;

(3) $2x^2y \cdot (-xy)^2$;

(4) $\frac{2}{5}x^2y^3 \cdot \frac{5}{8}xyz$;

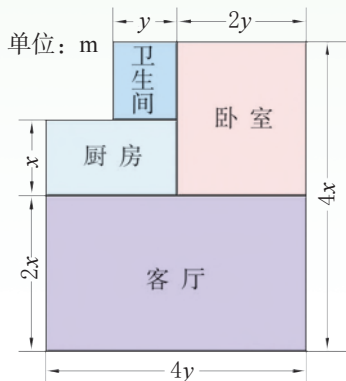
(5) $(-xy^2z^3) \cdot (-x^2y)^3$;

(6) $(-ab^3) \cdot 2abc^2 \cdot (a^2c)^3$.

问题解决

2. (1) 一家住房的结构如图所示, 这家房子的主人打算把卧室以外的部分都铺上地砖, 至少需要多少平方米的地砖? 如果某种地砖每平方米的价格是 a 元, 那么购买所需地砖至少需要多少元?

(2) 已知房屋的高度为 h m, 现需要在客厅和卧室的墙壁上贴壁纸, 那么至少需要多少平方米的壁纸? 如果某种壁纸每平方米的价格是 b 元, 那么购买所需壁纸至少需要多少元? (计算时不扣除门、窗所占的面积)



(第2题)

宁宁作了一幅画（如图 6-2），她在纸的左、右两边各留了 $\frac{1}{8}x$ m 的空白，这幅画的画面面积是多少？

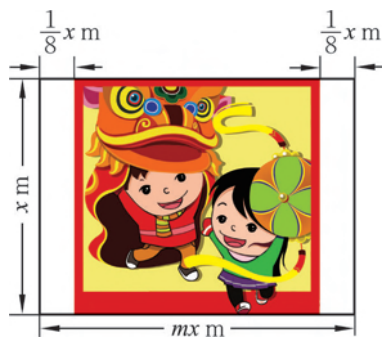


图 6-2

一方面，可以先表示出画面的长与宽，由此得到画面的面积为_____；

另一方面，也可以用纸的面积减去空白处的面积，由此得到画面的面积为_____。

想一想

- (1) $(ab) \cdot (abc+2x)$ 及 $c^2 \cdot (m+n-p)$ 分别等于什么？你是怎样计算的？
- (2) 如何进行单项式与多项式相乘的运算？你的依据是什么？

单项式与多项式相乘，就是根据分配律用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加。

例2 计算：

- (1) $2ab(5ab^2+3a^2b)$;
- (2) $(\frac{2}{3}ab^2-2ab) \cdot \frac{1}{2}ab$;
- (3) $-5m^2n(2n+3m-n^2)$;
- (4) $2(x+y^2z+xy^2z^3) \cdot xyz$.

解：(1) $2ab(5ab^2+3a^2b)$
 $= 2ab \cdot 5ab^2 + 2ab \cdot 3a^2b$
 $= 10a^2b^3 + 6a^3b^2$;

(2) $(\frac{2}{3}ab^2-2ab) \cdot \frac{1}{2}ab$
 $= \frac{2}{3}ab^2 \cdot \frac{1}{2}ab + (-2ab) \cdot \frac{1}{2}ab$
 $= \frac{1}{3}a^2b^3 - a^2b^2$;

$$\begin{aligned}
 (3) & -5m^2n(2n+3m-n^2) \\
 & = -5m^2n \cdot 2n - 5m^2n \cdot 3m - 5m^2n \cdot (-n^2) \\
 & = -10m^2n^2 - 15m^3n + 5m^2n^3;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) & 2(x+y^2z+xy^2z^3) \cdot xyz \\
 & = (2x+2y^2z+2xy^2z^3) \cdot xyz \\
 & = 2x \cdot xyz + 2y^2z \cdot xyz + 2xy^2z^3 \cdot xyz \\
 & = 2x^2yz + 2xy^3z^2 + 2x^2y^3z^4.
 \end{aligned}$$

随堂练习

计算:

$$(1) a(a^2m+n);$$

$$(2) b^2(b+3a-a^2);$$

$$(3) x^3y \left(\frac{1}{2}xy^3 - 1 \right);$$

$$(4) 4(e+f^2d) \cdot ef^2d.$$

习题 6.9

知识技能

1. 计算:

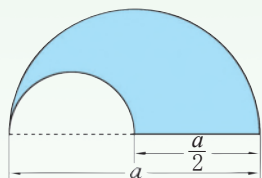
$$(1) 5x(2x^2-3x+4);$$

$$(2) -6x(x-3y);$$

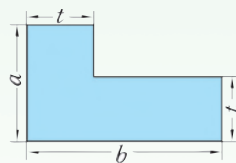
$$(3) -2a^2 \left(\frac{1}{2}ab + b^2 \right);$$

$$(4) \left(\frac{2}{3}x^2y - 6xy \right) \cdot \frac{1}{2}xy^2.$$

2. 分别计算下面各图中阴影部分的面积.



(1)



(2)

(第2题)

问题解决

3. 下图是用棋子摆成的, 按照这种摆法, 第 n 个图形中共有多少枚棋子?



(第3题)

如图 6-3 是一个长和宽分别为 m , n 的长方形纸片, 如果它的长和宽分别增加 a , b , 所得长方形 (如图 6-4) 的面积可以怎样表示?

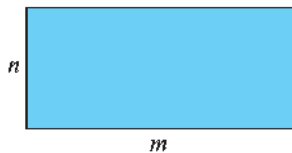


图 6-3

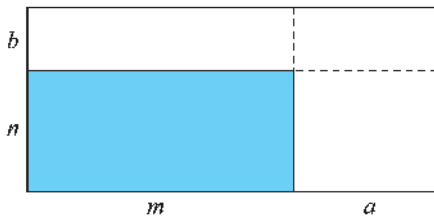


图 6-4



长方形的面积可以有 4 种表示方式: $(m+a)(n+b)$, $n(m+a) + b(m+a)$, $m(n+b) + a(n+b)$ 和 $mn+mb+na+ba$, 从而, $(m+a)(n+b) = n(m+a) + b(m+a) = m(n+b) + a(n+b) = mn+mb+na+ba$.

你认为小明的想法对吗? 从中你受到了什么启发?

把 $(m+a)$ 或 $(n+b)$ 看成一个整体, 利用分配律, 可以得到 $(m+a)(n+b) = (m+a)n + (m+a)b = mn+an+mb+ab$, 或 $(m+a)(n+b) = m(n+b) + a(n+b) = mn+mb+an+ab$.



议一议

你是用什么方法计算上面的问题的?

如何进行多项式与多项式相乘的运算?

多项式与多项式相乘, 先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项, 再把所得的积相加.

例 3 计算:

(1) $(1-x)(0.6-x)$;

(2) $(2x+y)(x-y)$.

解: (1) $(1-x)(0.6-x)$

$$= 1 \times 0.6 - 1 \times x - x \times 0.6 + x \cdot x$$

$$= 0.6 - 1.6x + x^2;$$

$$\begin{aligned}
 (2) & (2x+y)(x-y) \\
 &= 2x \cdot x - 2x \cdot y + y \cdot x - y \cdot y \\
 &= 2x^2 - 2xy + xy - y^2 \\
 &= 2x^2 - xy - y^2.
 \end{aligned}$$

随堂练习

计算:

$$(1) (m+2n)(m-2n);$$

$$(2) (2n+5)(n-3);$$

$$(3) (x+2y)^2;$$

$$(4) (2x+b)(3x+d).$$

习题 6.10

知识技能

1. 计算:

$$(1) (x+y)(a+2b);$$

$$(2) (2a+3)\left(\frac{3}{2}b+5\right);$$

$$(3) (2x+3)(-x-1);$$

$$(4) (-2m-1)(3m-2);$$

$$(5) (x-y)^2;$$

$$(6) (-2x+3)^2.$$

问题解决

2. (1) 观察: $4 \times 6 = 24$, $14 \times 16 = 224$, $24 \times 26 = 624$, $34 \times 36 = 1\,224$, ...

你发现其中的规律了吗? 你能用式子表示这一规律吗?

(2) 利用(1)中得出的规律计算 124×126 ;

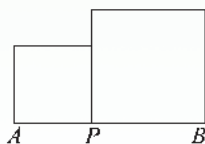
(3) 你还能找到类似的规律吗?

联系拓广

3. 如图, $AB = a$, P 是线段 AB 上一点, 分别以 AP , BP 为边作正方形.

(1) 设 $AP = x$, 求两个正方形的面积之和 S ;

(2) 当 AP 分别为 $\frac{1}{3}a$ 和 $\frac{1}{2}a$ 时, 比较 S 的大小.



(第3题)

※4. 计算: $(a+b+c)(c+d+e)$.

例4 计算:

$$(1) (a+b)(a^2-ab+b^2);$$

$$(2) (x-1)(2x^2-x+1).$$

解: (1) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$$= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3;$$

$$(2) (x-1)(2x^2-x+1)$$

$$= 2x^3 - x^2 + x - 2x^2 + x - 1$$

$$= 2x^3 - 3x^2 + 2x - 1.$$

例5 解方程: $2x(3x-5) - (2x-3)(3x+4) = 3(x+4)$.

解: 利用多项式乘法法则, 得

$$(6x^2 - 10x) - (6x^2 + 8x - 9x - 12) = 3x + 12,$$

去括号, 得

$$6x^2 - 10x - 6x^2 - 8x + 9x + 12 = 3x + 12,$$

移项、合并同类项, 得

$$-12x = 0,$$

所以

$$x = 0.$$

随堂练习

1. 计算:

$$(1) (a+b)(a^2-b^2);$$

$$(2) (2x-1)(x^2-x+2);$$

$$(3) (x-y)(x^2+xy+y^2);$$

$$(4) (2x+3)(x^2-x).$$

2. 解方程: $(x-3)(x+2) = x^2 - 16$.

习题 6.11

知识技能

1. 计算:

$$(1) (x+1)(x^2-2x+3);$$

$$(2) (3a+b)(2a^2-b^2);$$

$$(3) (3x+2)(2x-1)(x-1);$$

$$(4) (x+2)(2x^2-5x-3)-2x(x^2-1).$$

2. 先化简, 再求值:

$$(x+1)(x^2-x+1)+(x-2)(x^2+2x+4), \text{ 其中 } x=-\frac{3}{2}.$$

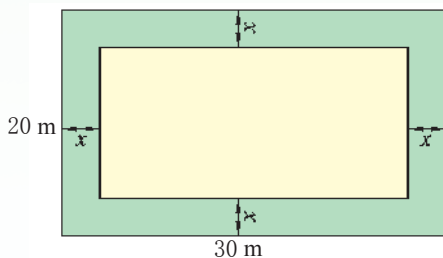
3. 解方程:

$$(1) (x+1)(2x-3)-(x-1)(x+2)=x^2+7;$$

$$(2) (2x+1)(4x^2-2x+1)-2x(4x^2+1)=0.$$

问题解决

4. 在一块长 30 m、宽 20 m 的长方形场地上修建一个游泳池, 使四周各留宽为 x m 的通道. 请用 x 表示游泳池的面积.



(第4题)

6 平方差公式

计算下列各题:

$$(1) (x+2)(x-2); \quad (2) (1+3a)(1-3a);$$

$$(3) (x+5y)(x-5y); \quad (4) (2y+z)(2y-z).$$

观察以上算式及其运算结果,你发现了什么规律?

再举两例验证你的发现.

这是两个特殊的多项式相乘!

平方差公式

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

两数和与这两数差的积,等于它们的平方差.

例1 利用平方差公式计算:

$$(1) (5+6x)(5-6x); \quad (2) (x-2y)(x+2y);$$

$$(3) (-m+n)(-m-n).$$

解: (1) $(5+6x)(5-6x) = 5^2 - (6x)^2 = 25 - 36x^2;$

(2) $(x-2y)(x+2y) = x^2 - (2y)^2 = x^2 - 4y^2;$

(3) $(-m+n)(-m-n) = (-m)^2 - n^2 = m^2 - n^2.$

例2 利用平方差公式计算:

$$(1) \left(-\frac{1}{4}x-y\right)\left(-\frac{1}{4}x+y\right); \quad (2) (ab+8)(ab-8).$$

解: (1) $\left(-\frac{1}{4}x-y\right)\left(-\frac{1}{4}x+y\right) = \left(-\frac{1}{4}x\right)^2 - y^2 = \frac{1}{16}x^2 - y^2;$

(2) $(ab+8)(ab-8) = (ab)^2 - 64 = a^2b^2 - 64.$

想一想

$(a-b)(-a-b)$ 等于什么? 你是怎样做的?

随堂练习

1. 下列各式中, 哪些能用平方差公式计算?

$$(1) (2x-3y)(3y+2x);$$

$$(2) (a+b)(-a-b);$$

$$(3) (2a-3)(3a+2);$$

$$(4) \left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b\right)\left(-\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b\right).$$

2. 计算:

$$(1) (a+2)(a-2);$$

$$(2) (3a+2b)(3a-2b);$$

$$(3) (-x-1)(1-x);$$

$$(4) (-4k+3)(-4k-3).$$

习题 6.12

知识技能

1. 计算:

$$(1) (3x+7y)(3x-7y);$$

$$(2) (0.2x-0.3)(0.2x+0.3);$$

$$(3) (m-3n)(m+3n);$$

$$(4) (-2x+3y)(-2x-3y);$$

$$(5) \left(-\frac{1}{4}x-2y\right)\left(-\frac{1}{4}x+2y\right);$$

$$(6) (5m-n)(-5m-n).$$

联系拓广

2. 计算:

$$(1) (a^n+b)(a^n-b);$$

$$(2) (a+1)(a-1)(a^2+1).$$

如图 6-5, 边长为 a 的大正方形中剪去一个边长为 b 的小正方形.

(1) 请表示图 6-5 中阴影部分的面积.

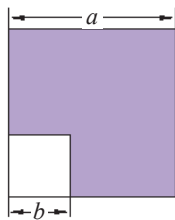


图 6-5

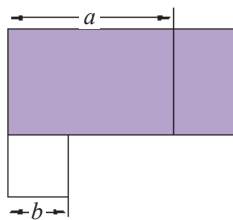


图 6-6

(2) 小颖将阴影部分拼成了一个长方形(如图 6-6), 这个长方形的长和宽分别是多少? 你能表示出它的面积吗?

(3) 比较(1)(2)的结果, 你能验证平方差公式吗?



想一想

(1) 计算下列各组算式, 并观察它们的共同特点.

$$\begin{cases} 7 \times 9 = \\ 8 \times 8 = \end{cases} \quad \begin{cases} 11 \times 13 = \\ 12 \times 12 = \end{cases} \quad \begin{cases} 79 \times 81 = \\ 80 \times 80 = \end{cases}$$

(2) 从以上的过程中, 你发现了什么规律?

(3) 请用字母表示这一规律, 你能说明它的正确性吗?

例 3 用平方差公式进行计算:

(1) 103×97 ;

(2) 118×122 .

解: (1) 103×97

(2) 118×122

$$= (100+3)(100-3)$$

$$= (120-2)(120+2)$$

$$= 100^2 - 3^2$$

$$= 120^2 - 2^2$$

$$= 9\,991;$$

$$= 14\,396.$$

例 4 计算:

(1) $a^2(a+b)(a-b) + a^2b^2$;

(2) $(2x-5)(2x+5) - 2x(2x-3)$.

解: (1) $a^2(a+b)(a-b) + a^2b^2$

(2) $(2x-5)(2x+5) - 2x(2x-3)$

$$= a^2(a^2 - b^2) + a^2b^2$$

$$= (2x)^2 - 25 - (4x^2 - 6x)$$

$$= a^4 - a^2b^2 + a^2b^2$$

$$= 4x^2 - 25 - 4x^2 + 6x$$

$$= a^4;$$

$$= 6x - 25.$$

随堂练习

1. 计算:

$$(1) 704 \times 696;$$

$$(2) 145 \times 155.$$

2. 计算:

$$(1) (x+2y)(x-2y) + (x+1)(x-1);$$

$$(2) x(x-1) - (x-\frac{1}{3})(x+\frac{1}{3}).$$

习题 6.13

知识技能

1. 计算:

$$(1) (2m+3)(2m-3);$$

$$(2) x(x+1) + (2-x)(2+x);$$

$$(3) (3x-y)(3x+y) + y(x+y);$$

$$(4) (a+\frac{1}{2}b)(a-\frac{1}{2}b) - (3a-2b)(3a+2b).$$

问题解决

2. 用平方差公式进行计算:

$$(1) 1\,007 \times 993;$$

$$(2) 108 \times 112.$$

7 完全平方公式

观察下列算式及其运算结果,你发现了什么规律?

$$\begin{aligned} (m+3)^2 &= (m+3)(m+3) = m^2 + 3m + 3m + 9 \\ &= m^2 + 2 \times 3m + 9 = m^2 + 6m + 9; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2+3x)^2 &= (2+3x)(2+3x) = 2^2 + 2 \times 3x + 2 \times 3x + 9x^2 \\ &= 4 + 2 \times 2 \times 3x + 9x^2 = 4 + 12x + 9x^2. \end{aligned}$$

再举两例验证你的发现.

这是两个特殊的多项式相乘!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

两数和的平方，等于它们的平方和加上它们的积的2倍。

想一想

你能用图 6-7 解释这一公式吗?

议一议

$(a-b)^2$ 等于什么? 你是怎样做的?

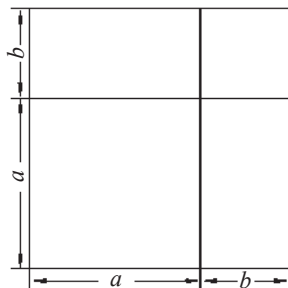
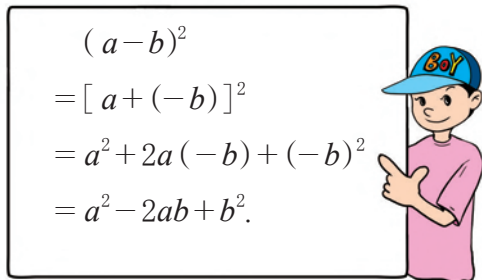
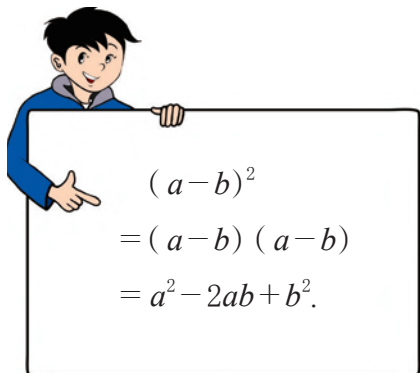


图 6-7



$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

两数差的平方，等于它们的平方和减去它们的积的2倍。

做一做

请你设计一个图形解释这一公式。

上面两个公式称为完全平方公式。

例1 利用完全平方公式计算：

(1) $(2x-3)^2$; (2) $(4x+5y)^2$; (3) $(\frac{1}{2}m-a)^2$.

$$\begin{aligned}\text{解: (1)} \quad (2x-3)^2 &= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 \\ &= 4x^2 - 12x + 9;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(2)} \quad (4x+5y)^2 &= (4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot 5y + (5y)^2 \\ &= 16x^2 + 40xy + 25y^2;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(3)} \quad \left(\frac{1}{2}m-a\right)^2 &= \left(\frac{1}{2}m\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}m \cdot a + a^2 \\ &= \frac{1}{4}m^2 - ma + a^2.\end{aligned}$$

随堂练习

计算:

$$\text{(1)} \quad \left(\frac{1}{2}x-2y\right)^2; \quad \text{(2)} \quad \left(2y+\frac{1}{5}x\right)^2; \quad \text{(3)} \quad (n+1)^2-n^2.$$

读一读

杨辉三角

我们已经知道 $(a+b)^2$ 展开后等于 $a^2+2ab+b^2$, 请你利用多项式乘法法则将 $(a+b)^3$ 展开. 进一步, 你能展开 $(a+b)^4$, $(a+b)^5$ 吗? 你一定发现解决上述问题需要大量的计算, 是否有简单的方法呢? 我们不妨找找规律!

如果将 $(a+b)^n$ (n 为非负整数) 展开式的每一项按字母 a 的次数由高到低排列, 就可以得到下面的等式:

$$(a+b)^0=1, \text{ 它只有一项, 系数为 } 1;$$

$$(a+b)^1=a+b, \text{ 它有两项, 系数分别是 } 1, 1;$$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2, \text{ 它有三项, 系数分别是 } 1, 2, 1;$$

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3, \text{ 它有四项, 系数分别是 } 1, 3, 3, 1.$$

如果将上述每个展开式的各项系数排成右表, 那么你能发现什么规律?

观察右表, 我们发现每一行的首末都是 1, 并且下一行的数比上一行多 1 个, 中间各数都写在上一行两数的中间, 且等于它们的和. 按照这个规律可以继续将这个表写下去:

1			
1	1		
1	2	1	
1	3	3	1

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & & 1 & 1 & & & \\
 & & & 1 & 2 & 1 & & & \\
 & & 1 & 3 & 3 & 1 & & & \\
 & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & & \\
 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & & & \\
 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 & & \\
 & & & & \dots & & & &
 \end{array}$$

你能根据这个表得到 $(a+b)^4$, $(a+b)^5$ 的结果吗? 利用多项式乘法法则验证你的结果是否正确.

上表在我国宋朝数学家杨辉 1261 年的著作《详解九章算法》中提到过, 而他是摘录自北宋时期数学家贾宪著的《开方作法本源》中的“开方作法本源图”(见右图), 因而人们把这个表叫做杨辉三角或贾宪三角. 在欧洲, 这个表叫做帕斯卡三角形. 帕斯卡 (B. Pascal, 1623—1662) 是在 1654 年发现这一规律的, 比杨辉要迟 393 年, 比贾宪迟 600 年.



图 6-8

习题 6.14

知识技能

1. 计算:

(1) $(2x+5y)^2$; (2) $(\frac{1}{3}m-\frac{1}{2})^2$; (3) $(-2t-1)^2$;

(4) $(\frac{1}{5}x+\frac{1}{10}y)^2$; (5) $(7a+2)^2$; (6) $(-c+\frac{1}{2})^2$.

2. 一个圆的半径长为 r ($r > 2$) cm, 减少 2 cm 后, 这个圆的面积减少了多少?

联系拓广

3. 观察下列各式: $15^2=225$; $25^2=625$; $35^2=1\ 225$; ...

个位数字是 5 的两位数平方后, 末尾的两个数有什么规律? 为什么?

※4. 计算: $(a+b+c)^2$.

在某市中学生运动会开幕式上，有两个学校要进行方阵变换表演，其中育才中学有两个方阵，分别为 a 行 a 列的男生方阵和 b 行 b 列的女生方阵，实验中学只有一个 $(a+b)$ 行 $(a+b)$ 列的学生方阵。

- (1) 育才中学的男生方阵有多少人？女生方阵有多少人？一共有多少人？
- (2) 实验中学的学生方阵有多少人？
- (3) 育才中学和实验中学参加方阵表演的人数哪个多？多多少？为什么？

例2 利用完全平方公式计算：

$$(1) 102^2;$$

$$(2) 197^2.$$

$$\text{解：}(1) 102^2 = (100+2)^2$$

$$(2) 197^2 = (200-3)^2$$

$$= 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2$$

$$= 200^2 - 2 \times 200 \times 3 + 3^2$$

$$= 10\,000 + 400 + 4$$

$$= 40\,000 - 1\,200 + 9$$

$$= 10\,404;$$

$$= 38\,809.$$

例3 计算：

$$(1) (x+3)^2 - x^2;$$

$$(2) (a+b+3)(a+b-3);$$

$$(3) (x+5)^2 - (x-2)(x-3).$$

$$\text{解：}(1) (x+3)^2 - x^2$$

$$(2) (a+b+3)(a+b-3)$$

$$= x^2 + 6x + 9 - x^2$$

$$= [(a+b)+3][(a+b)-3]$$

$$= 6x + 9;$$

$$= (a+b)^2 - 3^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - 9;$$

$$(3) (x+5)^2 - (x-2)(x-3)$$

$$= x^2 + 10x + 25 - (x^2 - 5x + 6)$$

$$= x^2 + 10x + 25 - x^2 + 5x - 6$$

$$= 15x + 19.$$

随堂练习

利用整式乘法公式计算：

$$(1) 96^2;$$

$$(2) (a-b-3)(a-b+3).$$

习题 6.15

知识技能

1. 计算:

$$(1) (2x+y+1)(2x+y-1); \quad (2) (x-2)(x+2) - (x+1)(x-3);$$

$$(3) (3b+1)^2 - (3b-1)^2; \quad (4) (2x-y)^2 - 4(x-y)(x+2y).$$

问题解决

2. 一个底面是正方形的长方体, 高为 6 cm, 底面正方形边长为 5 cm. 如果它的高不变, 底面正方形边长增加了 a cm, 那么它的体积增加了多少?

3. 利用完全平方公式计算:

$$(1) 63^2;$$

$$(2) 998^2.$$

联系拓广

4. 计算: $(a+b)^3$.

8 整式的除法^①

计算下列各题, 并说说你的理由.

$$(1) (x^5y) \div x^2;$$

$$(2) (8m^2n^2) \div (2m^2n);$$

$$(3) (a^4b^2c) \div (3a^2b).$$

可以用类似于分数
约分的方法来计算.

议一议

如何进行单项式除以单项式的运算?

^① 本章中, 整式的除法只研究商式是整式的情况.

单项式除以单项式，把系数、同底数幂分别相除，作为商的因式；对于只在被除式里含有的字母，则连同它的指数一起作为商的一个因式。

例1 计算：

$$(1) \left(-\frac{3}{5}x^2y^3\right) \div (3x^2y); \quad (2) (10a^4b^3c^2) \div (5a^3bc);$$

$$(3) (2x^2y)^3 \cdot (-7xy^2) \div (14x^4y^3); \quad (4) (2a+b)^4 \div (2a+b)^2.$$

$$\text{解：} \quad (1) \left(-\frac{3}{5}x^2y^3\right) \div (3x^2y) \quad (2) (10a^4b^3c^2) \div (5a^3bc)$$

$$= \left(-\frac{3}{5} \div 3\right)x^{2-2}y^{3-1} \quad = (10 \div 5)a^{4-3}b^{3-1}c^{2-1}$$

$$= -\frac{1}{5}y^2; \quad = 2ab^2c;$$

$$(3) (2x^2y)^3 \cdot (-7xy^2) \div (14x^4y^3) \quad (4) (2a+b)^4 \div (2a+b)^2$$

$$= 8x^6y^3 \cdot (-7xy^2) \div (14x^4y^3) \quad = (2a+b)^{4-2}$$

$$= -56x^7y^5 \div (14x^4y^3) \quad = (2a+b)^2$$

$$= -4x^3y^2; \quad = 4a^2 + 4ab + b^2.$$

做一做

如图 6-9 所示，三个大小相同的球恰好放在一个圆柱形盒子里，三个球的体积之和占整个盒子容积的几分之几？



图 6-9

随堂练习

计算：

$$(1) (2a^6b^3) \div (a^3b^2); \quad (2) \left(\frac{1}{48}x^3y^2\right) \div \left(\frac{1}{16}x^2y\right);$$

$$(3) (3m^2n^3) \div (mn)^2; \quad (4) (2x^2y)^3 \div (6x^3y^2).$$

习题 6.16

知识技能

1. 计算:

$$(1) (-2r^2s)^2 \div (4rs^2);$$

$$(2) (5x^2y^3)^2 \div (25x^4y^5);$$

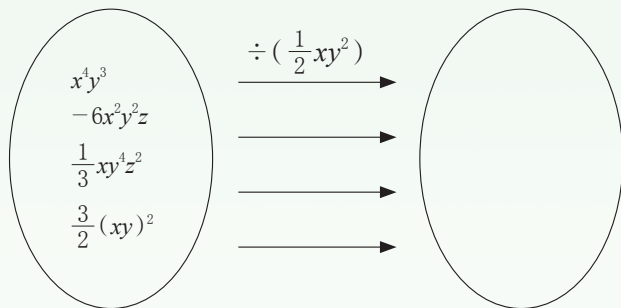
$$(3) (x+y)^3 \div (x+y);$$

$$(4) (7a^5b^3c^5) \div (14a^2b^3c).$$

2. 计算:

$$(1) (8a^4b^3c) \div (2a^2b^3) \cdot (-\frac{2}{3}a^3bc^2); \quad (2) (3x^2y)^2 \cdot (-15xy^3) \div (-9x^4y^2).$$

3. 把下图左圈里的每一个单项式分别除以 $\frac{1}{2}xy^2$, 将商写在右圈的相应位置上.



(第3题)

问题解决

4. 我们都知道“先看见闪电，后听见雷声”，那是因为空气中光的传播速度比声音快。科学家们发现，光在空气中的传播速度约为 3×10^8 m/s，而声音在空气中的传播速度约为 340 m/s。在空气中光的传播速度是声音的多少倍？
5. 一圆柱形桶内装满了水，已知桶的底面直径为 a ，高为 b 。又知另一长方体形容器的长为 b ，宽为 a 。若把圆柱形桶中的水倒入长方体形容器中（水不溢出），水面的高度是多少？

做一做

计算下列各题，说说你的理由。

$$(1) (ad+bd) \div d = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) (a^2b+3ab) \div a = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) (xy^3 - 2xy) \div (xy) = \underline{\hspace{2cm}}.$$



议一议

如何进行多项式除以单项式的运算?

多项式除以单项式,先把这个多项式的每一项分别除以单项式,再把所得的商相加.

例2 计算:

$$(1) (6ab + 8b) \div (2b); \quad (2) (27a^3 - 15a^2 + 6a) \div (3a);$$

$$(3) (9x^2y - 6xy^2) \div (3xy); \quad (4) (3x^2y - xy^2 + \frac{1}{2}xy) \div (-\frac{1}{2}xy).$$

解: (1) $(6ab + 8b) \div (2b)$

$$= (6ab) \div (2b) + (8b) \div (2b)$$

$$= 3a + 4;$$

(2) $(27a^3 - 15a^2 + 6a) \div (3a)$

$$= (27a^3) \div (3a) - (15a^2) \div (3a) + (6a) \div (3a)$$

$$= 9a^2 - 5a + 2;$$

(3) $(9x^2y - 6xy^2) \div (3xy)$

$$= (9x^2y) \div (3xy) - (6xy^2) \div (3xy)$$

$$= 3x - 2y;$$

(4) $(3x^2y - xy^2 + \frac{1}{2}xy) \div (-\frac{1}{2}xy)$

$$= -(3x^2y) \div (\frac{1}{2}xy) + (xy^2) \div (\frac{1}{2}xy) - (\frac{1}{2}xy) \div (\frac{1}{2}xy)$$

$$= -6x + 2y - 1.$$



做一做

有如图 6-10 所示的一座小山,小明在上山时,第一阶段的平均速度为 v ,所用时间为 t_1 ;第二阶段的平均速度为 $\frac{1}{2}v$,所用时间为 t_2 .下山时,小

明的平均速度为 $4v$ 。已知小明上山的路程和下山的路程是相同的，那么小明下山用了多长时间？

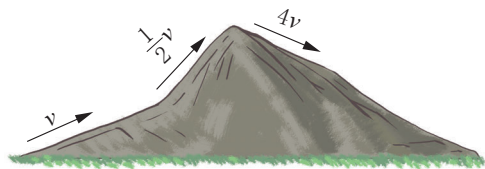


图 6-10

随堂练习

计算：

(1) $(3xy+y) \div y$;

(2) $(ma+mb+mc) \div m$;

(3) $(6c^2d-c^3d^3) \div (-2c^2d)$;

(4) $(4x^2y+3xy^2) \div (7xy)$.

习题 6.17

知识技能

1. 计算：

(1) $(5m^2n^2-6m^2) \div (3m)$;

(2) $(6a^2b-5a^2c^2) \div (-3a^2)$;

(3) $(16x^4+4x^2+x) \div x$;

(4) $(3a^2b-2ab+2ab^2) \div (ab)$;

(5) $(-4a^3+6a^2b^3+3a^3b^3) \div (-4a^2)$;

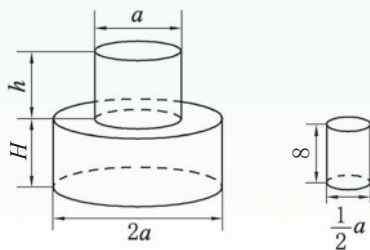
(6) $(\frac{2}{5}mn^3-m^2n^2+\frac{1}{6}n^4) \div (\frac{2}{3}n^2)$;

(7) $(\frac{1}{10}xy^2+\frac{1}{4}y^2-\frac{1}{2}y) \div (\frac{1}{5}y)$;

(8) $[(x+1)(x+2)-2] \div x$.

问题解决

2. 图(1)所示的瓶子中盛满了水，如果将这个瓶子中的水全部倒入图(2)所示的杯子中，那么一共需要多少个这样的杯子？(单位：cm)



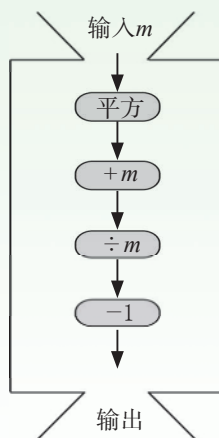
(1)

(2)

(第2题)

联系拓广

3. 任意给一个非零数，按下列程序进行计算，写出输出结果.



(第3题)

回顾与思考

1. 举例说明如何进行幂的相关运算，你是怎样得到这些运算法则的？
2. 举例说明如何进行整式的乘法运算.
3. 整式乘法公式有哪些？它们的特点是什么？
4. 举例说明如何进行单项式除以单项式、多项式除以单项式的运算.
5. 用自己的方式梳理本章的知识结构. 你是怎样想的？与同伴进行交流.

复习题

知识技能

1. 计算：

$$(1) \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^3;$$

$$(2) (a-b)^3 \cdot (a-b)^4;$$

$$(3) (-a^5)^5;$$

$$(4) \left(-\frac{1}{2}x\right)^7 \div \left(-\frac{1}{2}x\right);$$

$$(5) (a+b)^3 \div (a+b);$$

$$(6) (-a^2 \cdot b)^3;$$

$$(7) (-a)^2 \cdot (a^2)^2;$$

$$(8) (y^2)^3 \div y^6;$$

$$(9) (-y)^2 \cdot y^{n-1} \quad (n > 1);$$

$$(10) a^{n+1} \cdot a^{n-1} \quad (n > 1);$$

$$(11) a^{m+2} \div a^{m+1};$$

$$(12) (-c^2)^{2n}.$$

2. 计算:

$$(1) 10^5 \div 10^{-1} \times 10^0; \quad (2) 16 \times 2^{-4};$$

$$(3) \left(\frac{1}{3}\right)^0 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}; \quad (4) 5^4 \div 5^2 \times 5.$$

3. 一个正方体的棱长为 2×10^2 mm.

$$(1) \text{它的表面积是多少平方米?} \quad (2) \text{它的体积是多少立方米?}$$

4. 计算:

$$(1) (x+a)(x+b); \quad (2) (3x+7y)(3x-7y);$$

$$(3) (3x+9)(6x+8); \quad (4) \left(\frac{1}{2}x^2y-2xy+y^2\right) \cdot 3xy;$$

$$(5) \frac{1}{3}a^2b^3 \cdot (-15a^2b^2); \quad (6) (x+2)^2 - (x+1)(x-1);$$

$$(7) (a^2bc)^2 \div (ab^2c); \quad (8) (3mn+1)(3mn-1) - 8m^2n^2;$$

$$(9) [(3a+b)^2 - b^2] \div a; \quad (10) (4a^3b - 6a^2b^2 + 12ab^3) \div (2ab).$$

5. 计算:

$$(1) 10^7 \div (10^3 \div 10^2); \quad (2) (x-y)^3 \cdot (x-y)^2 \cdot (y-x);$$

$$(3) 4 \times 2^n \times 2^{n-1} (n > 1); \quad (4) (-x)^3 \cdot x^{2n-1} + x^{2n} \cdot (-x)^2;$$

$$(5) (y^2 \cdot y^3) \div (y \cdot y^4); \quad (6) x^2 \cdot x^3 + x^7 \div x^2;$$

$$(7) m^5 \div m^2 \cdot m; \quad (8) a^4 + (a^2)^4 - (a^2)^2.$$

6. 计算:

$$(1) (2x^2)^3 - 6x^3(x^3 + 2x^2 + x); \quad (2) (x+y+z)(x+y-z);$$

$$(3) [(x+y)^2 - (x-y)^2] \div (2xy); \quad (4) a^2(a+1)^2 - 2(a^2 - 2a + 4).$$

7. 求下列各式的值:

$$(1) \frac{1}{2}x + \left(-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2\right) - \left(2x - \frac{2}{3}y^2\right), \text{ 其中 } x = -\frac{1}{3}, y = \frac{2}{3};$$

$$(2) [(xy+2)(xy-2) - 2x^2y^2 + 4] \div (xy), \text{ 其中 } x=10, y=-\frac{1}{25};$$

$$(3) x(x+2y) - (x+1)^2 + 2x, \text{ 其中 } x = \frac{1}{25}, y = -25.$$

8. 利用整式乘法公式计算:

$$(1) 2001^2; \quad (2) 2001 \times 1999; \quad (3) 99^2 - 1.$$

9. 利用整式乘法公式计算:

$$(1) 899 \times 901 + 1; \quad (2) 123^2 - 124 \times 122.$$

数学理解

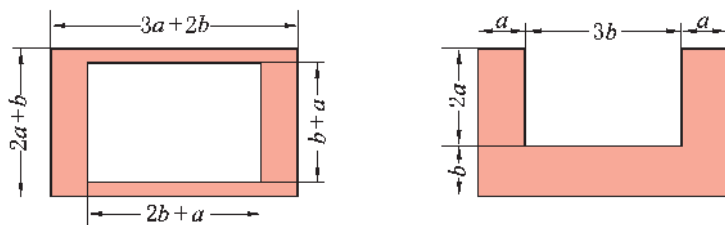
10. 试用直观的方法说明 $(a+3)^2 \neq a^2 + 3^2 (a \neq 0)$.

问题 解决

11. 某种原子质量约 $0.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 019\ 93\ \text{g}$, 你能用科学记数法把它表示出来吗?

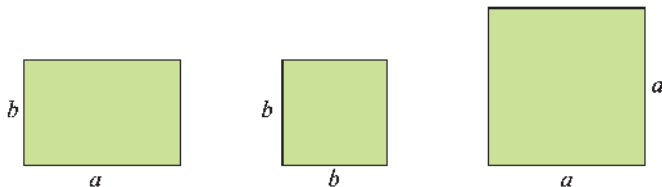
科学上把这个数量的 $\frac{1}{12}$ 定为 1 个原子质量单位, 并用符号 u 来表示. 请你用科学记数法把 u 表示出来.

12. 分别计算下图中阴影部分的面积.



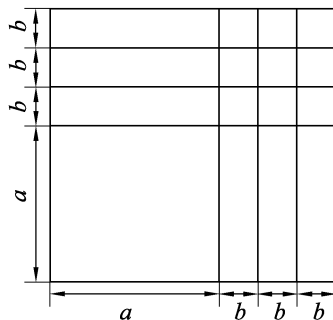
(第12题)

13. 请分别准备几张如图所示的长方形卡片. 用它们拼一些新的长方形, 并计算它们的面积.



(第13题)

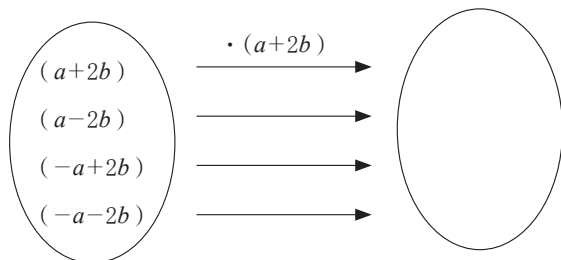
14. 请在图中指出面积为 $(a+3b)^2$ 的图形, 并指出图中有多少个边长为 a 的正方形, 有多少个边长为 b 的正方形, 有多少个两边分别为 a 和 b 的长方形, 然后用相应的公式进行验证.



(第14题)

联系 拓广

15. 把下图左圈里的整式分别乘 $(a+2b)$, 将所得的积写在右圈相应的位置上.



(第15题)

16. “两个相邻整数的平均数的平方”与“它们平方数的平均数”相等吗？若不等，相差多少？

17. “黑洞”是恒星演化的最后阶段. 根据有关理论, 当一颗恒星衰老时, 其中心的燃料(氢)已经被耗尽, 在外壳的重压之下, 核心开始坍(tān)缩, 直到最后形成体积小、密度大的星体. 如果这一星体的质量超过太阳质量的三倍, 那么就会引发另一次大坍缩. 当这种收缩使得它的半径达到施瓦氏(Schwarzschild)半径后, 其引力就会变得相当大, 以至于光也不能逃脱出来, 从而成为一个看不见的星体——黑洞. 施瓦氏半径(单位: 米)的计算公式是

$$R = \frac{2GM}{c^2},$$

其中, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ 牛·米²/千克², 为万有引力常数; M 表示星球的质量(单位: 千克); $c = 3 \times 10^8$ 米/秒, 为光在真空中的速度.

已知太阳的质量为 2×10^{30} 千克, 计算太阳的施瓦氏半径.

※18. 求 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{32}+1)+1$ 的个位数字.



设计自己的运算程序

也许你会认为，数字运算是数学中常见而又枯燥的内容，但实际上，它里面也蕴藏着许多不为人知的奥妙。你相信吗？



想一想

(1) 写下任意一个四位数，每个数位上的数字全都不相同。重新排列各位数字，使其组成一个最大的数和一个最小的数，然后用最大的数减去最小的数，得到差。重复这个过程……

你得到了什么结果？你有怎样的猜想？

(2) 采用同样的程序，取一些三位数来试试，会得到什么结果呢？

综合(1)(2)，你能提出进一步的猜想吗？



做一做

任意写下一个两位数，用其数字之和的10倍减去该数，对得到的结果重复上述步骤……

(1) 你发现了哪些结论？有什么进一步的猜想？

(2) 试运用数学知识和方法解释自己猜想的正确性。



做一做

设计自己的运算程序，以不同的三位数开始一遍又一遍地运用你的程序（运算结果不超过三位数），你发现了什么？

想一想

对于不同的起始数字，反复运用任何一个固定的“运算程序”，由此顺序产生的数字总是会停留在某个数字或某几个数字上，或者以某种重复的方式循环，你认为会这样吗？为什么？

议一议

试运用数学的方法，科学地解释其中的道理，你能进一步提出新的问题吗？尝试解决它。

习题

1. 设计新的运算程序并对它的结果进行解释，看看有哪些新的发现。
2. 将 $2\ 010 \times 2\ 011 \times 2\ 012 \times 2\ 013 + 1$ 表示成一个自然数的平方，结果是多少？请你任意选取四个连续整数，将它们的积再加上 1，并用一个自然数的平方表示所得的结果。你能从中发现什么规律？
3. 输入任意一个三位数，如 325，重复该数，得到 325 325，将该数除以 7，然后除以 11，再除以 13，结果又回到原来输入的数。你能解释这个现象吗？假设我们从任意一个四位数开始，如 3 245，我们要把它乘以多少，才能够得到 32 453 245？如果任意取一个五位数呢？

第七章 相交线与平行线

生活中处处可见山川、道路、房屋、桥梁……在这些大自然的杰作和人类的创造物中，蕴涵着大量的相交线与平行线。你能从窗棂和桥梁图中找到相交线与平行线吗？

在这一章里，我们将发现相交线与平行线的一些特征，并探索两条直线平行的条件。我们还将利用圆规和没有刻度的直尺，尝试着作一些简单的图案！

学习目标

- 探索对顶角相等这一性质
- 探索平行线的特征以及判别直线平行的条件
- 能用尺规作一个角等于已知角
- 积累探究图形性质的活动经验，感受推理的作用

1 两条直线的位置关系

观察下面几幅生活中的图片：



图 7-1

我们知道，在同一平面内，两条直线的位置关系有相交和平行两种。若两条直线只有一个公共点，我们称这两条直线为**相交线**（intersecting lines）。在同一平面内，不相交的两条直线叫做**平行线**（parallel lines）。

议一议

如图 7-2，直线 AB 与 CD 相交于点 O ，那么 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的位置有什么关系？它们的大小有什么关系？为什么？与同伴进行交流。

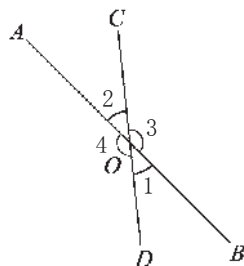


图 7-2

在图 7-2 中，直线 AB 与 CD 相交于点 O ， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 有公共顶点 O ，它们的两边互为反向延长线，这样的两个角叫做**对顶角**（vertical angles）。

对顶角有如下性质：

在图 7-2 中，还有其他的角也构成对顶角吗？

对顶角相等。

想一想

在图 7-2 中, $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 有什么数量关系?

如果两个角的和是 180° , 那么称这两个角互为补角 (supplementary angle).

类似地, 如果两个角的和是 90° , 那么称这两个角互为余角 (complementary angle).

在图 7-2 中, 还有其他的角也构成互为补角的关系吗?

做一做

如图 7-3, 打台球时, 选择适当的方向用白球击打红球, 反弹后的红球会直接入袋, 此时 $\angle 1 = \angle 2$.

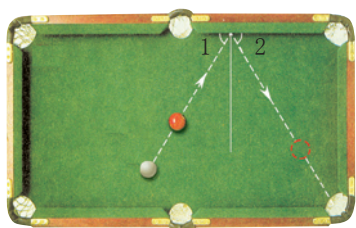


图 7-3

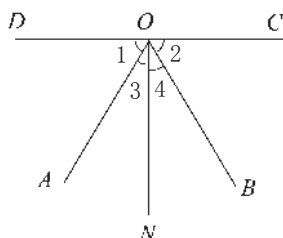


图 7-4

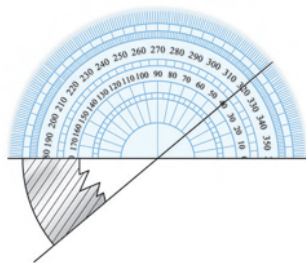
将图 7-3 简化为图 7-4, ON 与 DC 相交所成的 $\angle DON$ 和 $\angle CON$ 都等于 90° , 且 $\angle 1 = \angle 2$. 在图 7-4 中:

- (1) 有哪些角互为补角? 有哪些角互为余角?
- (2) $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 有什么关系? 为什么?
- (3) $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 有什么关系? 为什么?

同角或等角的余角相等, 同角或等角的补角相等.

随堂练习

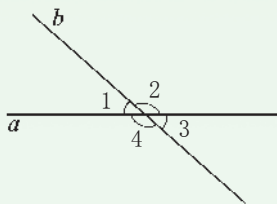
如图所示, 有一个破损的扇形零件, 利用图中的量角器可以量出这个扇形零件的圆心角的度数. 你能说出所量角是多少度吗? 你的根据是什么?



习题 7.1

知识技能

1. 如图，直线 a, b 相交， $\angle 1 = 42^\circ$ ，求 $\angle 2, \angle 3, \angle 4$ 的度数.



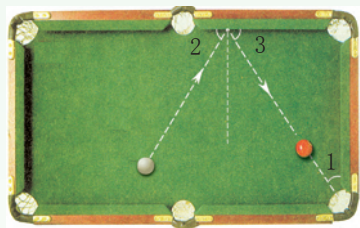
(第 1 题)

数学理解

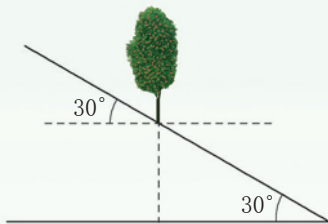
2. 互为补角的两个角可以都是锐角吗？可以都是直角吗？可以都是钝角吗？

问题解决

3. 如图，在长方形的台球桌面上， $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ， $\angle 2 = \angle 3$ ，如果 $\angle 2 = 58^\circ$ ，那么 $\angle 1$ 等于多少度？



(第 3 题)

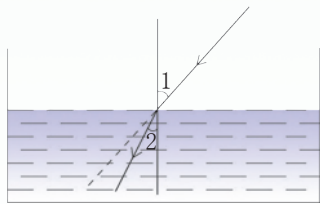


(第 4 题)

4. 如图，一棵树生长在 30° 的山坡上，树干与山坡所成的角是多少度？

联系拓广

5. 当光线从空气射入水中时，光线的传播方向发生了改变，这就是折射现象（如图所示）。图中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角吗？



(第 5 题)

观察图 7-5，你能找出其中相交的线吗？它们有什么特殊的位置关系？

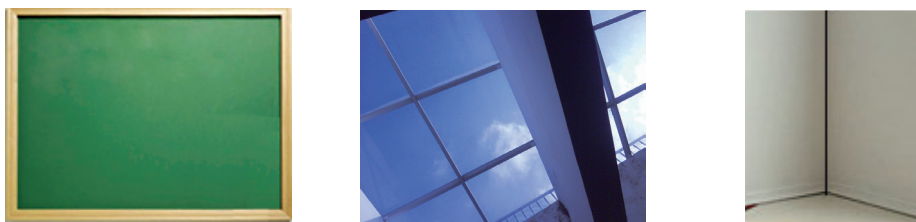


图 7-5

两条直线相交成四个角，如果有一个角是直角，那么称这两条直线互相垂直 (perpendicular)，其中的一条直线叫做另一条直线的垂线，它们的交点叫做垂足。

通常用符号“ \perp ”表示两条直线互相垂直。如图 7-6，直线 AB 与直线 CD 垂直，记作 $AB \perp CD$ ；如图 7-7，直线 l 与直线 m 垂直，记作 $l \perp m$ 。其中，点 O 是垂足。

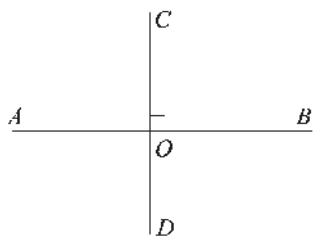


图 7-6

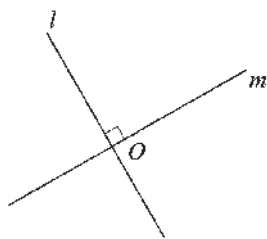


图 7-7

做一做

1. 你能借助三角尺在一张白纸上画出两条互相垂直的直线吗？
2. 如果只有直尺，你能在如图 7-8 所示的方格纸上画出两条互相垂直的直线吗？



图 7-8

3. 你能用折纸的方法折出互相垂直的直线吗？试试看！

想一想

1. 如图 7-9 (1), 点 A 在直线 l 上, 用三角尺或量角器过点 A 画直线 l 的垂线, 你能画出多少条? 如果点 A 在直线 l 外呢 (如图 7-9 (2))?

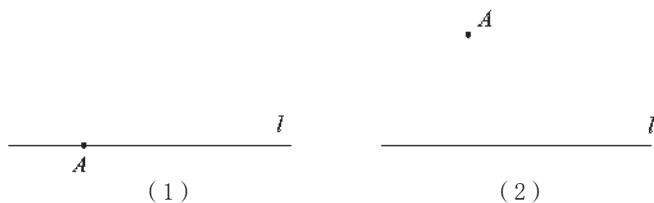


图 7-9

平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.

2. 如图 7-10, 点 P 是直线 l 外一点, $PO \perp l$, 点 O 是垂足. 点 A, B, C 在直线 l 上, 比较线段 PO, PA, PB, PC 的长短, 你发现了什么?

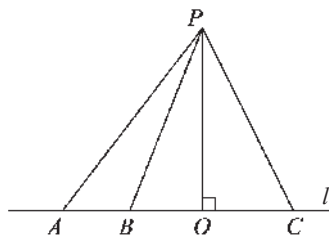


图 7-10

如图 7-10, 点 P 是直线 l 外一点, $PO \perp l$, 垂足为点 O , 线段 PO 叫做点 P 到直线 l 的垂线段.

直线外一点与直线上各点连接的所有线段中, 垂线段最短.

在图 7-10 中, 垂线段 PO 的长度叫做点 P 到直线 l 的距离.

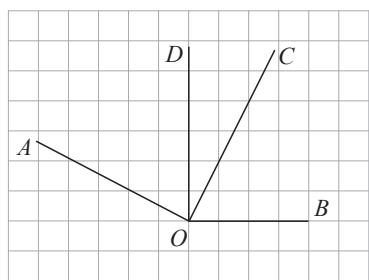
议一议

你知道体育课上老师是怎样测量跳远成绩的? 你能说说其中的道理吗?

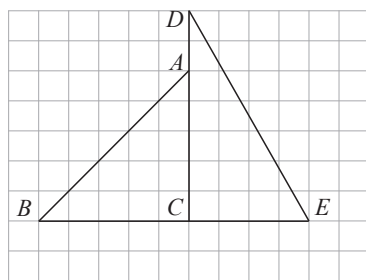


随堂练习

- 画一条直线 l ，在直线 l 上取一点 A ，在直线外取一点 B ，分别经过点 A, B 用三角尺或量角器画直线 l 的垂线。
- 分别找出下列图中互相垂直的线段。



(1)



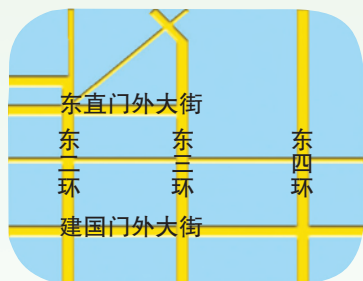
(2)

(第2题)

习题 7.2

知识技能

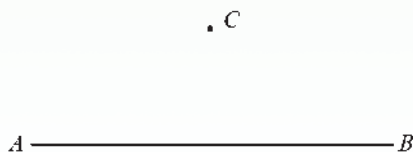
- 你能在生活中找到互相垂直的线段吗?
- 如图,如果把街道近似地看做直线,那么哪些街道互相平行?哪些街道互相垂直?



(第2题)

问题解决

- 如图,要把水渠中的水引到 C 点,在渠岸 AB 的什么地方开沟,才能使沟最短?画出图形,并说明理由。



(第3题)

2 探索直线平行的条件

在日常生活中，人们经常用到平行线. 如图 7-11，装修工人正在向墙上钉木条. 如果木条 b 与墙壁边缘垂直，那么木条 a 与墙壁边缘所夹角为多少度时，才能使木条 a 与木条 b 平行？

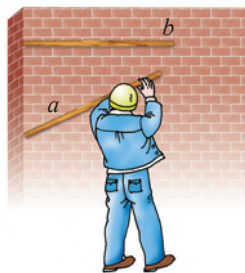


图 7-11

你知道其中的理由吗？

如果木条 b 不与墙壁边缘垂直呢？

做一做

如图 7-12，三根木条相交成 $\angle 1$ ， $\angle 2$ ，固定木条 b ， c ，转动木条 a 。

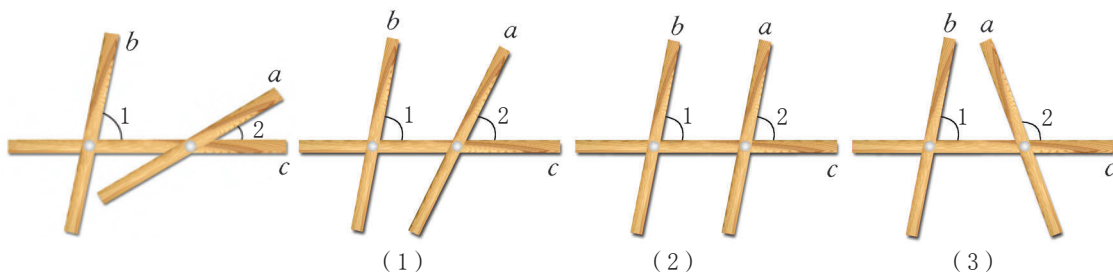


图 7-12

图 7-13

如图 7-13，在木条 a 转动的过程中，观察 $\angle 2$ 的变化以及它与 $\angle 1$ 的大小关系，你发现木条 a 与木条 b 的位置关系发生了什么变化？木条 a 何时与木条 b 平行？

改变图 7-12 中 $\angle 1$ 的大小，按照上面的方式再做一做. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的大小满足什么关系时，木条 a 与木条 b 平行？与同伴进行交流.

如图 7-14，具有 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 这样的位置关系的角称为同位角 (corresponding angles). $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 也是同位角.

在图 7-14 中，找出其他的同位角.

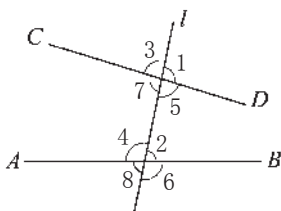


图 7-14

两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行.

简称为：同位角相等，两直线平行.

两直线平行，用符号“ \parallel ”表示. 如直线 a 与直线 b 平行，记作 $a \parallel b$.

想一想

你能借助三角尺画平行线吗？小明按如下方法画出了两条平行线，请说明其中的道理.

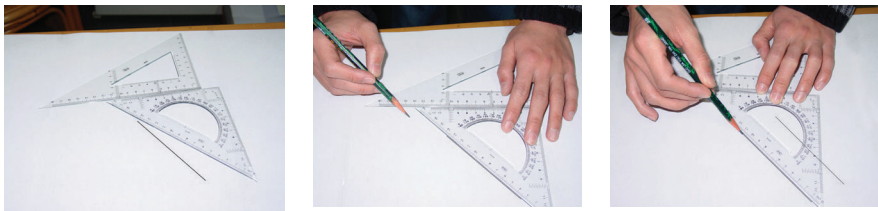


图 7-15

做一做

(1) 你能过直线 AB 外一点 P 画直线 AB 的平行线吗？能画出几条？

(2) 在图 7-16 中，分别过点 C, D 画直线 AB 的平行线 EF, GH . EF 与 GH 有怎样的位置关系？

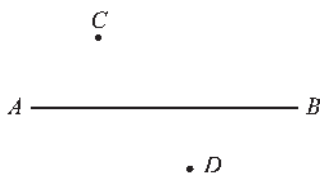


图 7-16

过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行.

平行于同一条直线的两条直线平行.

也就是说：如果 $b \parallel a$, $c \parallel a$, 那么 $b \parallel c$ (如图 7-17).

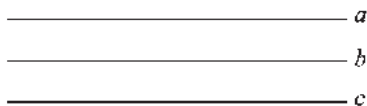
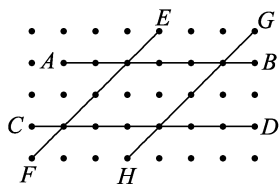


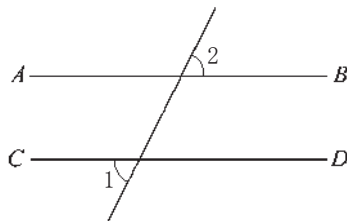
图 7-17

随堂练习

1. 找出下面点阵（点阵中相邻的四个点构成正方形）中互相平行的线段.



(第1题)



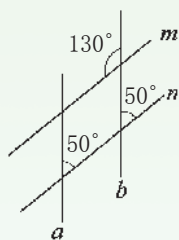
(第2题)

2. 如图, $\angle 1 = \angle 2$, 直线 AB , CD 平行吗?

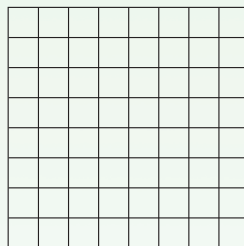
习题 7.3

知识技能

1. 找出下图中互相平行的直线.



(第1题)

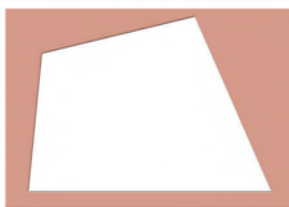


(第2题)

2. 如果只有直尺, 你能在如图所示的方格纸上画出平行线吗?

数学理解

3. 你能用一张不规则的纸（比如图示的四边形纸）折出两条平行的直线吗？与同伴说说你的折法.



(第3题)

4. 图(1)是一种画平行线的工具. 在画平行线之前, 工人师傅往往要先调整一下工具(图(2)), 然后再画平行线(图(3)), 你能说明这种工具的用法和其中的道理吗?



(1)



(2)



(3)

(第4题)

5. 直线 l 的同侧有 A, B, C 三点, 如果 A, B 两点确定的直线 l_1 与 B, C 两点确定的直线 l_2 都与 l 平行, 那么 A, B, C 三点的位置关系如何?

小明有一块小画板, 他想知道它的上、下边缘是否平行, 于是他在两个边缘之间画了一条线段 AB (如图 7-18 所示).

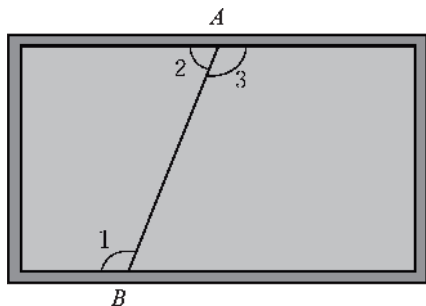


图 7-18

可以测量 $\angle 1$ 与 $\angle 2$, 也可以测量 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ ……



小明利用量角器, 通过测量某些角的大小就能知道这个画板的上、下边缘是否平行, 你知道他是怎样做的吗?

如图 7-19, 具有 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 这样的位置关系的角称为内错角(alternate interior angles); 具有 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 这样的位置关系的角称为同旁内角(interior angles to the same side).

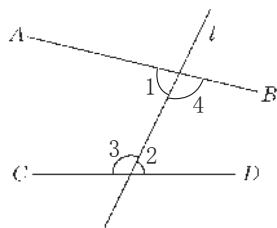


图 7-19

在图 7-19 中, 找出其他的内错角和同旁内角.

议一议

- (1) 内错角满足什么关系时，两直线平行？为什么？
- (2) 同旁内角满足什么关系时，两直线平行？为什么？

两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行。
两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行。

简称为：内错角相等，两直线平行。

同旁内角互补，两直线平行。

做一做

如图 7-20，三个相同的三角尺拼接成一个图形，请找出图中的一组平行线，并说明你的理由。

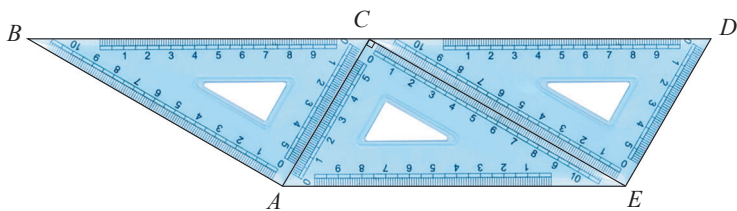


图 7-20



BC 与 AE 是平行的。因为 $\angle BCA$ 与 $\angle EAC$ 是内错角，而且又相等。

你能看懂她的意思吗？

再找到另一组平行线，说说你的理由。

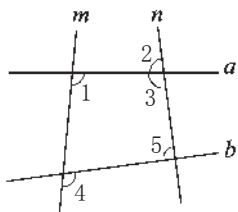
随堂练习

1. 如图。

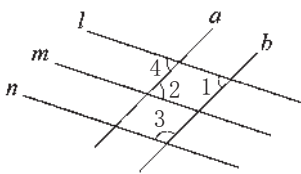
- (1) $\angle 1$ 与 _____ 是同位角；

(2) $\angle 5$ 与 _____ 是同旁内角;

(3) $\angle 2$ 与 _____ 是内错角.



(第1题)



(第2题)

2. 当图中各角分别满足下列条件时, 你能指出哪两条直线平行吗?

(1) $\angle 1 = \angle 4$;

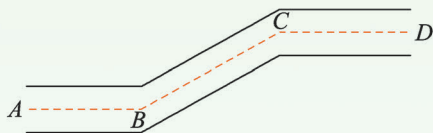
(2) $\angle 2 = \angle 4$;

(3) $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$.

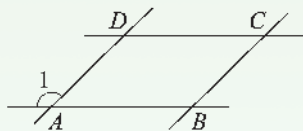
习题 7.4

知识技能

1. 如图, 一条街道的两个拐角 $\angle ABC$ 与 $\angle BCD$ 均为 150° , 街道 AB 与 CD 平行吗? 为什么?



(第1题)

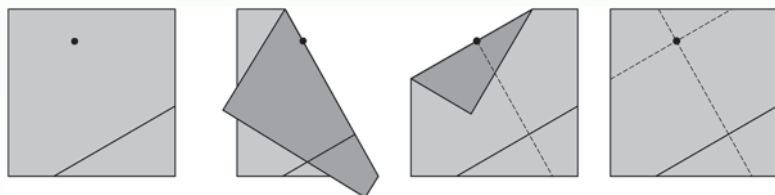


(第2题)

2. 如图, $\angle DAB + \angle CDA = 180^\circ$, $\angle ABC = \angle 1$, 直线 AB 与 CD 平行吗? 直线 AD 与 BC 呢? 为什么?

数学理解

3. 利用如图所示的方法, 可以折出“过已知直线外一点和已知直线平行”的直线. 你能说明其中的道理吗?



(1)

(2)

(3)

(4)

(第3题)

3 平行线的性质

如图 7-21，直线 a 与直线 b 平行.

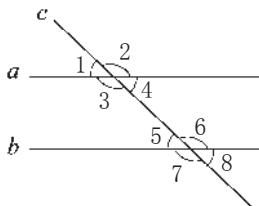


图 7-21

- (1) 测量同位角 $\angle 1$ 和 $\angle 5$ 的大小，它们有什么关系？图中还有其他同位角吗？它们的大小有什么关系？
- (2) 图中有几对内错角？它们的大小有什么关系？为什么？
- (3) 图中有几对同旁内角？它们的大小有什么关系？为什么？
- (4) 换另一组平行线试一试，你能得到相同的结论吗？

两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等.
两条平行直线被第三条直线所截，内错角相等.
两条平行直线被第三条直线所截，同旁内角互补.

分别简称为：两直线平行，同位角相等.

两直线平行，内错角相等.

两直线平行，同旁内角互补.

做一做

如图 7-22，一束平行光线 AB 与 DE 射向一个水平镜面后被反射，此时 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$.

- (1) $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 的大小有什么关系? $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 呢?
 (2) 反射光线 BC 与 EF 也平行吗?

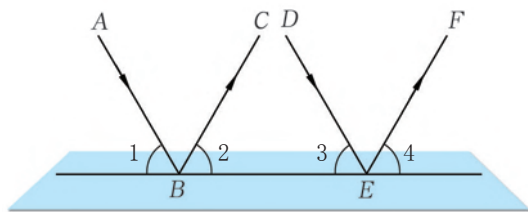


图 7-22



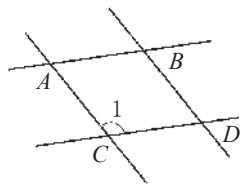
我是这样思考的:

- (1) 由 $AB \parallel DE$, 可以得到 $\angle 1 = \angle 3$. 由 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 可以得到 $\angle 2 = \angle 4$.
 (2) 由 $\angle 2 = \angle 4$, 可以得到 $BC \parallel EF$.

你能说明每一步的理由吗? 你是如何思考的? 与同伴交流.

随堂练习

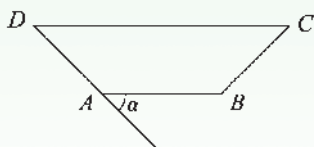
如图所示, $AB \parallel CD$, $AC \parallel BD$. 分别找出与 $\angle 1$ 相等或互补的角.



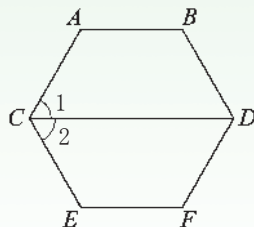
习题 7.5

知识技能

1. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle \alpha = 45^\circ$, $\angle D = \angle C$, 依次求出 $\angle D$, $\angle C$, $\angle B$ 的度数.



(第 1 题)

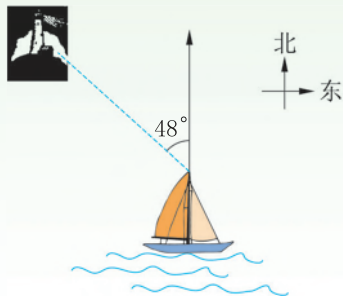


(第 2 题)

2. 如图, $AB \parallel CD$, $CD \parallel EF$, $\angle 1 = \angle 2 = 60^\circ$, $\angle A$ 和 $\angle E$ 各是多少度? 它们相等吗?

问题 解决

3. 从一艘船上测得灯塔的方向是北偏西 48° ，那么这艘船在灯塔的什么方向？



(第3题)

例1 如图 7-23.

(1) 若 $\angle 1 = \angle 2$ ，可以判断哪两条直线平行？
根据是什么？

(2) 若 $\angle 2 = \angle M$ ，可以判断哪两条直线平行？
根据是什么？

(3) 若 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，可以判断哪两条直线平行？
根据是什么？

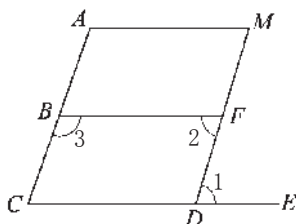


图 7-23

解：(1) $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是内错角，若 $\angle 1 = \angle 2$ ，则根据“内错角相等，两直线平行”，可得 $BF \parallel CE$ ；

(2) $\angle 2$ 与 $\angle M$ 是同位角，若 $\angle 2 = \angle M$ ，则根据“同位角相等，两直线平行”，可得 $AM \parallel BF$ ；

(3) $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是同旁内角，若 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，则根据“同旁内角互补，两直线平行”，可得 $AC \parallel MD$ 。

例2 如图 7-24， $AB \parallel CD$ ，如果 $\angle 1 = \angle 2$ ，那么 EF 与 AB 平行吗？说说你的理由。

解： EF 与 AB 平行。

因为 $\angle 1 = \angle 2$ ，

根据“内错角相等，两直线平行”，

所以 $EF \parallel CD$ 。

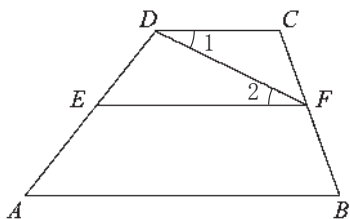


图 7-24

又因为 $AB \parallel CD$ ，
根据“平行于同一条直线的两条直线平行”，
所以 $EF \parallel AB$ 。

例 3 如图 7-25，已知直线 $a \parallel b$ ，直线 $c \parallel d$ ， $\angle 1 = 107^\circ$ ，求 $\angle 2$ ， $\angle 3$ 的度数。

解：因为 $a \parallel b$ ，
根据“两直线平行，内错角相等”，
所以 $\angle 2 = \angle 1 = 107^\circ$ 。
因为 $c \parallel d$ ，
根据“两直线平行，同旁内角互补”，
所以 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ ，
所以 $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 107^\circ = 73^\circ$ 。

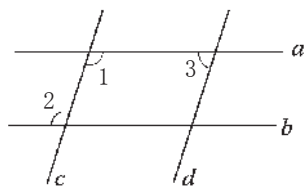


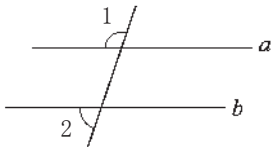
图 7-25

想一想

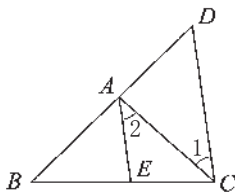
两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么内错角相等吗？同旁内角互补吗？

随堂练习

1. 如图，已知 $\angle 1 = 105^\circ$ ， $\angle 2 = 75^\circ$ ，你能判断 $a \parallel b$ 吗？



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图， $AE \parallel CD$ ，若 $\angle 1 = 37^\circ$ ， $\angle D = 54^\circ$ ，求 $\angle 2$ 和 $\angle BAE$ 的度数。

读一读

你听说过“坐地日行八万里^①”吗？这句话告诉我们地球的周长大约是8万里.可人们是怎么知道这个数据的呢？

大约在公元前200年，聪明的古希腊人埃拉托色尼（Eratosthenes，前275—前193）仅仅用一些数学知识，就测得了地球一周的总长.他用的数学知识你们也知道，其中包括：两条平行线被第三条直线所截，内错角相等.

埃拉托色尼发现，在当时的城市塞恩（图7-26中的A点），直立的杆子在某个时刻没有影子，而此时在500英里以外的亚历山大（图中的B点），直立的杆子的影子却偏离垂直方向 7.2° （图中 θ 角等于 7.2° ）.根据这个数据，埃拉托色尼算出地球一周的总长约等于25 000英里，这是因为 \widehat{AB} 的长 $\div 7.2 =$ 地球周长 $\div 360$ 的缘故，其中 \widehat{AB} 的长大约为500英里.

由于1英里约为1.6千米，所以地球的周长约为40 000千米，即80 000里.

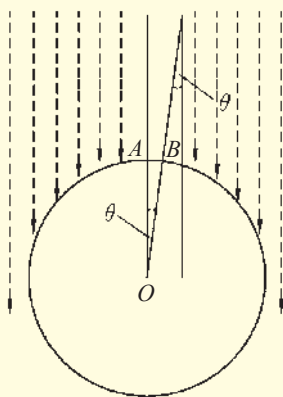
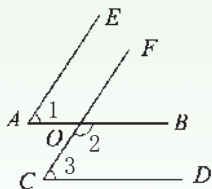


图 7-26

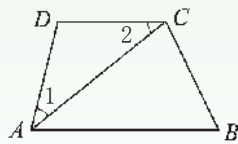
习题 7.6

知识技能

1. 如图， $\angle 1 = \angle 3 = 60^\circ$ ， $\angle 2 = 120^\circ$ ，可以判断哪些直线平行？说明理由.



（第1题）



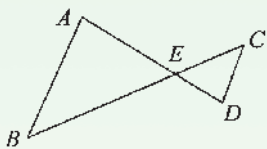
（第2题）

2. 如图，AC平分 $\angle BAD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，可以判断哪两条线段平行^②？说明理由.

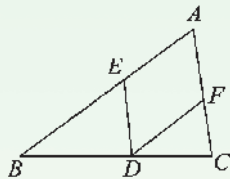
3. 如图， $AB \parallel CD$ ，AD与BC相交于点E， $\angle B = 50^\circ$ ，求 $\angle C$ 的度数.

① “里”是我国传统的一种长度单位，1里=500米.

② “线段平行”指线段所在直线平行.



(第3题)

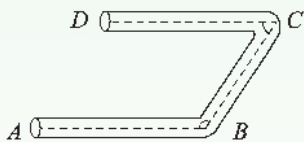


(第4题)

4. 如图, $AC \parallel ED$, $AB \parallel DF$, $\angle A = 64^\circ$, 求 $\angle EDF$ 的度数.

数学理解

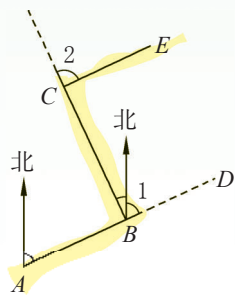
5. 如图, 一个弯形管道 $ABCD$ 的拐角 $\angle ABC = 115^\circ$, $\angle BCD = 65^\circ$, 这时管道所在的直线 AB 和 CD 平行吗? 为什么?



(第5题)

问题解决

6. 林湾乡要修建一条灌溉水渠, 水渠从 A 村沿北偏东 65° 方向到 B 村, 从 B 村沿北偏西 25° 方向到 C 村, 如图所示. 水渠从 C 村沿什么方向修建, 可以保持与 AB 的方向一致?



(第6题)

4 用尺规作角

如图 7-27, 要在长方形木板上截一个平行四边形, 使它的一组对边在长方形木板的边缘上, 另一组对边中的一条边为 AB .

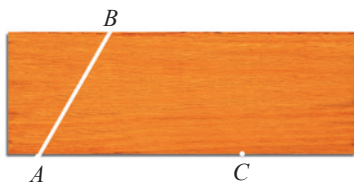


图 7-27

- (1) 请过点 C 画出与 AB 平行的另一边.
- (2) 如果只有一个圆规和一把没有刻度的直尺, 你能解决这个问题吗?

做一做

利用尺规, 作一个角等于已知角.

已知： $\angle AOB$.

求作： $\angle A'O'B'$ ，使 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.

作法与示范：

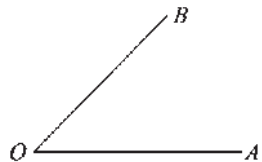


图 7-28

作法	示范
(1) 作射线 $O'A'$ ；	
(2) 以点 O 为圆心，以任意长为半径画弧，交 OA 于点 C ，交 OB 于点 D ；	
(3) 以点 O' 为圆心，以 OC 长为半径画弧，交 $O'A'$ 于点 C' ；	
(4) 以点 C' 为圆心，以 CD 长为半径画弧，交前面的弧于点 D' ；	
(5) 过点 D' 作射线 $O'B'$. $\angle A'O'B'$ 就是所求作的角.	

议一议

如图 7-29，已知 $\angle AOB$ ， $\angle EO'F$ ，利用尺规作图，比较它们的大小.

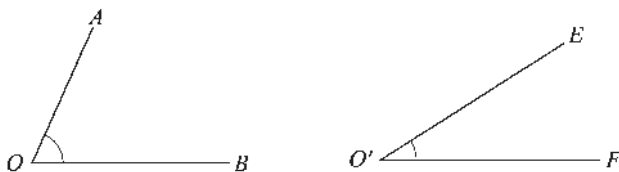
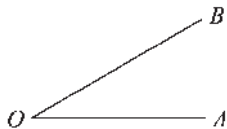


图 7-29

随堂练习

1. 已知 $\angle AOB$, 利用尺规作 $\angle A'O'B'$, 使 $\angle A'O'B' = 2\angle AOB$.



(第1题)

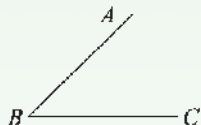
2. 利用尺规完成本节课开始时提出的问题.

习题 7.7

知识技能

1. 用尺规完成下列作图:

(1) 如图, 以点 B 为顶点, 射线 BA 为一边, 在 $\angle ABC$ 外再作一个角, 使其等于 $\angle ABC$.



(第1(1)题)

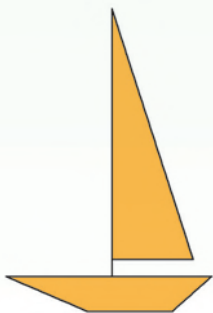
(2) 如图, 已知 $\angle\alpha$, $\angle\beta$, 求作一个角, 使它等于 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 的和.



(第1(2)题)

问题解决

2. 用尺规作出如图所示的图形.



(第2题)

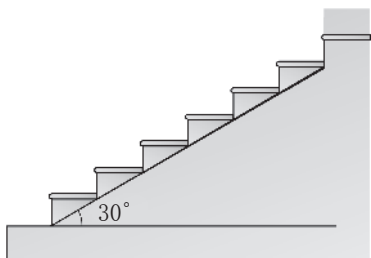
回顾与思考

1. 找出生活中的对顶角、互补的角与互余的角.
2. 理解垂线、垂线段的概念及点到直线的距离的意义.
3. 判断两条直线是否平行通常有哪些途径?
4. 平行线有哪些性质?
5. 怎样用尺规作一个角等于已知角?
6. 用自己的方式梳理本章的知识结构. 你是怎样想的? 与同伴进行交流.

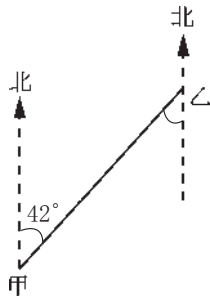
复习题

知识技能

1. 指出下图中的同位角、内错角、同旁内角, 以及互为余角的角、互为补角的角.



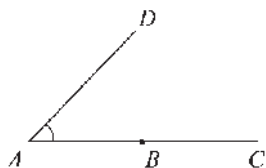
(第1题)



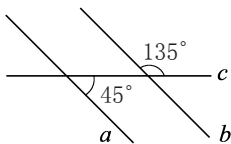
(第2题)

2. 如图, 在甲、乙两地之间要修一条笔直的公路, 从甲地测得公路的走向是北偏东 42° . 甲、乙两地同时开工, 若干天后公路准确接通. 乙地所修公路的走向是南偏西多少度? 为什么?

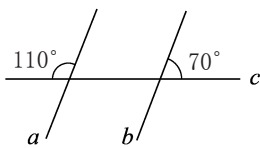
3. 如图, 以点 B 为顶点, 射线 BC 为一边, 利用尺规作 $\angle CBE$, 使得 $\angle CBE = \angle A$, BE 与 AD 一定平行吗?



(第3题)



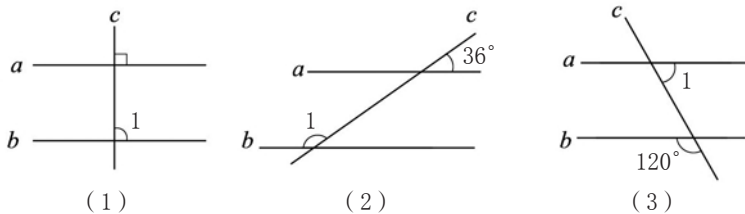
(1)



(2)

(第4题)

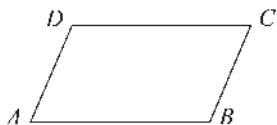
4. 如图，直线 a 与直线 b 平行吗？试着说明你的理由。
 5. 在下列各图中， $a \parallel b$ ，分别计算 $\angle 1$ 的度数。



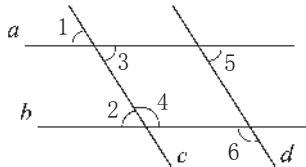
(第5题)

数学理解

6. 如图所示，如果 $\angle B$ 与 $\angle C$ 互补，那么哪两条线段平行？ $\angle A$ 与哪个角互补，可以保证 $AD \parallel BC$ ？



(第6题)

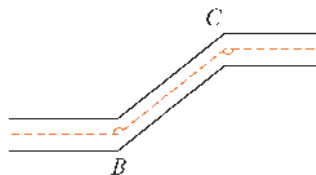


(第7题)

7. (1) 如图，如果 $a \parallel b$ ，找出图中各角之间的等量关系；
 (2) 要使 $c \parallel d$ ，那么需要哪两个角相等？

问题解决

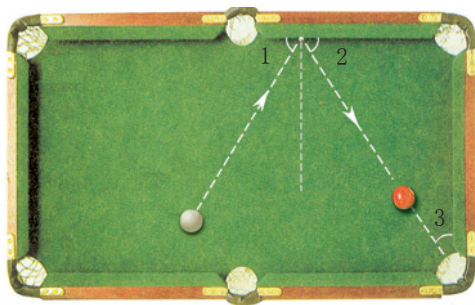
8. 如图，一条公路两次拐弯后，和原来的方向相同，第一次拐的角 $\angle B = 140^\circ$ ，那么第二次拐的角 $\angle C$ 是多少度？



(第8题)

9. 一个人从 A 地出发沿北偏东 60° 方向走到 B 地，再从 B 地出发沿南偏西 20° 方向走到 C 地，那么 $\angle ABC$ 是多少度？

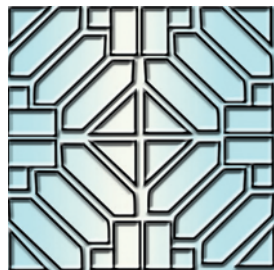
10. 如图所示，选择适当的方向击打白球，可以使白球反弹后将红球撞入袋中，此时 $\angle 1 = \angle 2$ ，并且 $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ 。如果 $\angle 3 = 30^\circ$ ，那么 $\angle 1$ 应等于多少度，才能保证红球能直接入袋？



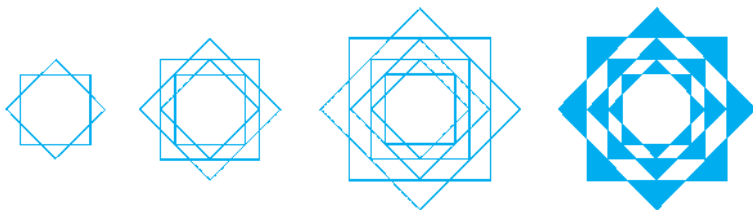
(第10题)

11. 如图是清代河南社旗县清山会馆中的窗棂图案的一部分. 观察其中有哪些平行的线, 你能再设计一种类似的窗棂图案吗?

※12. 从下面的第一个图出发, 通过不断地作平行线, 你就能得到一个美丽的图案. 你不妨自己试一试.



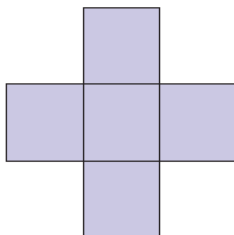
(第11题)



(第12题)

联系拓广

※13. 适当地剪几刀, 可以把图中的十字变成一个正方形. 有人说剪两刀就可以, 你相信吗? 不妨试试看.



(第13题)

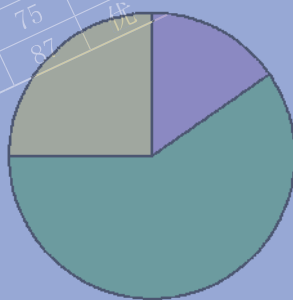
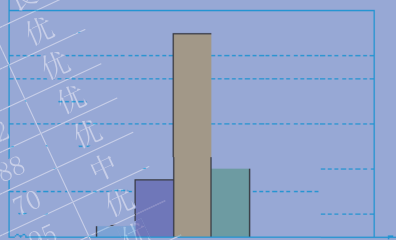
第八章 数据的收集与整理

生活中你见过类似的图表吗？你能读懂这些图表吗？

在日常生活中，我们经常要和数据打交道，你知道这些数据是如何获得的吗？杂乱的数据难以反映其中蕴涵的信息，我们需要整理并采用合适的统计图表示数据。不同的统计图在表示数据时各有什么特点？你能从统计图中获得哪些信息？

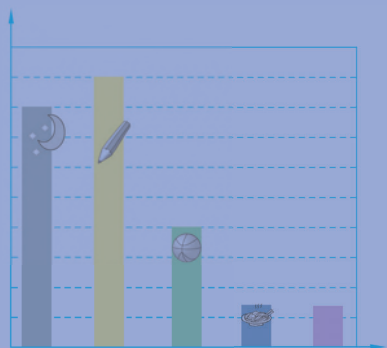
本章我们将经历调查的全过程，着重感受收集数据、整理和表示数据这几个环节。

学号	性别	身高/cm	入学成绩		
			语文	数学	英语
1	女	167	81	88	优
2	男	162	78	85	良
3	女	165	86	90	优
4	男	160	81	86	中
5	女	165	94	75	优
6	女	167	88	98	优
7	男	165	79	65	中
8	女	166	72	97	优
9	男	159	86	96	优
10	男	169	91	93	良
11	男	168	80	89	优
12	男	158	85	84	优
13	男	160	90	89	优
14	男	159	91	89	优
15	女	162	83	85	优
16	女	157	86	80	优
17	女	160	92	93	优
18	男	164	83	89	优
19	女	161	75	77	良
20	男	162	86	91	优
21	男	164	86	82	优
22	女	163	91	88	优
23	男	154	87	95	优
24	男	172	68	87	优
25	男	153	88	81	良
26	男	156	80	82	优
27	男	163	82	75	优
28	男	164	78	87	良
29	男	164	89	87	优
30	女	161	89	87	优



学习目标

- 经历统计活动的过程，形成用数据“说话”的意识
- 能结合具体情境，选择合适的方式获取数据
- 学会制作扇形统计图和频数直方图
- 能读懂各种统计图，选择合适的方式表示数据



1 数据的收集

2010年春，我国西南五省市遭受了特大的干旱，水资源问题成为全社会关注的热点。小颖和小明对水资源问题也很感兴趣，他们各自进行了调查。

小颖想了解她所在城市的用水量情况，于是她查找资料，得到了下面的统计图。

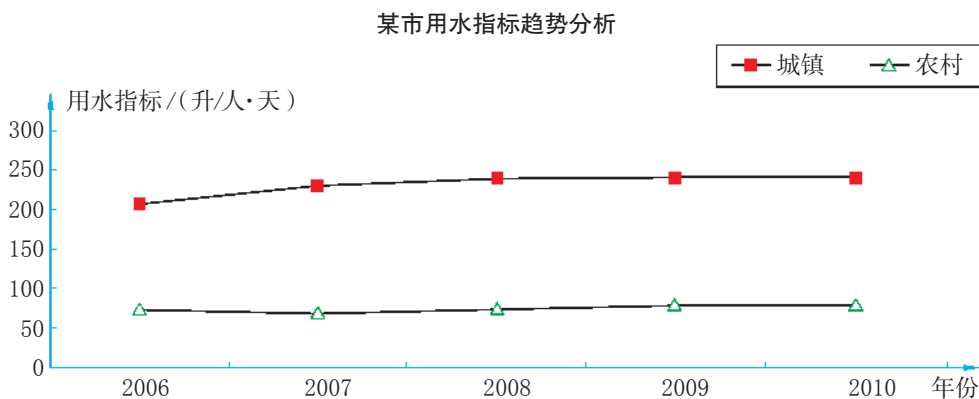


图 8-1

从小颖的统计图中，你能得到什么信息？

小明想了解周围的人是否具有节水的意识，于是他设计了一份简单的调查问卷，并到小区里随机调查了 40 人，他将部分调查结果制成了统计图。

小明的调查问卷：

调查问卷

年龄：_____岁

1. 你在刷牙时会一直开着水龙头吗？

A. 经常这样 B. 有时这样 C. 从不这样

2. 你会将用过的水另作他用吗？例如，用洗衣服的水拖地、冲厕所等。

A. 经常这样 B. 有时这样 C. 从不这样

小明绘制的统计图：

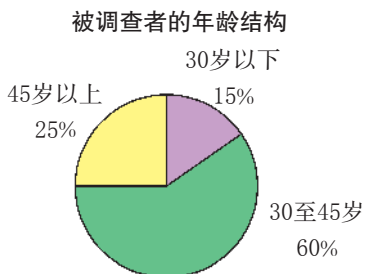


图 8-2

问题 1 中各年龄段选择“从不这样”的情况

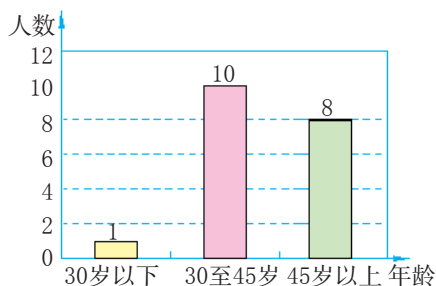


图 8-3

问题 2 中各年龄段选择“经常这样”的情况

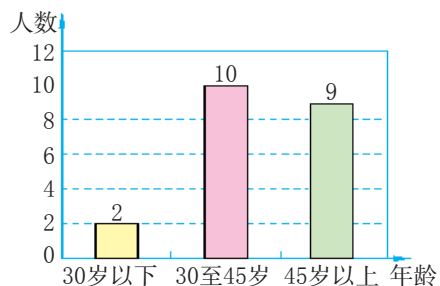


图 8-4

- (1) 在小明调查的 40 人中，各年龄段分别有多少人接受了调查？
- (2) 通过小明给出的调查数据，你认为哪个年龄段的人最具有节水意识？

做一做

请你用小明的调查问卷在全班做一个调查，收集问题 1 和问题 2 的调查结果，填入下表：

问题 1 的调查结果

选项	A. 经常这样	B. 有时这样	C. 从不这样
人数			

问题 2 的调查结果

选项	A. 经常这样	B. 有时这样	C. 从不这样
人数			

根据你的调查，你认为班级同学在节约用水方面做得怎样？

议一议

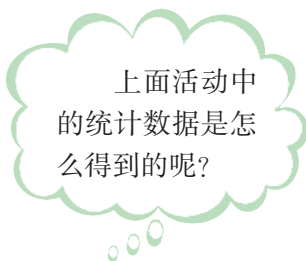
从事一个统计活动大致要经历哪些过程？

想一想

(1) 如果想了解我国水资源的总量、人均水资源占有量，你打算怎样获得这些数据呢？

(2) 为了得到“抛一枚均匀的硬币 50 次，出现国徽朝上的次数”，你打算如何收集这个数据？

(3) 获得数据的常用方式有哪些？

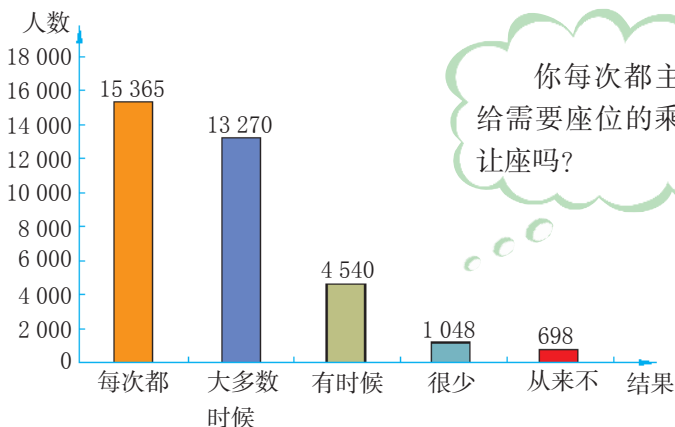


我们经常通过调查、试验等方式获得数据信息.

当调查或试验项目很大，我们个人无法完成时，还可以通过查阅报纸、相关文献或上网等方式，获得数据信息. 国家统计局的网站 (www.stats.gov.cn) 就是查资料的好地方. 当然你也可以利用搜索引擎，输入你需要的关键词查找资料.

随堂练习

有人针对乘公交车时是否主动让座做了一次调查，结果如下：



(1) 参与本次调查的人数是多少？

(2) “从来不让座的人”占调查总人数的百分比是多少？

(3) 根据以上的调查结果，你还能得到什么结论？

读一读

设计调查问卷

做调查时，有时需要我们自己设计调查问卷。问卷设计是否准确、科学，将直接影响数据收集的质量。那么，在设计调查问卷时，应注意什么呢？

一份问卷的设计往往包括问题的设计和答案的设计，我们先从问题的设计说起。

首先，问题的表述要清楚，避免使用含义不明确的词语。例如，“您是否经常看电视？”这一问题中，“经常”的标准是什么？不同的被调查者会有不同的理解，这样就影响了数据的质量。

其次，问题的表述不能太长，一个问题只能包含一个内容。问题太长容易引起被调查者的厌烦情绪，会降低问卷的回收率和有效率。包含的内容太多，则会使被调查者不知怎么回答。例如：“您喜欢乒乓球、足球、篮球吗？”这一问题就有明显的缺陷，因为有人可能只喜欢其中的一种或两种，回答“是”或“否”都不好，这时最好的方法就是把原问题分解成三个小问题。

另外，不要直接提敏感或隐私性问题，如“你家的存款有_____元？”如果确实需要了解，也要使用一些特殊的技巧来处理。比如，可以将问题设计成选择题，答案设计成分段的形式，这样会比直接提问要好一些。

还要说明的是，问题不能带有诱导性和倾向性，要保持客观中立。也就是说，问题不能流露出调查者本人的倾向和暗示，以免左右被调查者的回答。例如，“你是否赞成养狗以便更好地提高居家安全？”更容易引导被调查者回答“赞成养狗”，而“你是否赞成禁止养狗以预防狂犬病？”则有引导调查者回答“赞成禁止养狗”的倾向。

在答案设计时，也有几点要特别注意。

第一，答案要互斥。也就是说，一个问题所列出的全部答案必须互不相容，互不重叠，否则被调查者可能作出有重复内容的双重选择，影响调查结果。

第二，答案要穷尽。只有将全部可能的答案都列出，才能使每个被调查者有答案可选，不至于因为无合适的答案而放弃回答。为防止答案遗漏，有时可用“其他”作为弥补选项。

选一个主题，亲自设计一份调查问卷吧！

习题 8.1

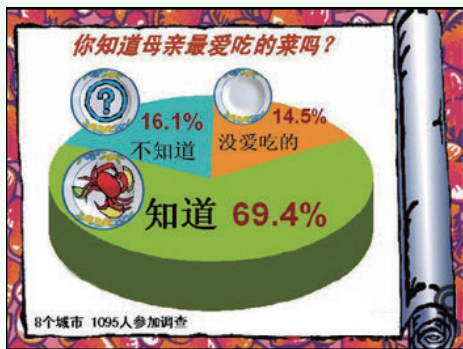
知识技能

1. 请你通过查阅资料的形式, 回答下列问题:

- (1) 地球上淡水资源占总水量的百分比是多少? 我国淡水资源的总量约为多少立方米? 人均多少立方米?
- (2) 从 1949 年中华人民共和国建立到现在, 我国进行过几次国庆大阅兵? 分别在哪些年份举行? 其中 60 周年国庆大阅兵分别有多少个徒步方队、装备方队和空中梯队受阅?

问题解决

2. 某年母亲节, 《东方时空》栏目组作了一个调查, 结果如图所示.



(第2题)

- (1) 从这幅图中, 你能得到什么信息? 有什么感想?
 - (2) 就这个问题, 对全班同学进行调查, 看看结果怎样.
3. 从 1984 年起, 我国先后参加了第 23 至 29 届夏季奥运会, 取得了骄人的成绩.
- (1) 查阅资料, 了解我国在历届夏季奥运会金牌榜上的排名, 以及所获金牌总数、奖牌总数、奖牌分布等情况;
 - (2) 你能从查阅到的图表中得到哪些信息? 你有什么感触? 与同学进行交流.
4. 调查全班同学在家做家务的现状. 注意明确你的调查内容和目的, 用适当的图表表示你的调查结果, 并说明你获得数据信息的方式.

2 普查和抽样调查

在上一节中，我们曾对全班同学的节水意识进行了调查，像这种为某一特定目的而对所有考察对象进行的全面调查叫做**普查**。其中，所要考察对象的全体称为**总体**（population），而组成总体的每一个考察对象称为**个体**（individual）。

例如，为了准确了解全国人口状况，我国每10年进行一次全国人口普查。当考察我国人口年龄构成时，总体就是具有中华人民共和国国籍并在中华人民共和国境内常住的人口的年龄，个体就是符合这一条件的每一个公民的年龄。

中国大陆31个省、自治区、直辖市和现役军人的人口年龄构成（2010年第六次全国人口普查）

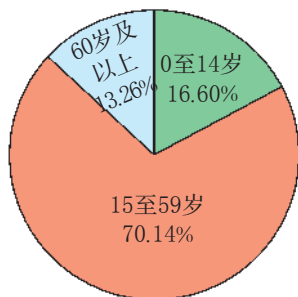


图 8-5

想一想

你能用普查的方式了解下面的信息吗？你准备如何调查？与同伴进行交流。

- (1) 全国中学生的节水意识；
- (2) 中央电视台春节联欢晚会的收视率；
- (3) 一批电视机的寿命。

普查可以直接获得总体的情况，但有时总体中个体数目较多，普查的工作量较大；有时受客观条件的限制，无法对所有个体进行普查；有时调查具有破坏性，不允许普查。这时，人们往往从总体中抽取部分个体进行调查，这种调查称为**抽样调查**（sampling investigation），其中从总体抽取的一部分个体叫做总体的一个**样本**（sample）。

例如，上一节中小明调查了40人的节水意识，就属于抽样调查。我国每5年进行一次全国1%人口的抽样调查，其中被抽取的1%人口就是全国人口的一个样本。

随堂练习

举例说明什么时候必须用普查的方式获取数据，什么时候可以用抽样调查的方式获取数据.

习题 8.2

知识技能

1. 下列调查中，分别采用了哪种调查方式？

(1) 为了了解你们班同学的身高，对全班同学进行调查；

(2) 为了了解你们学校学生的课外活动情况，对所有学号是 5 的整数倍的同学进行调查.

2. 下列抽样调查的总体和样本分别是什么？

(1) 为了估计今年果园中 500 株桃树的产量，从中抽取 10 株桃树的产量进行统计；

(2) 为了了解某风景区一年中每天的旅游人数，抽取 30 天中每天的旅游人数进行统计；

(3) 为了了解某一路口的汽车流量情况，交通部门对 10 天中每天在同一时间里通过该路口的汽车辆数进行统计.

数学理解

3. 设计一个方案，了解你校六年级学生的视力状况.

议一议

为了了解你所在地区老年人的健康状况，你准备怎样收集数据？

下面分别是小明、小颖、小彬三个小组的调查结果：

我们小组在公园里调查了 100 名老年人，他们一年中生病的次数如图 8-6 所示.



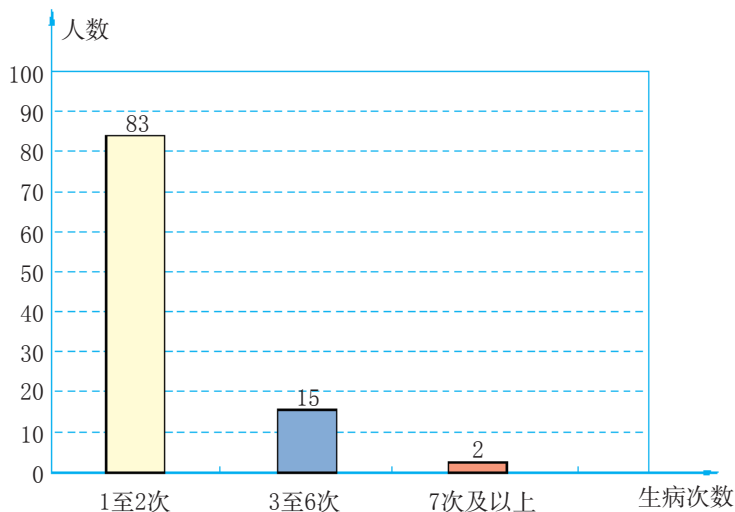


图 8-6



我们小组在医院调查了 100 名老年病人，他们一年中生病的次数如图 8-7 所示。



我们小组调查了 10 名老年邻居，他们一年中生病的次数如下表所示。

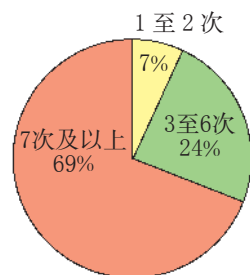


图 8-7

生病的次数	人数
1 至 2 次	4
3 至 6 次	5
7 次及以上	1

- (1) 你同意他们的做法吗？说说你的理由。
- (2) 为了了解该地区老年人的健康状况，你认为应当怎样收集数据？与同伴进行交流。
- (3) 小华利用派出所的户籍网随机调查了该地区 10% 的老年人，发现他们一年平均生病 3 次左右。你认为他的调查方式如何？

随机调查，就是按机会均等的原则进行调查，即总体中每个个体被选中的可能性都相等。这样的抽样方法是一种简单随机抽样。

想一想

抽样调查有什么特点？抽样时应注意什么？

抽样调查只考察总体的一部分个体，因此它的优点是调查范围小，节省时间、人力、物力和财力，但其调查结果往往不如普查得到的结果准确。为了获得较为准确的调查结果，抽样时要注意样本的代表性和广泛性。

随堂练习

1. 要调查下面的问题，你觉得用什么调查方式比较合理？
 - (1) 调查某种灯泡的使用寿命；
 - (2) 调查你们学校六年级学生的体重；
 - (3) 调查你们班学生早餐是否有喝牛奶的习惯。
2. 为了了解你们学校的学生是否吃早饭，下列这些抽取样本的方式是否合适？
 - (1) 早上 7:00 至 7:30 在校门口随机选择 50 名同学进行调查；
 - (2) 选择全校每个班级中学号是 5 和 15 的同学进行调查；
 - (3) 选择六(1)班全体学生进行调查。

读一读

大样本一定能保证调查结论准确吗

1936 年美国选举期间，《文学文摘》杂志向 1 000 万选民寄去了调查问卷，这些选民的名单是从电话簿、俱乐部名册以及杂志的订户中挑选的。结果在寄出的 1 000 万份调查问卷中，约有 240 万选民寄回了调查表。根据这部分选民的回答，《文学文摘》预测共和党的兰登将当选。选举当天的结果却完全出乎他们的意料，选民中只有 38% 的人投了共和党的票，而民主党的罗斯福以多数票当选。《文学文摘》采用了 1 000 万的巨大样本，为何会预测失败呢？

原来 20 世纪 30 年代是美国经济衰退的时期，那时能够安装电话、加入上流社会俱乐部或能订阅杂志的美国人，大部分支持共和党，也就是说，《文学文摘》选择的样本虽然巨大却存在偏差，样本不具有广泛性和代表性。

《文学文摘》的事例表明，抽样调查时既要关注样本的大小，又要关注样本的代

表性. 那是不是在样本具有代表性的情况下, 样本越大越好呢? 一般来说, 在样本具有代表性的情况下, 样本增大, 所得结果误差会减小. 但是当样本大到一定程度之后, 再增加样本, 精确度的增加却是微小的, 同时巨大的样本不仅耗资太大, 也不便于管理. 因此在进行抽样调查时, 关键在于精心设计抽样方案, 选择有代表性的样本, 这样, 只用较少的经费, 就可能作出接近真实情况的预测.

习题 8.3

知识技能

1. 为了完成下列任务, 你认为采用什么调查方式更合适?
 - (1) 了解你们班同学周末时间是如何安排的;
 - (2) 了解一批圆珠笔芯的使用寿命;
 - (3) 了解我国六年级学生的视力情况.
2. 电视台需要在本市调查某节目的收视率, 每个看电视的人都要被问到吗? 对一所中学学生的调查结果能否作为该节目的收视率? 你认为对不同地区、不同年龄、不同文化背景的人进行的调查结果会一样吗?

数学理解

3. 王叔叔准备买一台彩电, 他从报纸上得知上季度甲型号的彩电销售量比乙型号彩电销售量略高, 于是他决定买甲型号的彩电. 可是, 到了商店以后, 他观察了一会儿, 发现有3人买了乙型号的彩电, 只有1人买了甲型号的彩电. 他想一定是报纸弄错了, 于是也买了乙型号的彩电. 你认为一定是报纸弄错了吗?

问题解决

4. 在正式出版物中, 你认为“的”和“了”哪个汉字使用得多? 请你设计一个调查方案.
5. 我国自古就流传着“百家姓”, 现在哪个姓氏的人比较多呢?
 - (1) 在全班进行调查, 找出你们班最常见的三个姓氏, 它们是什么?
 - (2) 调查全校同学的姓氏情况, 你打算怎样调查? 写出你们学校最常见的三个姓氏;
 - (3) 通过查资料的方式, 看看全国最常见的三个姓氏是什么, 这个结果和你调查的全班姓氏情况、全校姓氏情况一致吗?

3 数据的表示

小明是校学生会体育部部长，他想了解现在同学们更喜欢什么球类运动，以便学生会组织受同学们欢迎的比赛。于是他设计了调查问卷，在全校每个班随机选取了 10 名同学进行调查，调查问卷及调查结果如下：

调查问卷

你最喜欢的球类运动是 ()。(单选)

A. 篮球 B. 足球 C. 排球 D. 乒乓球

E. 羽毛球 F. 其他球类运动 _____

最喜欢的球类运动	篮球	足球	排球	乒乓球	羽毛球	其他
人数	69	63	27	96	36	9

(1) 如果你是小明，你会组织什么比赛？你是怎样判断的？

(2) 喜欢篮球运动的人数占调查总人数的百分比是多少？喜欢足球运动的人数占调查总人数的百分比是多少？排球、乒乓球、羽毛球、其他球类运动的百分比呢？上述所有百分比之和是多少？

(3) 你能尝试用扇形统计图表示上述结果吗？

在扇形统计图中，每部分占总体的百分比等于该部分所对应扇形的圆心角的度数与 360° 的比。

根据上述小明的调查数据，可以按如下方法绘制扇形统计图：

(1) 计算各选项人数占调查总人数的百分比，并填在下表中：

	篮球	足球	排球	乒乓球	羽毛球	其他
百分比						

(2) 计算各个扇形的圆心角度数: 圆心角度数 = $360^\circ \times$ 该项所占的百分比.

	篮球	足球	排球	乒乓球	羽毛球	其他
对应的圆心角度数						

(3) 在图 8-8 中画出各个扇形, 并标上百分比.

扇形统计图可以直观地反映各部分在总体中所占的比例.

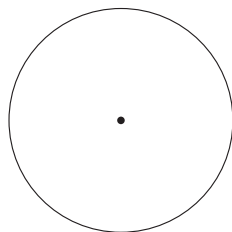
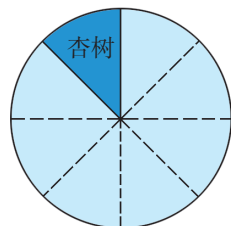


图 8-8

随堂练习

- 在幸福村的果园里, $\frac{1}{4}$ 的面积种植了梨树, $\frac{1}{2}$ 的面积种植了苹果树, $\frac{1}{8}$ 的面积种植了杏树, 其余的面积种植了桃树. 你能根据这些数据完成右面的幸福村果树种植面积扇形统计图吗?
- 根据下表制作扇形统计图, 表示各大洋面积占四大洋总面积的百分比.

幸福村果树种植面积统计图



(第 1 题)

四大洋的面积统计表

海洋名	面积/万平方千米
太平洋	17 967.9
大西洋	9 165.5
印度洋	7 617.4
北冰洋	1 475.0

- 借助计算器, 计算各大洋面积占四大洋总面积的百分比 (结果精确到 1%);
- 借助计算器, 计算各大洋面积对应的扇形圆心角的度数 (结果精确到 1°);
- 画出扇形统计图.

习题 8.4

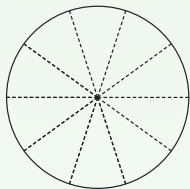
知识技能

1. 根据下面所给的数据, 完成扇形统计图.

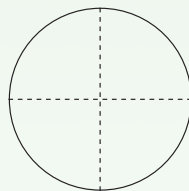
(1) 地球陆地面积约占地球总面积的 $\frac{3}{10}$, 海洋面积约占地球总面积的 $\frac{7}{10}$;

(2) 从总体上看, 中国山地多、平地少. 海拔在 500 m 以上的地区约占全国陆地总面积的 $\frac{3}{4}$; 海拔在 500 m 以下的约占 $\frac{1}{4}$.

地球海陆分布统计图



中国地形统计图



(第 1 题)

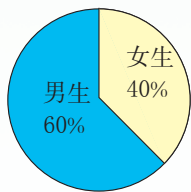
2. 乐山农场有 36 公顷田地, 用来种植玉米、花生和棉花. 去年这三种作物的种植面积和产值见下表:

作物名称	玉米	花生	棉花
种植面积 / 公顷	19.8	5.4	10.8
产值 / 万元	25.8	7.2	27.0

你能用扇形统计图表示这三种作物的种植面积和产值吗?

数学理解

※3. 某班男女生人数比例如图(1)所示, 如果用图(2)的正方形表示这个班全体人数, 你能在图(2)中直观地表示该班男女生人数的比例关系吗?



(1)



(2)

(第 3 题)

做一做

观察图 8-9，回答下列问题：

(1) 如果用整个圆表示总体，那么哪个扇形表示总体的 25%？

(2) 如果用整个圆表示你们班的人数，那么扇形 B 大约代表多少人？

(3) 如果用整个圆表示 9 公顷稻田，那么扇形 C 大约代表多少公顷稻田？

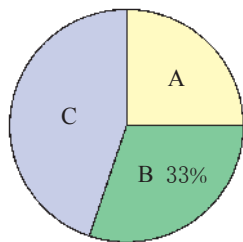


图 8-9

议一议

图 8-10 是甲、乙两家庭全年支出费用的扇形统计图. 根据统计图, 小明认为就全年食品支出费用来说, 乙家庭比甲家庭多. 你同意他的看法吗? 为什么?

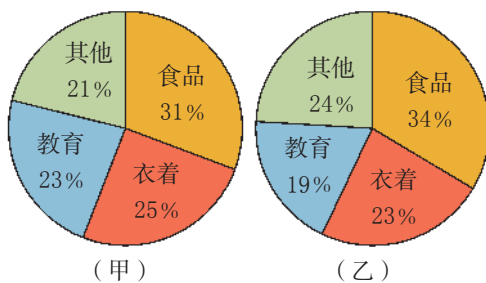


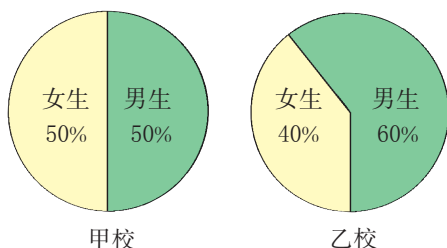
图 8-10

想一想

小明对全班 40 名学生进行了“你对哪些课程非常感兴趣”的调查，获得如下数据：语文 20 人，数学 25 人，英语 18 人，物理 10 人，计算机 34 人，其他 12 人. 他想用扇形统计图表示这些数据，却发现 6 项的百分比之和大于 1. 为什么会这样呢？

随堂练习

从下图所示的两个统计图中，你能看出哪一个学校的女生人数多吗？

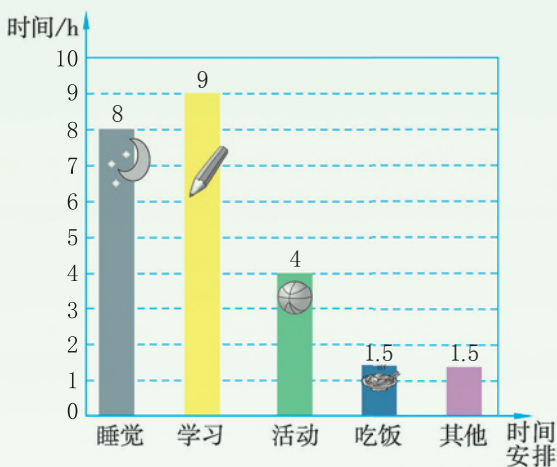


习题 8.5

知识技能

1. 小颖一天的时间安排统计情况如图所示.

- (1) 根据图中的数据制作扇形统计图, 表示小颖一天的时间安排;
- (2) 比较两幅统计图的不同;
- (3) 制作扇形统计图表示你一天的作息情况.

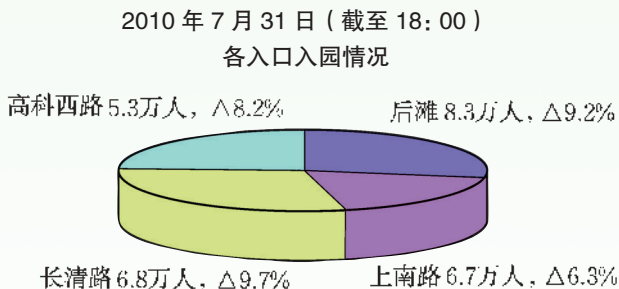


(第1题)

问题解决

2. 第41届世界博览会于2010年5月1日至2010年10月31日在上海举办, 其中7月31日(截至18:00), 经后滩、上南路、长清路、高科西路入园游客人数如图所示(数据来源: www.expo.cn).

(“ Δ ”表示和2010年7月30日(截至18:00)相比入园人数增加的百分比)



(第2题)

- (1) 2010年7月31日(截至18:00), 以上4个入口共有多少游客入园?
- (2) 2010年7月30日(截至18:00), 后滩入口约有多少游客入园?(结果精确到0.1万)
- (3) 假设游客在园区内的餐饮消费为人均40元, 请你设法估计: 园区内一个月(以30天计)的餐饮营业额大约是多少?
- (4) 从图中你还能获得哪些信息?

下表是某校六（2）班学生的入学信息表：

学号	性别	身高/ cm	入学成绩			学号	性别	身高/ cm	入学成绩		
			语文	数学	英语				语文	数学	英语
1	女	167	81	88	优	16	女	162	83	85	优
2	男	162	78	85	良	17	女	157	86	80	优
3	女	165	86	90	优	18	女	160	92	93	优
4	男	160	81	99	中	19	男	164	83	89	优
5	女	165	94	86	优	20	女	161	75	77	良
6	女	167	83	75	良	21	男	162	86	97	优
7	女	165	88	94	优	22	男	164	91	91	优
8	男	166	79	98	优	23	女	163	87	82	优
9	女	159	72	65	中	24	男	154	82	88	优
10	男	169	86	97	优	25	男	172	68	70	中
11	男	168	91	96	优	26	男	153	88	95	优
12	男	158	80	93	良	27	男	156	80	87	优
13	男	160	85	89	优	28	男	163	82	81	优
14	女	159	90	84	优	29	男	164	78	75	良
15	女	162	91	89	优	30	女	161	89	87	优

(1) 你能用恰当的统计图表示这个班的学生入学时的英语成绩吗？从你的图中能看出大部分学生处于哪个等级吗？成绩的整体分布情况怎样？

(2) 你能用恰当的统计图表示这个班的学生入学时的语文成绩吗？从你的图中能看出大部分学生处于哪个分数段吗？成绩的整体分布情况怎样？

对于(1)，小明采用了表格的形式，小颖采用了条形统计图：

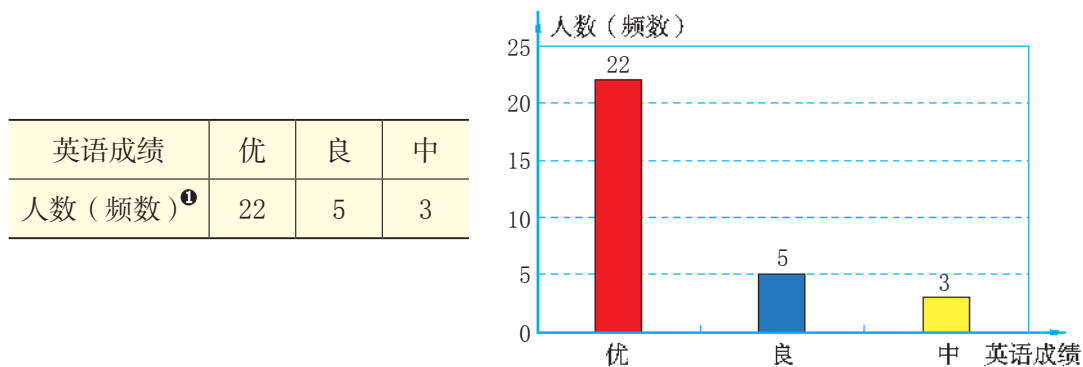


图 8-11

① 这里的“人数”表示优、良、中出现的频繁程度，因此也称为频数 (ab b t u e f r e q u a n y)。

对于(2),小明还想采用表格和统计图的方法,结果他觉得很复杂.

语文成绩/分	68	72	75	78	79	80	81	82	83
人数(频数)	1	1	1	2	1	2	2	2	3
语文成绩/分	85	86	87	88	89	90	91	92	94
人数(频数)	1	4	1	2	1	1	3	1	1

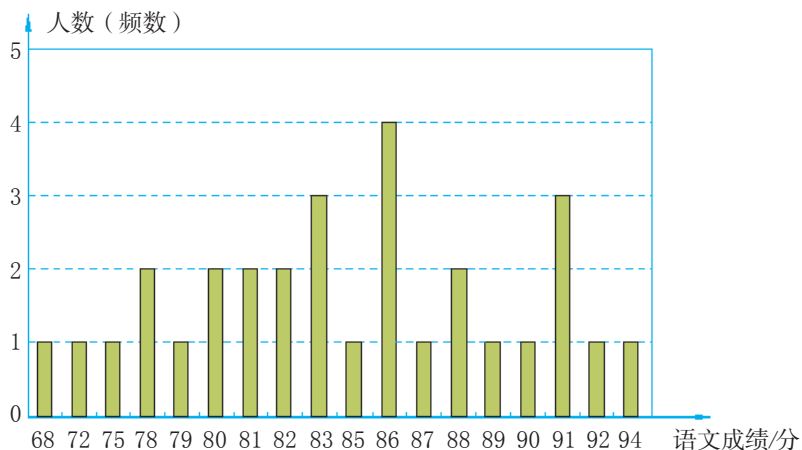


图 8-12

这时他借鉴英语成绩 的表示,将语文成绩按 10 分的距离分段,统计每个分数段的学生数:

语文成绩/分	60~70 ^①	70~80	80~90	90~100
人数(频数)	1	5	18	6

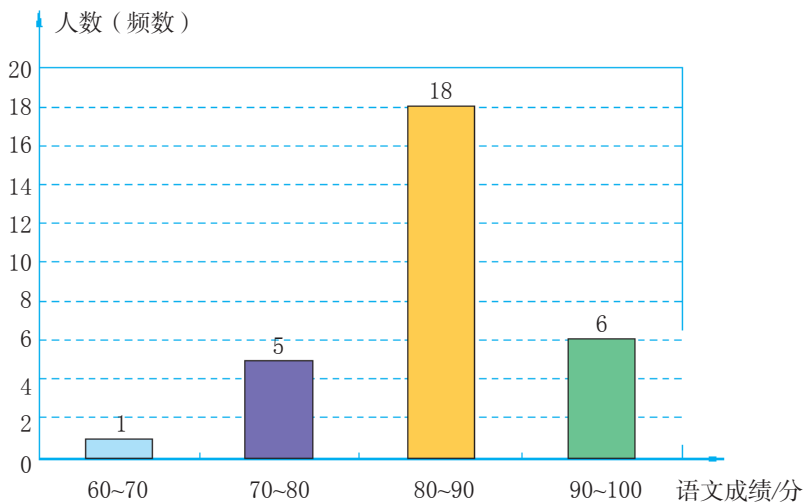


图 8-13

① 这里的 60~70 表示大于等于 60 同时小于 70. 本章类似的记号均表示这一含义.

你能明白小明的做法吗?

我们把图 8-13 的横轴略作调整, 得到图 8-14.

像这样的统计图称为频数直方图.

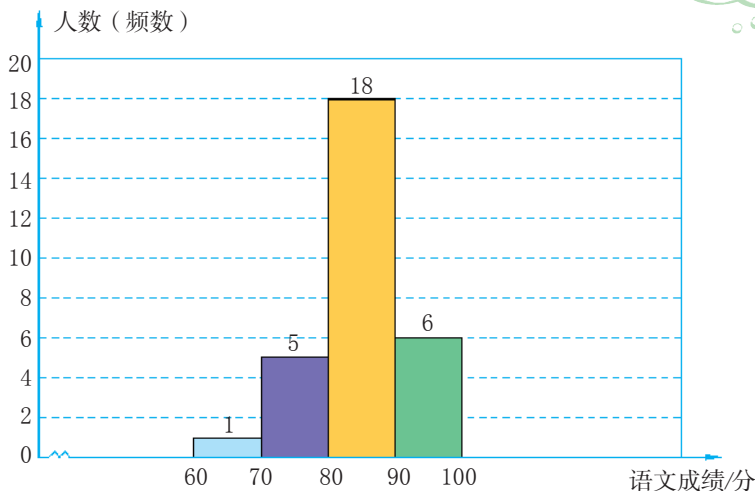


图 8-14

频数直方图是一种特殊的条形统计图, 它将统计对象的数据进行了分组, 画在横轴上, 纵轴表示各组数据的频数.

当样本数很大, 样本中数据的差距也比较大时, 频数直方图能更清晰、更直观地反映数据的整体状况.

做一做

请将本节课入学信息表中的数学成绩按 10 分分段, 用频数直方图表示.

随堂练习

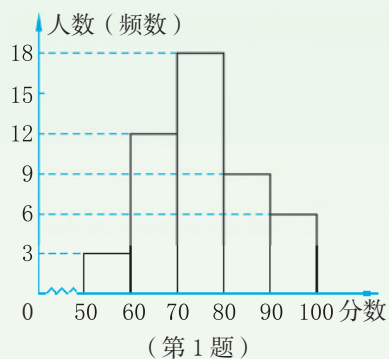
请将本节课入学信息表中的身高数据按 3 cm 分段, 用频数直方图表示.

习题 8.6

知识技能

1. 某地区随机抽调了一部分市民进行了一次法律知识测试, 将测试成绩 (得分取整数) 进行整理后分成五组, 并绘制成频数直方图:

- (1) 这次活动共抽取了多少人测试?
(2) 测试成绩的整体分布情况怎样?



2. 某同学调查了小区内 50 户家庭当年 10 月份的家庭用水量, 结果(单位: m^3)如下:

家庭用水量	4.0~5.5	5.5~7.0	7.0~8.5	8.5~10.0	10.0~11.5	11.5~13.0	13.0~14.5	14.5~16.0
家庭数	9	12	11	8	5	1	2	2

请你根据上述信息, 绘制相应的频数直方图.

问题 解决

3. (1) 设法收集你所在地区连续 30 天的空气污染指数;
(2) 空气质量等级划分如下:

空气污染指数	空气质量级别	空气质量状况
0 至 50	I	优
51 至 100	II	良
101 至 150	III 1	轻微污染
151 至 200	III 2	轻度污染
201 至 250	IV 1	中度污染
251 至 300	IV 2	中度重污染
大于 300	V	重污染

根据上述划分, 请将你收集到的数据制作成频数直方图.

当遇到大量的数据或数据连续取值时, 我们通常先将数据适当分组^①, 然后可以制作频数直方图直观地反映整体的分布状况.

^① 数据越多, 分的组数也就越多. 当数据在 100 以内时, 通常按照数据的多少, 分成 5 至 12 组.

例 为了了解某地区新生儿体重状况，某医院随机调取了该地区 60 名新生儿的出生体重，结果（单位：g）如下：

3 850 3 900 3 300 3 500 3 315 3 800 2 550 3 800 4 150 2 500
 2 700 2 850 3 800 3 500 2 900 2 850 3 300 3 650 4 000 3 300
 2 800 2 150 3 700 3 465 3 680 2 900 3 050 3 850 3 610 3 800
 3 280 3 100 3 000 2 800 3 500 4 050 3 300 3 450 3 100 3 400
 4 160 3 300 2 750 3 250 2 350 3 520 3 850 2 850 3 450 3 800
 3 500 3 100 1 900 3 200 3 400 3 400 3 400 3 120 3 600 2 900

将数据适当分组，并绘制相应的频数直方图，图中反映出这个地区新生儿体重状况怎样？

解：（1）确定所给数据的最大值和最小值：上述数据中最小值是 1 900，最大值是 4 160；

（2）将数据适当分组：最大值和最小值相差 $4\ 160 - 1\ 900 = 2\ 260$ ，考虑以 250 为组距（每组两个端点之间的距离叫组距）， $2\ 260 \div 250 = 9.04$ ，可以考虑分成 10 组；

（3）统计每组中数据出现的次数，见下表：

分组	1 750~ 2 000	2 000~ 2 250	2 250~ 2 500	2 500~ 2 750	2 750~ 3 000	3 000~ 3 250	3 250~ 3 500	3 500~ 3 750	3 750~ 4 000	4 000~ 4 250
人数 (频数)	1	1	1	3	9	7	15	10	9	4

（4）绘制频数直方图：

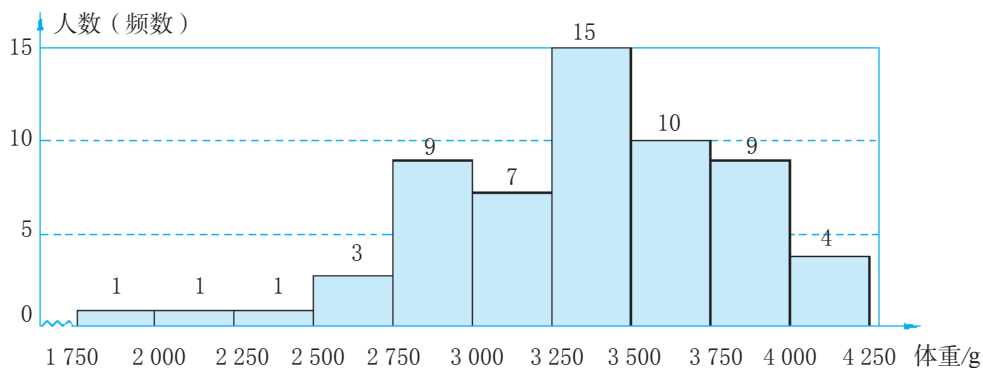


图 8-15

从图中可以看出这个地区新生儿体重在 3 250~3 500 g 的人数最多。

你还有其他的分组方式吗?

你的分组方式要能
反映新生儿出生体重的
整体情况哟!

议一议

制作频数直方图的大致步骤是什么?

做一做

- (1) 测量一下你 1 min 脉搏跳动的次数.
- (2) 汇总全班同学的数据, 制作频数直方图, 看看大多数同学 1 min 脉搏跳动的次数处于哪个范围.

随堂练习

在某公路上, 交警部门设置了雷达探测器监测汽车的行驶速度. 以下是交警部门某一天一段时间内记录的驶过该处的 30 辆汽车的行驶速度 (单位: km/h):

55	49	61	47	49	54	49	57	59	58
50	51	48	49	80	58	48	54	70	71
62	45	56	64	78	52	60	55	49	75

试将以上数据适当整理, 并绘制相应的频数直方图.

读一读

利用计算机制作统计图

利用计算机中的 Excel, 可以很方便地画出各种统计图.

以小颖一天的活动安排为例.

1. 打开 Excel, 在表格中输入相应的数据, 填写完毕后将其选中.
2. 点击菜单栏 | 插入 | 图表, 即出现如下的对话框:

	A	B	C	D	E	F
1	睡觉	学习	活动	吃饭	其他	
2		8	9	4	1.5	1.5
3						
4						
5						
6						
7						
8						

图 8-16



图 8-17

根据作图的需要，选择柱形图或饼图或其他需要的图表类型，点击完成，即可得到需要的统计图。

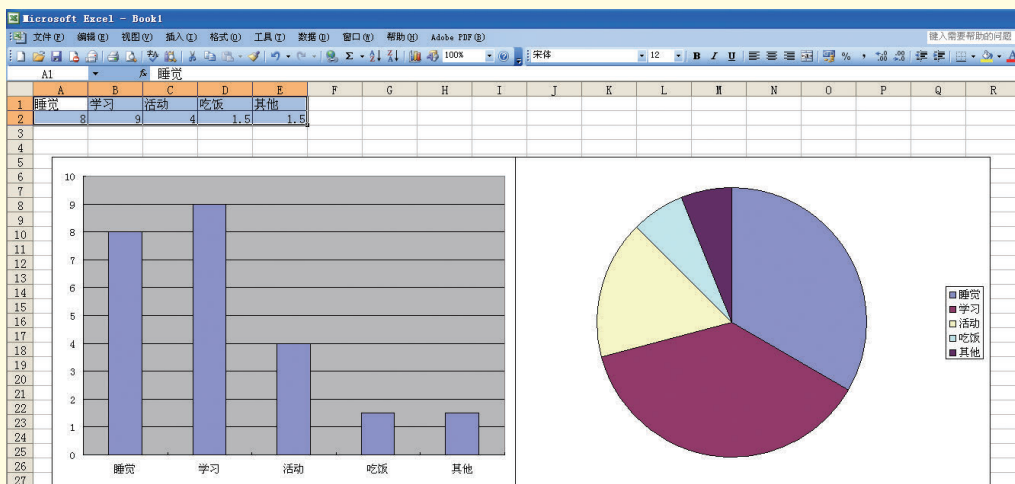


图 8-18

如有兴趣，请动手试试！

习题 8.7

知识技能

1. 银行在某储蓄所抽样调查了 50 名顾客，他们的等待时间（进入银行到接受受理的时间间隔，单位：min）如下：

15	20	18	3	25	34	6	0	17	24
23	30	35	42	37	24	21	1	14	12
34	22	13	34	8	22	31	24	17	33
4	14	23	32	33	28	42	25	14	22
31	42	34	26	14	25	40	14	24	11

将数据适当分组，并绘制相应的频数直方图。

问题 解决

2. 调查你们班同学出生时的体重（或身高），然后将数据适当分组，并绘制相应的频数直方图，看看你们班大多数同学出生时的体重（或身高）处于哪个范围。

4 统计图的选择

下面是某年某家报纸公布的反映人口情况的数据：

小明根据上面的数据制成了下面的统计图：

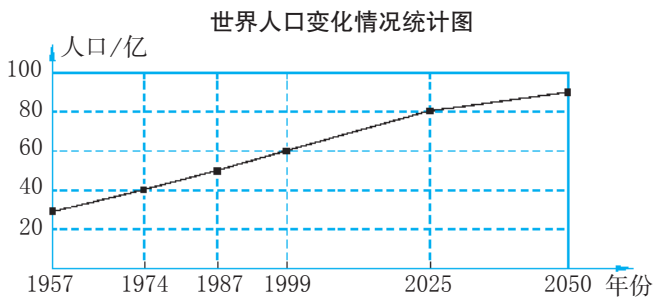
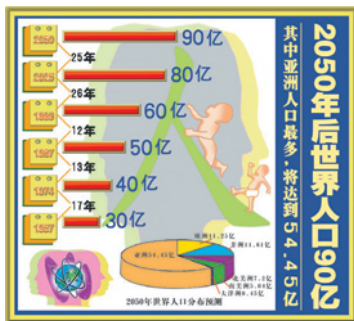


图 8-19



2050 年世界人口分布预测图

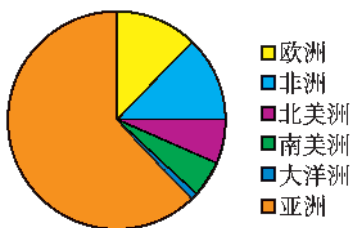


图 8-20

2050 年世界人口分布预测图

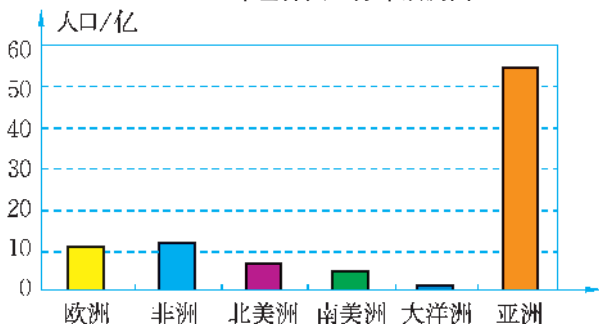


图 8-21

根据小明制作的统计图，回答下列问题：

- (1) 三幅统计图分别表示了什么内容？
- (2) 从哪幅统计图中你能看出世界人口的变化情况？
- (3) 2050年非洲人口大约将达到多少亿？你是从哪幅统计图中得到这个数据的？
- (4) 2050年亚洲人口比其他各洲的人口总和还要多，你从哪幅统计图中可以明显地得到这个结论？
- (5) 比较三种统计图的特点，并与同伴进行交流。

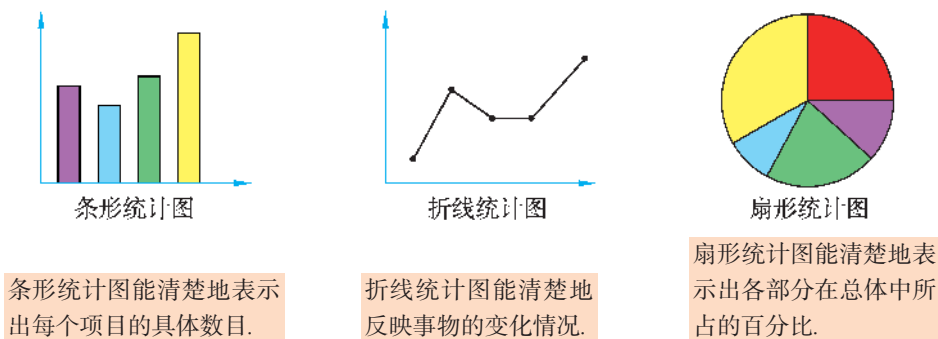


图 8-22

做一做

1. 某一家电卖场对其销售的空调情况进行了调查，得到了下面的信息：

2008年至2010年A, B, C三种品牌空调的销售量(单位:万台)

年份	A	B	C	其他品牌	总量
2008	1.7	1	0.8	4.5	8
2009	1.6	1.2	1.2	5	9
2010	1.55	1.45	2	5	10

请你制作适当的统计图表，反映下列信息：

- (1) 2008年至2010年，C品牌空调在这家卖场销售量的变化情况.
- (2) 2010年，A, B, C及其他品牌的空调在这家卖场的市场占有率情况.

2. 小明随机调查了他们学校 50 名同学这个月的家庭用水量，数据（单位： m^3 ）如下：

8	5.5	5	6.4	10	12.5	7.8	5	6.5	9
5	9.5	7.5	10.2	8.3	9.4	6.5	11	13.5	14
14.5	15	5.4	6.5	8.5	10.5	5	6.5	7.5	8.5
6	4.5	5	8.4	7.2	7	6.2	8	10	9
5.5	7.5	8	5.5	6.5	6	8.6	5	9.5	4.5

请你制作适当的统计图，反映这 50 名同学这个月家庭用水量的大致分布情况.

随堂练习

2008 年 5 月 12 日，我国四川汶川发生了里氏 8.0 级的地震，全国各地纷纷捐款捐物支援灾区. 从四川省人民政府每天下午 5:00 举行的新闻发布会上，得到如下信息：

	四川省财政收到的抗震救灾专项资金/亿元			四川省财政共向灾区调拨救灾应急资金/亿元
	中央财政下达救灾专项资金	各类捐款	合计	
截至5月18日	17.73	9.13	26.86	23.97
截至5月22日	35.83	10.99	46.82	56.02
截至5月26日	41.83	17.08	58.91	57.5

请你制作适当的统计图，反映下列信息：

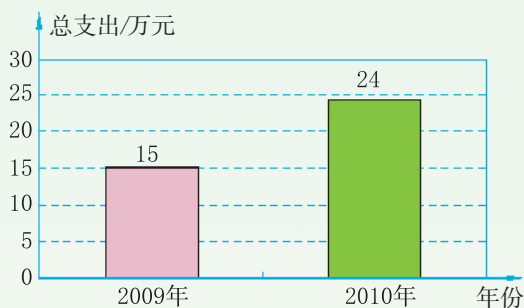
- 截至以上三天，四川省财政收到的抗震救灾专项资金的总数；
- 截至以上三天，四川省财政共向灾区调拨救灾应急资金的变化情况；
- 截至 5 月 22 日，中央财政下达救灾专项资金和各类捐款在四川省财政收到的专项资金中的比例情况.

习题 8.8

知识技能

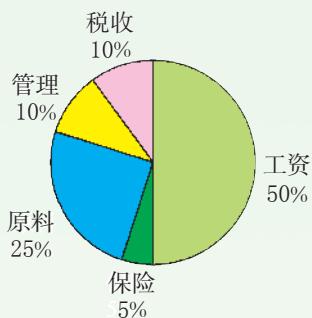
1. 某公司 2009 年和 2010 年的总支出情况如下：

某公司 2009 年和 2010 年总支出情况



(1)

某公司 2010 年总支出的分配情况



(2)

(第 1 题)

(1) 2010 年原料的支出金额是多少? 工资的支出金额是多少?

(2) 2009 年公司的工资支出占总支出的 60%, 2010 年与 2009 年相比, 公司在工资方面的支出金额是变多了还是变少了?

问题解决

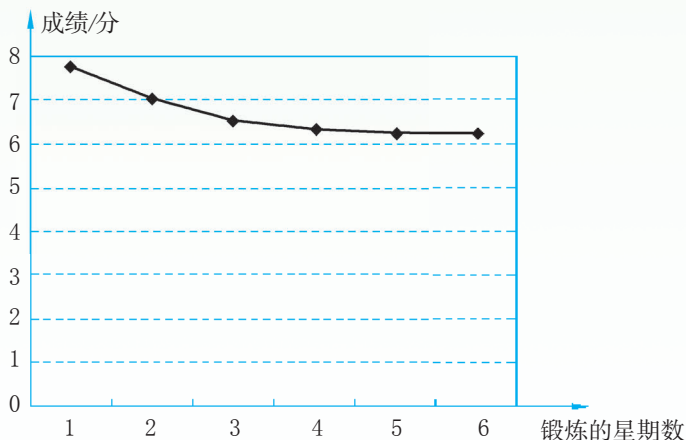
2. 为了提高长跑成绩, 小彬坚持锻炼并于每周日记录下 1 500 米的成绩:

小彬 1 500 米成绩变化统计表

锻炼的星期数	1	2	3	4	5	6
小彬的成绩	7 分 42 秒	7 分	6 分 30 秒	6 分 18 秒	6 分 12 秒	6 分 12 秒

如果要更清楚地看出小彬成绩的变化情况, 你选择统计图还是统计表? 如果要方便、准确地获得他锻炼 5 星期后的跑步成绩, 你会如何选择?

小彬 1 500 米成绩变化统计图



(第 2 题)

甲、乙两种品牌的食用油近几年的销售量和价格如下：

甲品牌食用油的年度销售量和价格

	2002 年	2006 年	2010 年
年度销售量/万瓶	150	180	210
该年度的单价/元	40	50	60

乙品牌食用油的年度销售量和价格

	2006 年	2008 年	2010 年
年度销售量/万瓶	160	180	200
该年度的单价/元	40	50	60

有人根据上面的统计表，制作出甲、乙两种品牌食用油的价格变化的折线统计图：

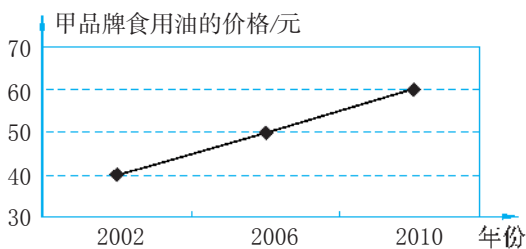


图 8-23

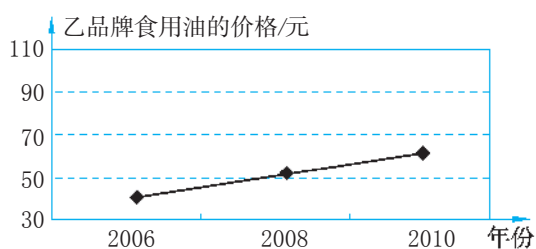


图 8-24

(1) 你认为哪一种品牌的食用油的价格增长较快？为什么？这与上面折线统计图给你的感觉一致吗？为什么图象会给人这样的感觉？

(2) 甲品牌食用油的销售人员将甲品牌食用油的销售信息制作成图 8-25 所示的条形统计图。请你在图 8-26 中画出甲品牌食用油的年度销售量的条形统计图。

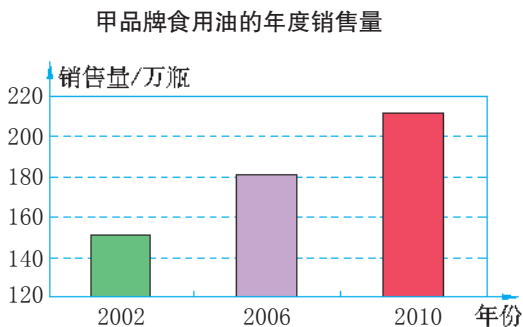


图 8-25

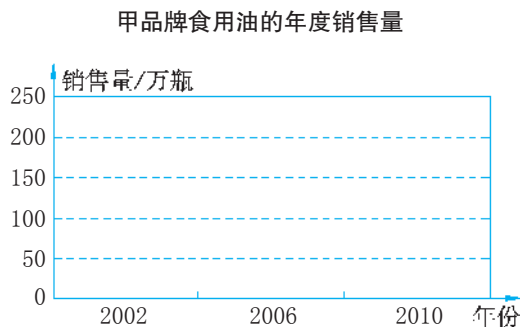


图 8-26

(3) 两幅条形统计图给你的感觉一样吗? 在甲品牌食用油销售人员画出的条形统计图中, 2010 年甲品牌食用油的年度销售量看上去是 2002 年的多少倍? 实际上呢?

议一议

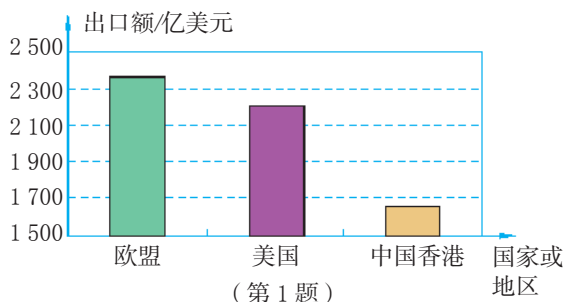
(1) 为了较直观地比较某两个统计量的变化速度, 绘制折线统计图时应注意什么?

(2) 为了较直观地反映几个统计量之间的比例关系, 绘制条形统计图时应注意什么?

随堂练习

1. 右图反映了我国 2009 年对三个国家或地区货物的出口额情况。(数据来源: www.tats.gov.cn)

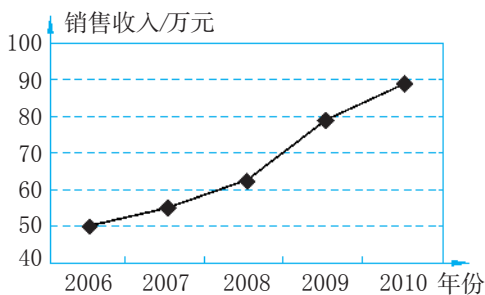
2009 年我国对三个国家或地区货物的出口额情况



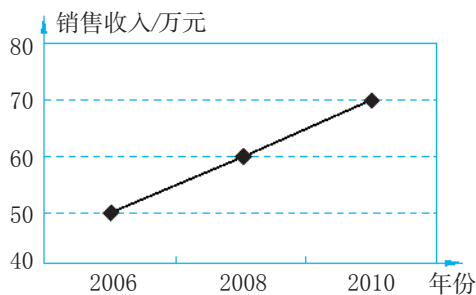
- (1) 直观地看这个条形统计图, 2009 年我国对哪个国家或地区货物出口额最大? 对哪个国家或地区货物出口额最小?
- (2) 最大的大约是最小的几倍? 图中所表现出的直观情况与此相符吗? 为什么?
- (3) 为了更为直观、清楚地反映我国对三个国家或地区货物出口额之间的比例关系, 应做怎样的改动?

2. 甲、乙两公司近年的销售收入情况如图所示.

甲公司近年的销售收入情况



乙公司近年的销售收入情况



(第 2 题)

哪家公司近年的销售收入的增长速度较快?

读一读

正确认识统计图表

统计图表中提供了大量的数据，它直观、形象，便于我们从中得到信息，但有时如果不细心分析，它也会使人们产生“错觉”。

例如，某市市场上有两种品牌的牛奶，2009年的市场调查表明：甲品牌牛奶的销售量为8 000 t，乙品牌牛奶的销售量为4 000 t。甲公司在其销售广告上印刷了下面的统计图，这个统计图给你的最初感觉如何？实际情况是这样吗？

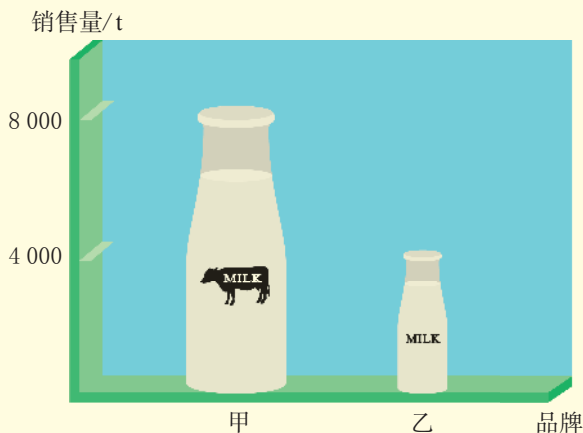


图 8-27

又如，下表是一个减肥产品的生产厂家在其减肥计划中用来宣传的数据。它显示了厂方的8名顾客减少的体重数。

顾客	A	B	C	D	E	F	G	H
减少的体重/kg	12.5	17	14.5	10	17.5	14	16	12

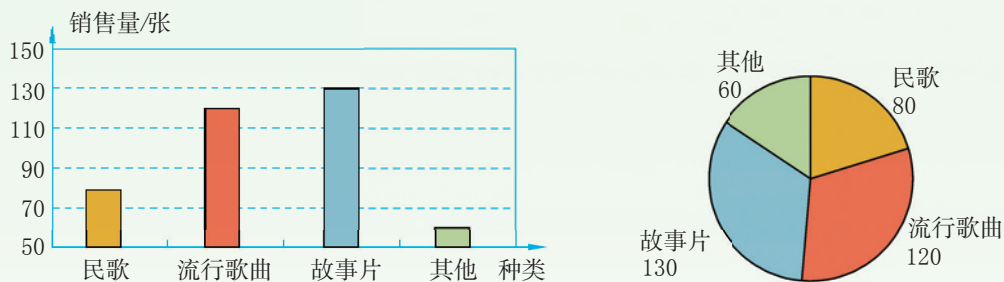
当你阅读这一表格中的数据时，你觉得这种减肥产品有效吗？是否还有些问题需要思考？例如，这一厂家是否只给出了体重减轻最多的8名顾客所减少的体重？他们是用多长时间来减掉这些体重的？他们开始执行计划时的体重是多少？……

有些时候，出于某些个人利益或商业利益或其他原因，呈现给大众的数据和图形很可能使人们产生“错觉”。我们可要好好读一读、想一想图表中的信息，分析数据，不要被所看到的表面现象迷惑。

习题 8.9

知识技能

1. 某音像制品店某一天各类唱片的销售情况如图所示.



(第1题)

- (1) 从条形统计图看, 民歌类唱片与流行歌曲唱片销售量之比大约是多少? 从扇形统计图看呢?
- (2) 要使读者清楚地看出各类音像制品的销售量之比, 条形统计图应做怎样的改动?

数学理解

2. 小明买某种冷饮, 发现今年的单价是 0.8 元, 而去年的单价是 0.5 元. 老板说: “这种冷饮仅涨了 0.3 元, 涨得不多. 有的冷饮从 3 元涨到了 4 元, 涨了 1 元呢!” 对于老板的说法, 你有什么想法?

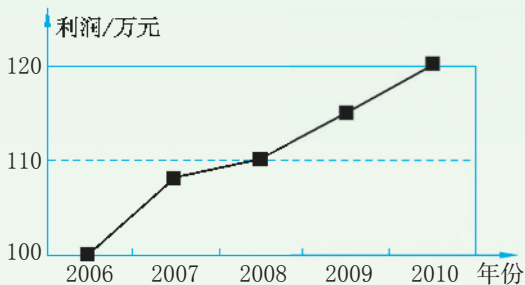
问题解决

3. 永昌公司最近 5 年的利润情况见下表:

年份	2006	2007	2008	2009	2010
利润/万元	100	108	110	115	120

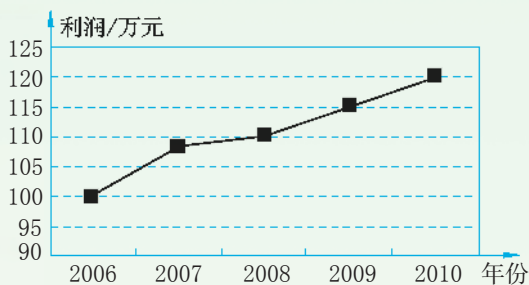
小明、小亮和小颖根据上述数据分别绘制了折线统计图.

永昌公司 2006 年至 2010 年利润情况统计图



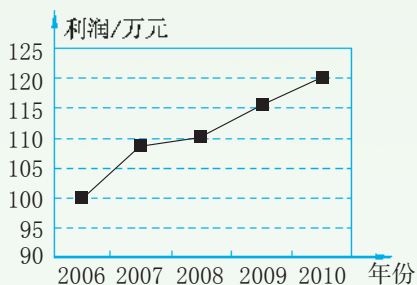
(小明)

永昌公司 2006 年至 2010 年利润情况统计图



(小亮)

永昌公司 2006 年至 2010 年利润情况统计图



(小颖)

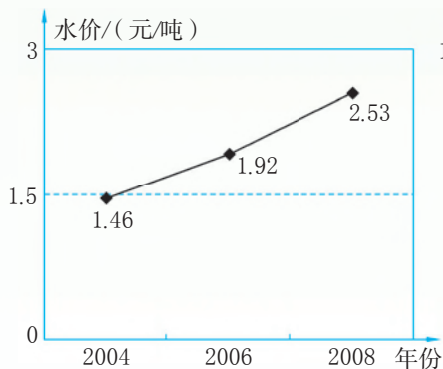
(第 3 题)

- (1) 在这三幅图中, 哪幅图更令人觉得永昌公司的效益蒸蒸日上?
- (2) 这三幅图所表示的数据相同, 但为什么给人不同的感觉?

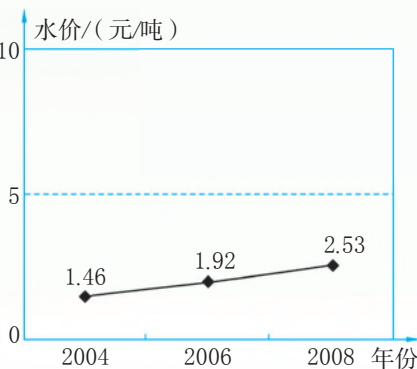
4. 某地近几年来自来水的价格 (单价: 元/吨) 如下:

年份	2004	2006	2008
水价/(元/吨)	1.46	1.92	2.53

如今该地自来水公司决定向物价部门申请涨价, 企业根据上述信息制作了统计图, 你觉得下面两幅图, 哪幅是自来水公司制作的?



(1)



(2)

(第 4 题)

回顾与思考

1. 说一说可以运用哪些方法获得数据.
2. 抽样调查时, 如何保证样本的代表性? 举例说明.
3. 说一说怎样制作扇形统计图和频数直方图.
4. 条形统计图、折线统计图、扇形统计图、频数直方图各有什么特点? 举例说明.
5. 统计图有时可能会使人产生“错觉”, 请举例说明. 为了直观地反映数据信息, 制作有关图表时应注意些什么?
6. 用自己的方式梳理本章的知识结构. 你是怎样想的? 与同伴进行交流.

复习题

知识技能

1. 为了完成下列任务, 你认为采用什么调查方式更合适?
 - (1) 了解一沓钞票中有没有假钞;
 - (2) 了解一批西瓜是否甜;
 - (3) 了解你们班学生是否喜欢科普类书籍.
2. 学校需要了解有多少学生已经患上近视, 下面哪些抽样方式是合适的? 说明你的理由.
 - (1) 在学校门口通过观察统计有多少学生戴眼镜;
 - (2) 在低年级学生中随机抽取一个班进行调查;
 - (3) 从每个年级的每个班级都随机抽取几名學生进行调查.
3. 某部门统计了某地 1 000 名 18 周岁以上的成年男子的身高, 得到如下数据:

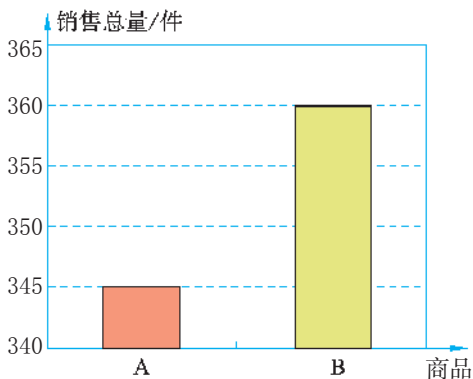
身高/cm	频数	身高/cm	频数
小于150	6	175~180	180
150~155	23	180~185	110
155~160	65	185~190	47
160~165	130	190~195	15
165~170	203	195~200	3
170~175	218		

根据上述数据, 绘制频数直方图.

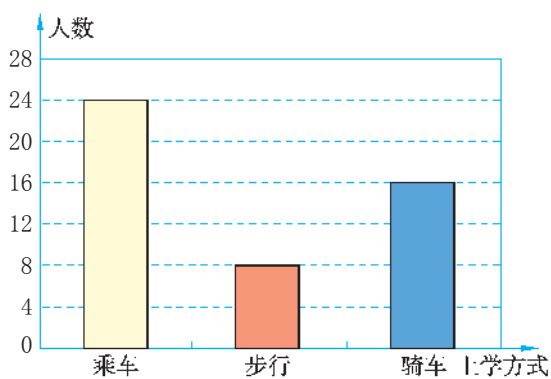
4. A, B 两种商品在一段时间内的销售总量如图所示.

(1) A, B 两种商品的销售总量各是多少? 相差多少?

(2) 统计图给你的感觉和上述结果一样吗? 如果不一样, 你知道其中的原因吗?



(第4题)



(第5题)

5. 某班同学上学方式的条形统计图如图所示.

(1) 这个班共有多少名学生?

(2) 根据条形统计图, 制作相应的扇形统计图;

(3) 从上述两个统计图中, 分别可以获得哪些信息?

6. 甲、乙两城市月降水量 (单位: mm) 统计表如下:

月份	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
甲市	5	15	20	20	60	140	185	200	60	35	15	10
乙市	25	40	55	140	300	430	310	410	320	120	35	25

(1) 根据上面的统计表, 制作一幅适当的统计图表示两个城市降水量的变化;

(2) 根据制作的统计图回答下列问题:

① 哪个城市一年降水量的变化幅度较大?

② 从总体上看, 两个城市的月降水量之间最明显的差别是什么?

③ 甲、乙两市在哪个月份的降水量相差最大? 相差多少?

数学理解

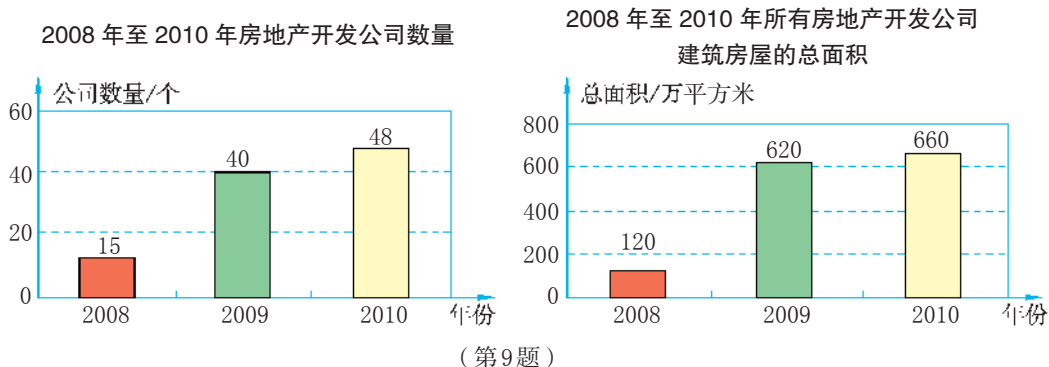
7. 电视台为了调查某一节目的收视率, 找了一些该节目的热心观众来作为调查的对象, 用这样的方式得到的收视率准确吗? 与实际收视率相比结果会怎样?

8. 小明在 A 班随机询问了 30 名不同的同学, 其中有 10 人患有近视; 他又在同年级的 B 班询问了 2 名同学, 发现其中有 1 人患有近视. 于是他认为 B 班的近视率比 A 班高, 你同意他的观点吗?

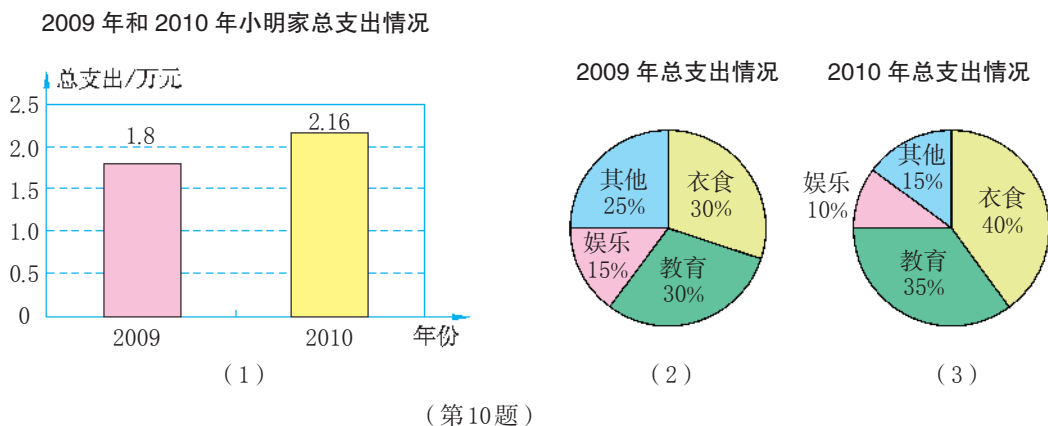
问题解决

9. 某市对老城进行改造, 根据 2008 年至 2010 年的发展情况, 制作了下列两个统计图. 根据统计图回答下列问题:

- (1) 2008 年各个房地产公司建筑房屋的平均面积是多少? 2009 年呢? 2010 年呢?
- (2) 根据统计图中的数据, 你还能得到什么信息?



10. 小明家 2009 年和 2010 年的家庭支出如图所示.

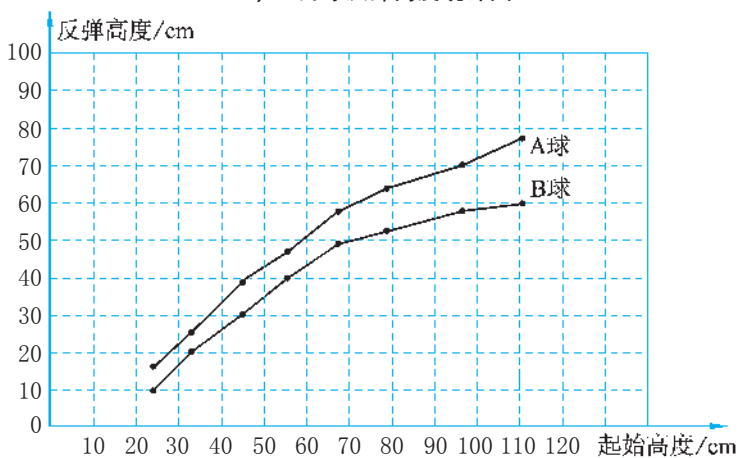


- (1) 2010 年总支出比 2009 年增加了多少万元? 增加的百分比是多少?
- (2) 2009 年衣食方面支出的金额是多少? 教育方面支出的金额是多少?
- (3) 2010 年娱乐方面支出的金额比 2009 年增加了还是减少了? 变化了多少?

※ 11. 如图所示是 A, B 两球从不同高度自由下落到地面后反弹高度的统计图.

- (1) 比较两个球反弹高度的变化情况, 哪个球的弹性大?
- (2) 如果两个球下落的起始高度继续增加, 那么你认为 A 球的反弹高度会继续增加吗? B 球呢?
- (3) 分别比较 A 球、B 球的反弹高度和起始高度, 你认为反弹高度会超过起始高度吗?

A, B 两球反弹高度统计图

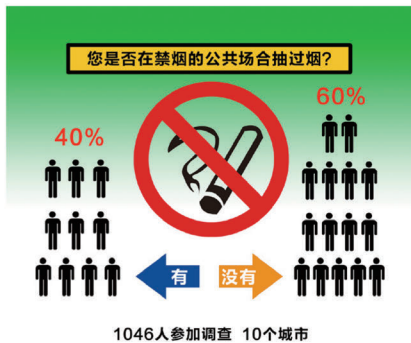
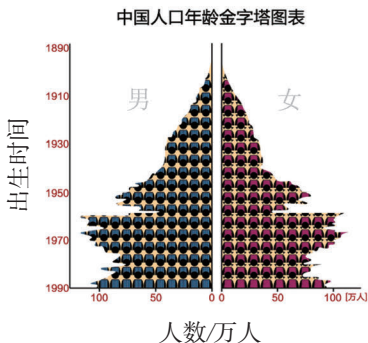


(第 11 题)

- ※ 12. 如果你们学校需要建造新的自行车停车棚, 至少需要多大面积? 解决这个问题你需要哪些数据? 你准备如何收集这些数据?
13. 某校百年校庆, 计划制作橙色、红色、蓝色、白色、黄色五种颜色的文化衫分发给学生. 为此调查了该校部分学生, 以决定制作各种颜色文化衫的数量. 如果你们学校搞活动也准备分发文化衫, 你能开展调查, 以帮助学校决定各种颜色文化衫的制作数量吗?
14. 你喜欢气球吗? 你喜欢什么颜色的气球? 你能进行一次调查, 以帮助气球生产厂家确定各种颜色气球的生产比例吗? 几人组成一个调查小组.
- (1) 讨论下面几个问题: 调查的目的、问题、对象是什么? 选择怎样的调查方式? 样本如何选取? 调查所得数据如何处理?
- (2) 制定一个调查方案, 展开调查;
- (3) 将各组的调查方案和调查结果在全班交流, 讨论调查的一般步骤和抽样调查中的注意事项, 并撰写一份调查报告, 给有关厂家提供适当的信息.

联系拓广

15. 你能读懂下面的统计图吗? 它们和你学过的统计图相比有什么特点?



(第 15 题)

你能将你调查的全班同学在家做家务活的结果用比较形象的统计图表示出来吗?



关注人口老龄化

你知道人口老龄化吗？按照国际通行的标准，当一个国家或地区60岁以上老年人口占人口总数的10%，或65岁以上老年人口占人口总数的7%，即意味着这个国家或地区进入老龄化社会。目前，全世界60岁以上老年人口总数已达6亿，有60多个国家的老年人口达到或超过人口总数的10%，进入了人口老龄化社会行列。我国有许多城市已进入老龄化社会。



议一议

- (1) 你了解自己所在的社区老年人所占的比例吗？
- (2) 你想关注老年人生活中的哪些问题呢？
- (3) 你想通过什么方式获得相关信息？

做一做

以小组为单位完成下列活动：

- (1) 确定调查主题，讨论需要收集的数据和信息。
- (2) 制订调查方案，参与全班交流。
- (3) 完善调查方案，拟定报告框架，明确组员分工。
- (4) 以小组为单位，到社区做一些公益活动，结合你的主题展开调查，收集相关数据。
- (5) 对调查数据进行处理和分析，形成调查报告。

小组分别汇报各自的调查主题、收集数据的主要过程和相关结论。



议一议

根据所得到的数据，你还能提出什么问题？在数据收集和处理过程中，你有哪些收获和体会？关于人口老龄化你还想知道哪些问题？



习题

以小组为单位，选择适当的主题展开调查，并对调查数据进行处理与分析，撰写一份调查报告。

附：关于“人口老龄化”的调查报告

问卷编号_____

_____年____月____日

调查主题			
调查对象			
调查时间		调查地点	
人员分工			
调查内容			
调查结论			

第九章 变量之间的关系

观察下图，你能大致地描述青春期男女生平均身高的变化情况吗？你的身高在平均身高之上还是之下？你能估计自己 18 岁时的身高吗？

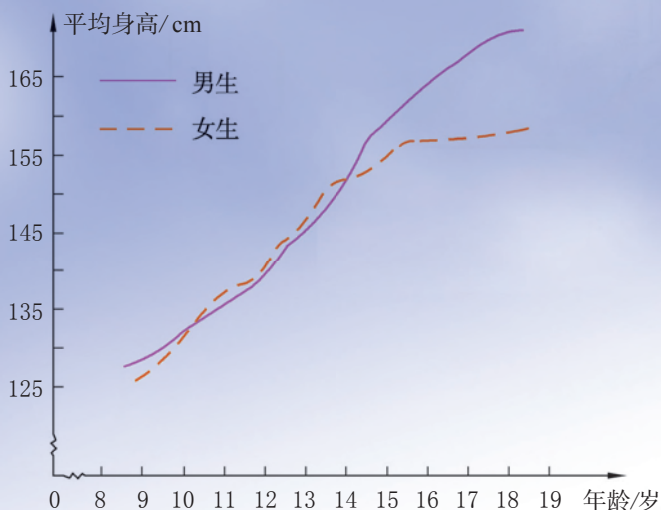
我们生活在一个变化的世界中，时间、温度，还有你的身高、体重都在悄悄地发生变化。从数学的角度研究变化的量，讨论它们之间的关系，将有助于我们更好地了解自己、认识世界和预测未来。

在本章，你还要学习到很多有用或有意思的变化，如骆驼体温的变化、潮汐的变化、记忆遗忘的规律、人口变化的规律等。

学习目标

- 感受生活中存在的变量之间的依赖关系
- 能读懂以不同方式呈现的变量之间的关系
- 能用适当的方式表示实际情境中变量之间的关系，并进行简单的预测

青春期男女生身高曲线



1 用表格表示变量之间的关系



王波学习小组利用同一块木板，测量了小车从不同高度沿斜放的木板从顶部下滑到底部所用的时间，得到如下数据：

表 1

支撑物高度/cm	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
小车下滑时间/s	4.23	3.00	2.45	2.13	1.89	1.71	1.59	1.50	1.41	1.35

- (1) 支撑物高度为 70 cm 时，小车下滑时间是多少？
- (2) 如果用 h 表示支撑物高度， t 表示小车下滑时间，随着 h 逐渐变大， t 的变化趋势是什么？
- (3) h 每增加 10 cm， t 的变化情况相同吗？
- (4) 估计当 $h = 110$ cm 时， t 的值是多少. 你是怎样估计的？
- (5) 随着支撑物高度 h 的变化，还有哪些量发生变化？哪些量始终不发生变化？

议一议

我国从 1949 年到 2009 年的人口统计数据如下（精确到 0.01 亿）：

表 2

时间/年	1949	1959	1969	1979	1989	1999	2009
人口/亿	5.42	6.72	8.07	9.75	11.07	12.59	13.35

(1) 如果用 x 表示时间, y 表示我国人口总数, 那么随着 x 的变化, y 的变化趋势是什么?

(2) 从 1949 年起, 时间每向后推移 10 年, 我国人口是怎样变化的?

在表 1 中, 支撑物高度 h 和小车下滑时间 t 都在变化, 它们都是变量 (variable). 其中 t 随 h 的变化而变化, h 是自变量 (independent variable), t 是因变量 (dependent variable).

在这一变化过程中, 小车下滑的距离 (木板长度) 一直没有变化. 像这种在变化过程中数值始终不变的量叫做常量 (constant).

在表 2 中, 我国人口总数 y 随时间 x 的变化而变化, x 是自变量, y 是因变量.

借助表格, 我们可以表示因变量随自变量的变化而变化的情况.

随堂练习

- 生活中有哪些例子反映了变量之间的关系? 与同伴进行交流.
- 研究表明, 当钾肥和磷肥的施用量一定时, 土豆的产量与氮肥的施用量有如下关系:

氮肥施用量/(千克/公顷)	0	34	67	101	135	202	259	336	404	471
土豆产量/(吨/公顷)	15.18	21.36	25.72	32.29	34.03	39.45	43.15	43.46	40.83	30.75

(1) 上表反映了哪两个变量之间的关系? 哪个是自变量? 哪个是因变量?

(2) 当氮肥的施用量是 101 千克/公顷时, 土豆的产量是多少? 如果不施氮肥呢?

- (3) 根据表格中的数据, 你认为氮肥的施用量是多少时比较适宜? 说说你的理由;
- (4) 粗略说一说氮肥的施用量对土豆产量的影响.



习题 9.1

知识技能

- 据世界人口组织公布, 地球上的人口 1600 年为 5 亿, 1830 年为 10 亿, 1930 年为 20 亿, 1960 年为 30 亿, 1974 年为 40 亿, 1987 年为 50 亿, 1999 年为 60 亿, 而到 2011 年地球上的人口达到了 70 亿. 用表格表示上面的数据, 并说一说世界人口是怎样随时间推移而变化的.
- 婴儿在 6 个月、1 周岁、2 周岁时体重分别大约是出生时的 2 倍、3 倍、4 倍, 6 周岁、10 周岁时体重分别约是 1 周岁时的 2 倍、3 倍.
 - 上述的哪些量在发生变化? 自变量和因变量各是什么?
 - 某婴儿在出生时的体重是 3.5 kg, 请把他在发育过程中的体重情况填入下表:

年龄	刚出生	6 个月	1 周岁	2 周岁	6 周岁	10 周岁
体重/kg						

- 根据表格中的数据, 说一说儿童从出生到 10 周岁之间体重是怎样随年龄增长而变化的.

数学理解

- 举出生活中包含变量的例子, 分析变量之间的关系, 并与同伴进行交流. 如分析烧水过程中水的温度随时间变化的情况.

问题解决

- 小明在课余时间找了几副度数不同的老花镜, 让镜片正对着太阳光, 并上下移动镜片, 直到地上的光斑最小. 此时他测量了镜片与光斑的距离, 得到如下数据:

老花镜的度数 D /度	100	120	200	250	300
镜片与光斑的距离 f /m	1	0.8	0.5	0.4	0.3

- (1) 观察表中的数据,你发现了什么?
- (2) 如果按上述方法测得一副老花镜的镜片与光斑的距离为 0.7 m,那么你估计这副老花镜的度数是多少.
5. 在高海拔(1 500~3 500 m 为高海拔,3 500~5 500 m 为超高海拔,5 500 m 以上为极高海拔)地区的人有缺氧的感觉,下面是有关海拔与空气含氧量之间的一组数据:

海拔/m	0	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000
空气含氧量 (g/m^3)	299.3	265.5	234.8	209.63	182.08	159.71	141.69	123.16	105.97

- (1) 上表反映了哪两个变量之间的关系?哪个是自变量?哪个是因变量?
- (2) 在海拔 0 m 的地方空气含氧量是多少?在海拔 4 000 m 的地方空气含氧量是多少?
- (3) 你估计一下在海拔 5 500 m 的地方空气含氧量是多少.

2 用表达式表示变量之间的关系

如图 9-1,三角形一底边上的高是 6 cm. 当三角形该底边的长短发生变化时,三角形的面积发生了变化.

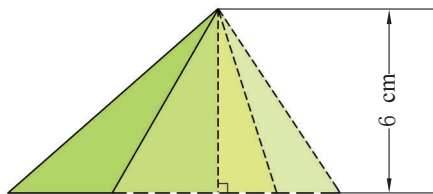


图 9-1

- (1) 在这个变化过程中,自变量、因变量各是什么?
- (2) 如果三角形的底边长为 x (cm),那么三角形的面积 y (cm^2)可以表示为_____.

(3) 当底边长从 12 cm 变化到 3 cm 时, 三角形的面积从_____ cm^2 变化到_____ cm^2 .

$y=3x$ 表示了图 9-1 中三角形底边长 x 和面积 y 之间的关系, 它是变量 y 随 x 变化的表达式.

表达式是我们表示变量之间关系的另一种方法. 利用表达式, 如 $y=3x$, 我们可以根据任何一个自变量的值求出相应的因变量的值.

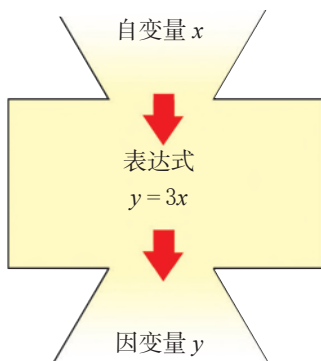


图 9-2

做一做

如图 9-3, 圆锥的高是 4 cm, 当圆锥的底面半径由小到大变化时, 圆锥的体积也随之发生了变化.

(1) 在这个变化过程中, 自变量、因变量各是什么?

(2) 如果圆锥的底面半径为 r (cm), 那么圆锥的体积 V (cm^3) 与 r 的表达式为_____.

(3) 当底面半径由 1 cm 变化到 10 cm 时, 圆锥的体积由_____ cm^3 变化到_____ cm^3 .

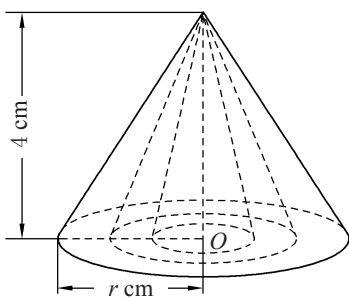


图 9-3

议一议

你知道什么是“低碳生活”吗?“低碳生活”是指人们生活中尽量减少所耗能量, 从而降低碳特别是二氧化碳的排放量的一种生活方式.

排碳计算公式

- 家居用电的二氧化碳排放量 (kg)
= 耗电量 (kW·h) \times 0.785
- 开私家车的二氧化碳排放量 (kg)
= 油耗升数 (L) \times 2.7
- 家用天然气二氧化碳排放量 (kg)
= 天然气使用立方米数 (m^3) \times 0.19
- 家用自来水二氧化碳排放量 (kg)
= 自来水使用吨数 (t) \times 0.91

(1) 家居用电的二氧化碳排放量可以用表达式表示为_____，其中的字母表示_____。

(2) 在上述表达式中，耗电量每增加 $1 \text{ kW}\cdot\text{h}$ ，二氧化碳排放量增加_____ kg. 当耗电量从 $1 \text{ kW}\cdot\text{h}$ 增加到 $100 \text{ kW}\cdot\text{h}$ ，二氧化碳排放量从_____ kg 增加到_____ kg.

(3) 小明家本月用电大约 $110 \text{ kW}\cdot\text{h}$ 、天然气 20 m^3 、自来水 5 t 、油 75 L ，请你计算一下小明家这几项的二氧化碳排放量.

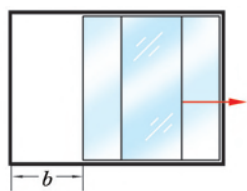
随堂练习

1. 如图，一个长方形推拉窗，窗高 1.2 m ，当活动窗扇沿图中所示的方向移动时，随着窗扇拉开长度 $b \text{ (m)}$ 的变化，窗户的通风面积 $A \text{ (m}^2\text{)}$ 也发生了变化.

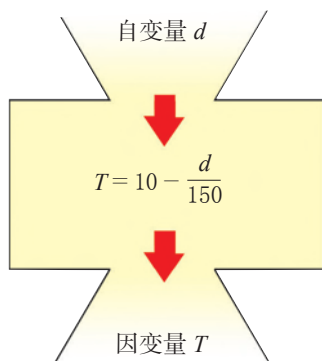
(1) 在这个变化过程中，自变量、因变量各是什么？

(2) 写出通风面积 A 与拉开长度 b 之间的表达式；

(3) 当拉开长度 b 从 0.2 m 变化到 0.4 m 时，通风面积 A 从_____ m^2 变化到_____ m^2 .



(第1题)



(第2题)

2. 在地球某地，温度 $T \text{ (}^\circ\text{C)}$ 与高度 $d \text{ (m)}$ 的关系可以近似地用表达式 $T = 10 - \frac{d}{150}$ 来表示. 根据这个表达式，当 d 的值分别是 $0, 200, 400, 600, 800, 1\ 000$ 时，计算相应的 T 值，并用表格表示所得结果.

3. 仿照“议一议”中的(2)，你能说一说家用自来水二氧化碳排放量随自来水使用吨数的变化而变化的情况吗？

读一读

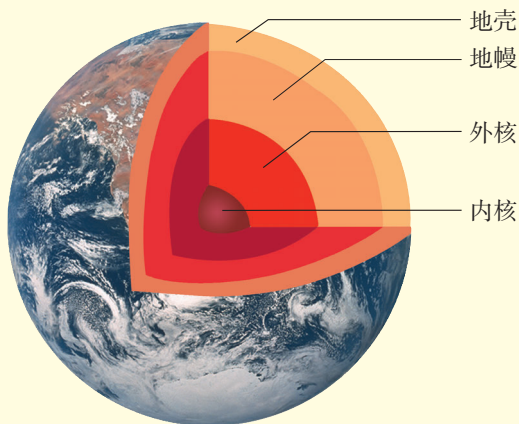
地球内部的温度

地球的内部是由不同状态、不同物质的圈层所构成的，由外向内分别是地壳、地幔和地核。你知道地球内部的温度有多高吗？

地壳的厚度约为 8 km 至 40 km。在地表以下不太深的地方，温度可按 $y = 35x + t$ 计算，其中 x (km) 是深度， t (°C) 是地球表面温度， y (°C) 是所达深度的温度。

地幔的厚度约为 2 900 km，温度约为 900 °C 至 2 200 °C。

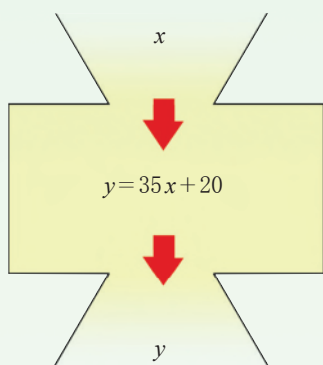
地核分为外核和内核两部分，外核的厚度约为 2 300 km，温度约为 2 200 °C 至 5 000 °C；内核的厚度约为 1 300 km，温度约为 5 000 °C。哇！那该有多热啊！然而奇怪的是，在地核的外核部分，物质处于一种熔融状态，但是在地核的内核部分，物质反而呈固态。



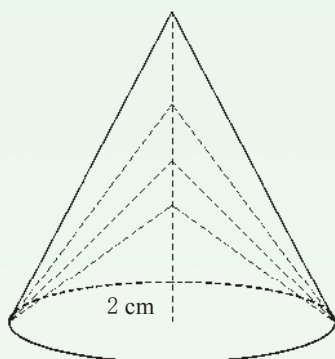
习题 9.2

知识技能

1. 在地球某地，地表以下岩层的温度 y (°C) 与所处深度 x (km) 之间的关系可以近似地用表达式 $y = 35x + 20$ 来表示。当 x 的值分别是 2, 3, 5, 7, 10, 13 时，计算相应的 y 值。



(第1题)



(第2题)

2. 如图, 圆锥的底面半径是 2 cm, 当圆锥的高由小到大变化时, 圆锥的体积也随之发生了变化.

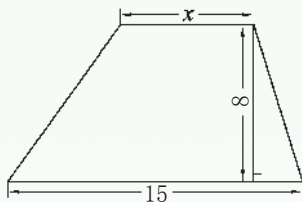
(1) 在这个变化过程中, 自变量、因变量各是什么?

(2) 如果圆锥的高为 h (cm), 圆锥的体积 V (cm^3) 与 h 的表达式为_____;

(3) 当高由 1 cm 变化到 10 cm 时, 圆锥的体积由_____ cm^3 变化到_____ cm^3 .

数学理解

3. 如图所示, 梯形上底的长是 x , 下底的长是 15, 高是 8.



(第3题)

(1) 梯形面积 y 与上底长 x 之间的表达式是什么?

(2) 用表格表示当 x 从 4 变到 14 时 (每次增加 1), y 的相应值;

(3) 当 x 每增加 1 时, y 如何变化? 说说你的理由.

问题解决

4. 具体计算一下你家本月的二氧化碳排放量, 并与小明家相应的项目进行比较, 谁家的生活更“低碳”些?

3 用图象表示变量之间的关系

气温的变化是人们经常关心的话题. 请你根据图 9-4, 与同伴讨论某地某天气温变化的情况.

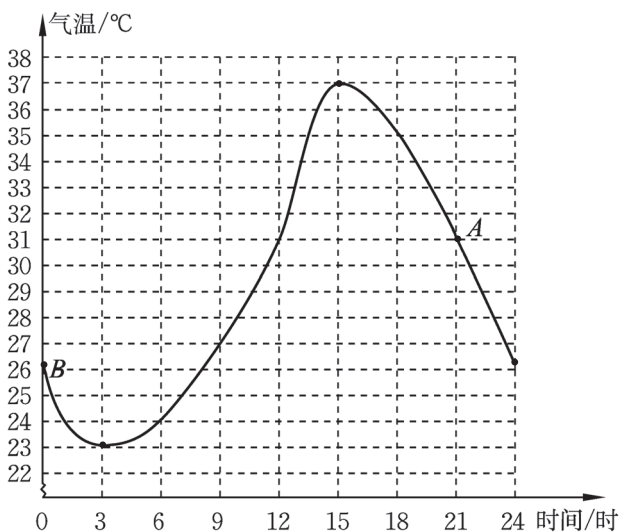


图 9-4

- (1) 这一天 9 时的气温是多少? 12 时呢?
- (2) 这一天的最高气温是多少? 是在几时达到的? 最低气温呢?
- (3) 这一天的温差是多少? 从最低气温到最高气温经过了多长时间?
- (4) 在什么时间范围内气温在上升? 在什么时间范围内气温在下降?
- (5) 图中的 A 点表示的是什么? B 点呢?
- (6) 你能预测次日凌晨 1 时的气温吗? 说说你的理由.

图 9-4 表示了气温随时间的变化而变化的情况, 它是气温与时间之间关系的图象. 图象是表示变量之间关系的又一种方法, 它的特点是非常直观.

在用图象表示变量之间的关系时, 通常用水平方向的数轴 (称为横轴) 上的点表示自变量, 用竖直方向的数轴 (称为纵轴) 上的点表示因变量.

议一议

骆驼被称为“沙漠之舟”，它的体温随时间的变化而发生较大的变化（如图 9-5）。

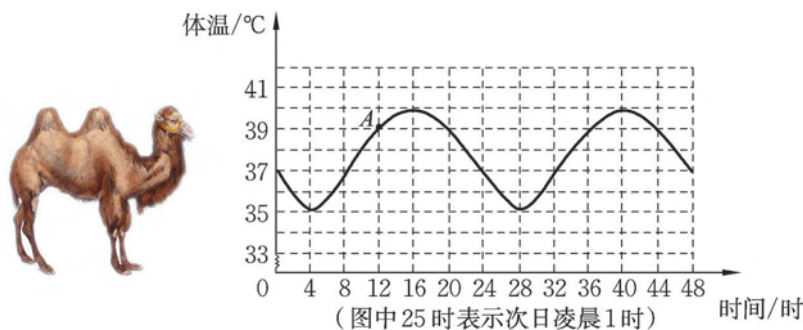


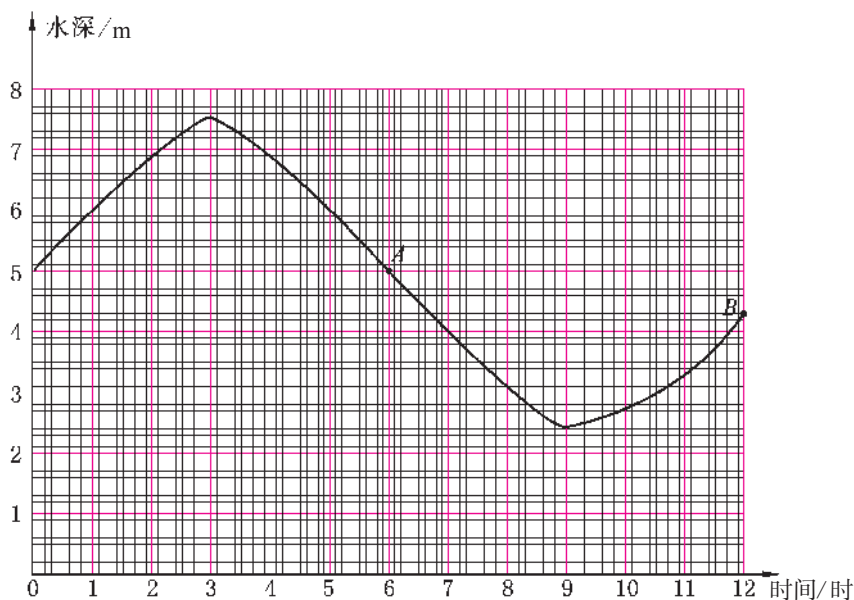
图 9-5

- (1) 一天中，骆驼体温的变化范围是什么？它的体温从最低上升到最高需要多长时间？
- (2) 从 16 时到 24 时，骆驼的体温下降了多少？
- (3) 在什么时间范围内骆驼的体温在上升？在什么时间范围内骆驼的体温在下降？
- (4) 你能看出第二天 8 时骆驼的体温与第一天 8 时有什么关系吗？其他时刻呢？
- (5) A 点表示的是什么？还有几时的温度与 A 点所表示的温度相同？

随堂练习

海水受日月的引力而产生潮汐现象，早晨海水上涨叫做潮，黄昏海水上涨叫做汐，合称潮汐。潮汐与人类的生活有着密切的联系。下图是某港口从 0 时到 12 时的水深情况。

- (1) 大约什么时刻港口的水最深？深度约是多少？
- (2) 大约什么时刻港口的水最浅？深度约是多少？
- (3) 在什么时间范围内，港口水深在增加？
- (4) 在什么时间范围内，港口水深在减少？
- (5) A, B 两点分别表示的是什么？还有几时水的深度与 A 点所表示的深度相同？
- (6) 说一说这个港口从 0 时到 12 时的水深是怎样变化的。



读一读

人的体温的变化

我们知道，人的正常体温在 $36.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 左右，这只是一个很粗略的说法。

实际上人的体温也是随时间变化而变化。一天之中，在凌晨 2 时到上午 6 时之间，人的体温最低；在下午 5 时到晚上 8 时之间，人的体温最高。在正常情况下，人体温度变化的幅度大约是 $0.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。如果变化幅度超过 $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，那可就要被怀疑生病了。

另外，人的体温还因性别不同而存在一些差异，女性比男性的体温要稍微高一些。读一读下面的图，它可以帮助你更好地了解人体正常体温的变化情况。

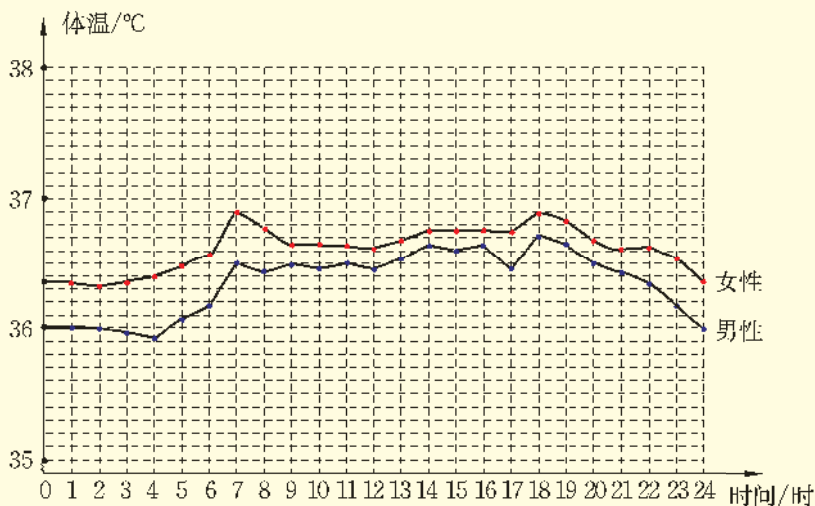
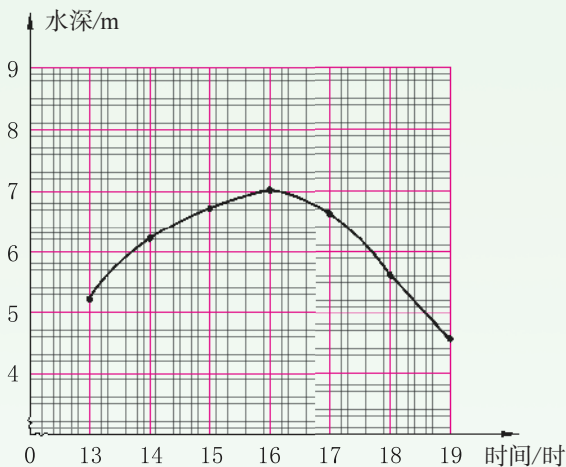


图 9-6

习题 9.3

知识技能

1. 下图表示了某港口某日从 13 时到 19 时水深变化的情况：

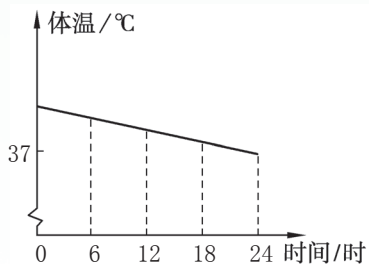


(第 1 题)

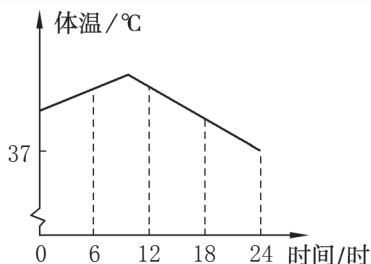
- (1) 给图中的各点标注字母，并与同伴讨论每个点分别表示什么；
- (2) 这个港口从 13 时到 19 时水深是怎样变化的？
- (3) 为保证安全，港口规定只有当船底与港口水底间距离不少于 2 m 时货轮才能进出港口。一艘货轮载货后吃水深 4 m (即船底与水面距离)，请你确定货轮可以进港的大致时间范围。

数学理解

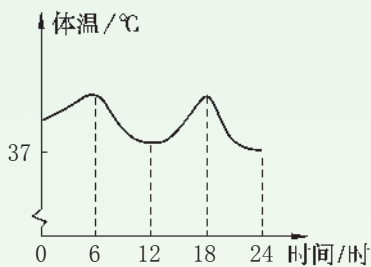
2. 小亮今天发烧了。早晨他烧得很厉害，吃过药后感觉好多了。中午时他的体温基本正常。下午他的体温又开始上升，直到夜里他才感觉身上不那么发烫了。下面哪一幅图能较好地刻画出小亮今天体温的变化情况？



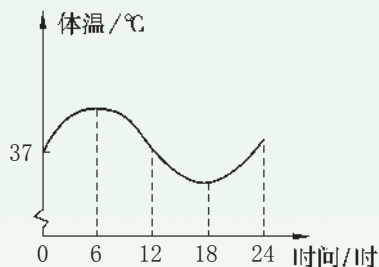
(1)



(2)



(3)

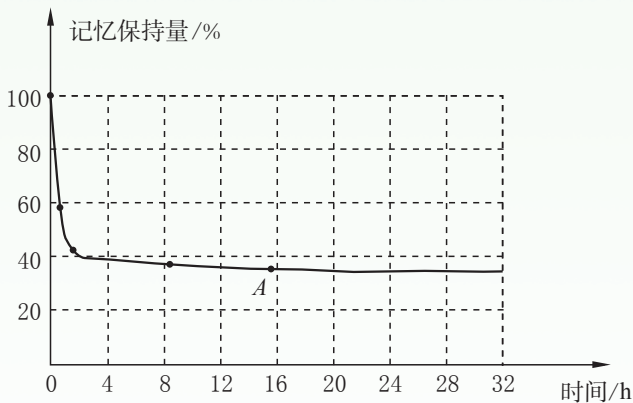


(4)

(第2题)

问题 解决

3. 人的大脑所能记忆的内容是有限的, 随着时间的推移, 记忆的东西会逐渐被遗忘. 德国心理学家艾宾浩斯 (Herman Ebbinghaus, 1850—1909) 第一个发现了记忆遗忘规律. 他根据自己得到的测试数据描绘了一条曲线 (如图), 这就是非常有名的艾宾浩斯遗忘曲线. 其中横轴表示时间, 竖轴表示学习中的记忆保持量. 观察图象并回答下列问题:



(第3题)

- (1) 2 h 后, 记忆大约保持了多少?
- (2) 图中 A 点表示的是什么? 在哪个时间段内遗忘的速度最快?
- (3) 有研究表明, 如及时复习, 一天后记忆能保持 98%. 根据遗忘曲线, 如不复习, 结果又怎样? 由此, 你有什么感受?

汽车上通常都有一个时速表用来指示汽车当时的速度. 你知道现在汽车的速度是多少吗?

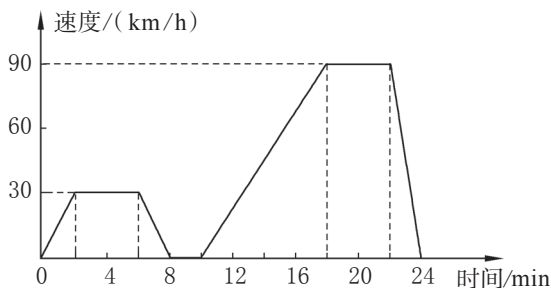


图 9-7

汽车在行驶的过程中，速度往往是变化的. 图 9-7 表示一辆汽车的速度随时间变化而变化的情况.

- (1) 汽车从出发到最后停止共经过了多长时间？它的最高时速是多少？
- (2) 汽车在哪些时间段保持匀速行驶？时速分别是多少？
- (3) 出发后 8 min 到 10 min 之间可能发生了什么情况？
- (4) 用自己的语言大致描述这辆汽车的行驶情况.

例 1 小明从家步行去小亮家，聊了一段时间后回家. 小明和家的距离与他离开家以后的时间之间的关系如图 9-8 所示，根据图象回答下列问题：

- (1) 小明用了多长时间步行到小亮家？小明家距小亮家多远？
- (2) 小明在小亮家停留了多长时间？回家用了多长时间？
- (3) 小明去小亮家和由小亮家回家的步行速度各是多少？

解：从图 9-8 中可以看出：

(1) 小明步行到小亮家用了 20 min，小明家距小亮家 900 m；

(2) 小明在小亮家停留了 20 min，回家用了 15 min；

(3) 小明去小亮家的步行速度为 $\frac{900}{20} = 45$ (m/min)；回家的速度为 $\frac{900}{15} = 60$ (m/min).

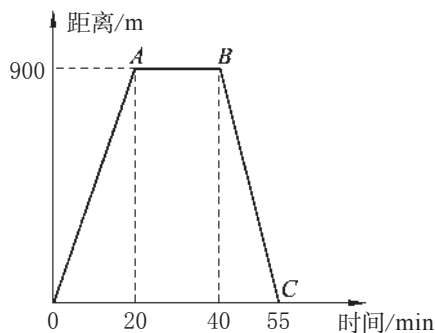
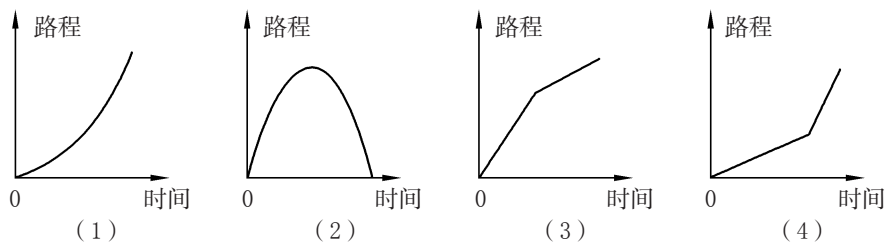


图 9-8

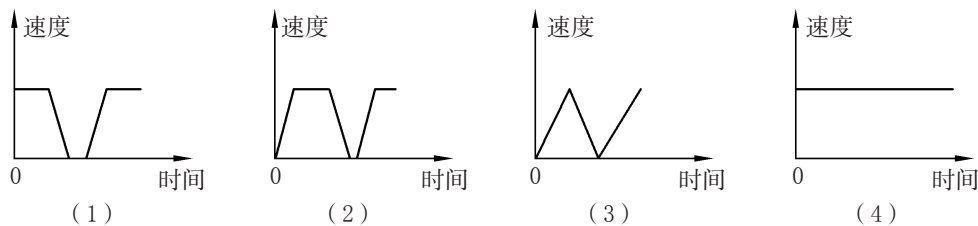
随堂练习

1. 小颖和她的邻居小明离开家步行去学校. 小颖觉得可能要晚了, 所以她一开始就跑, 跑累了便走着去; 小明开始走着, 当他快到学校时跑了起来. 下面四幅图中, 用横轴表示时间, 纵轴表示他们从家开始行走的路程, 哪一幅图大致刻画了小颖所走的路程与时间的关系? 哪一幅图大致刻画了小明所走的路程与时间的关系? 与同伴进行交流.



(第1题)

2. 一辆公共汽车从车站开出, 加速行驶一段后开始匀速行驶. 过了一段时间, 汽车到达下一个车站. 乘客上、下车后汽车开始加速, 一段时间后又匀速行驶. 下面的哪幅图可以近似地刻画出汽车在这段时间内速度随时间的变化情况?



(第2题)

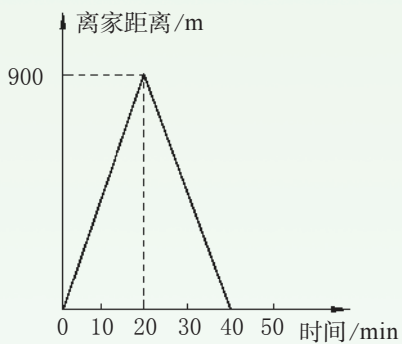
习题 9.4

知识技能

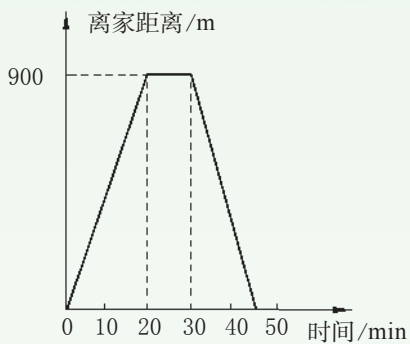
1. 根据图 9-7 填写下面的表格:

时间/min	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
速度/(km/h)													

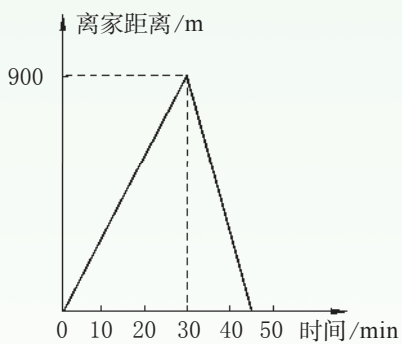
2. 小明的父母饭后出去散步, 从家走了 20 min 到一个离家 900 m 的报亭, 母亲随即按原路原速返回. 父亲在报亭看了 10 min 报纸后, 用 15 min 返回家. 下面四幅图中哪一个表示父亲离家的距离与时间之间的关系? 哪一个表示母亲离家的距离与时间之间的关系?



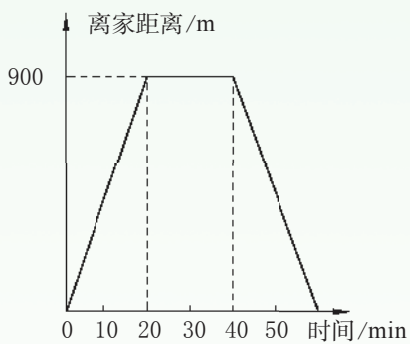
(1)



(2)



(3)

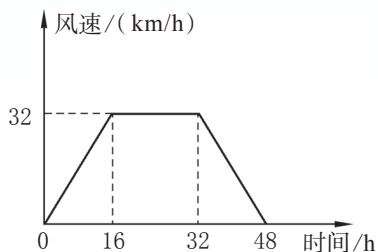


(4)

(第2题)

数学理解

3. 某气象监测中心观测到一场沙尘暴从发生到结束的全过程, 他们把风速随时间的变化情况用下图表示出来. 观察图象, 你能得到哪些信息?



(第3题)

某通信公司新开发甲、乙两种手机话费套餐，其每月通话费用与通话时间之间的关系如图 9-9 所示.

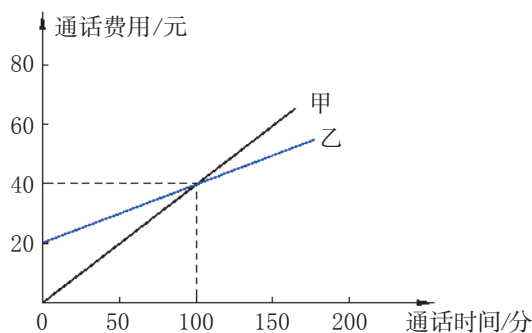


图 9-9

根据图中提供的信息，回答下列问题：

(1) 选择乙套餐，如果没有通话，是否也要缴费？缴多少费用？选择甲套餐呢？

(2) 当一个月恰好通话 100 分时，两种套餐的费用分别是多少？



想一想

结合图 9-9，在选择套餐上你还有什么好的建议？与同伴交流.



议一议

某人从 A 城出发，前往距离 A 城 30 km 的 B 城，现在有三种车供他选择：

- ① 自行车，其速度为 15 km/h；
- ② 摩托车，其速度为 30 km/h；
- ③ 汽车，其速度为 60 km/h.

(1) 用哪些车能使他从 A 城到达 B 城的时间不超过 1 h？

(2) 设此人在行进途中距离 B 城的路程为 s (km)，行进时间为 t (h)，就 (1) 中所选出的方案，试写出 s 与 t 之间的表达式.

(3) 根据 (2) 中提供的表达式，请用表格表示在 1 h 内每隔 10 min 距离 B 城的路程 s 与时间 t 之间的关系.

(4) 在图 9-10 中，找出符合 (2) 中关系的图象.

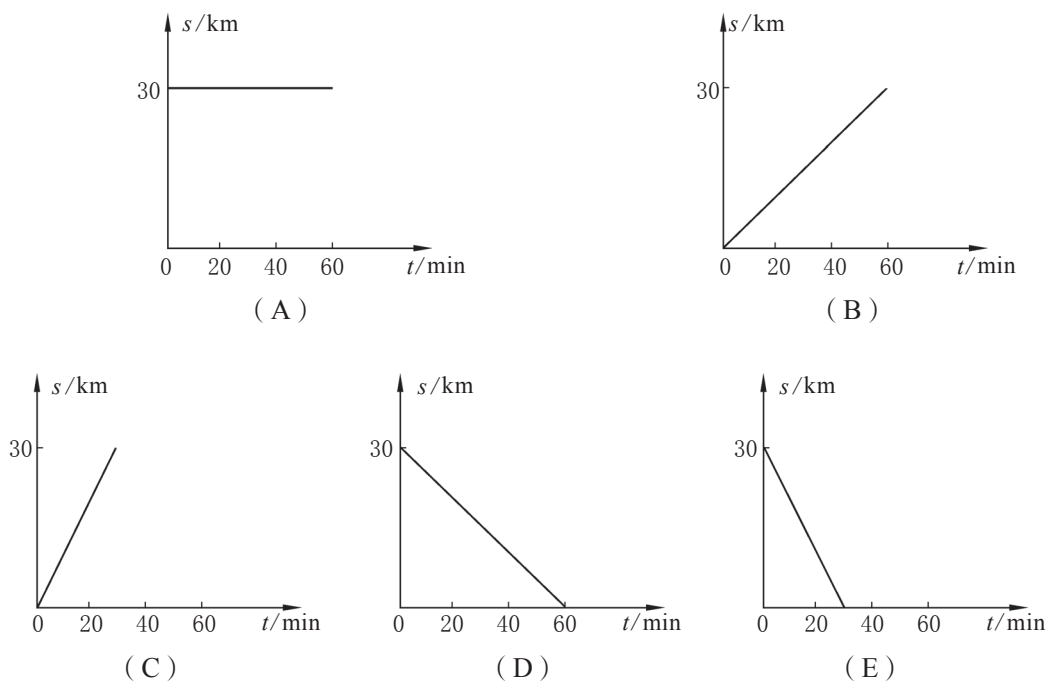
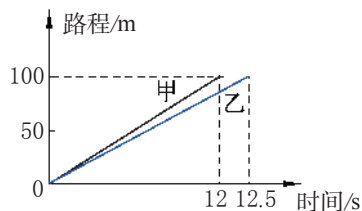


图 9-10

随堂练习

1. 在一次赛跑中，甲、乙两名运动员所跑的路程和时间的关系如图所示，从图中可以知道：

- (1) 这是一次_____m 赛跑；
- (2) 甲、乙两人中先到达终点的是_____；
- (3) 甲、乙两人的速度分别是多少？



(第1题)

2. 下表列出了一项试验的统计数据，表示皮球从高处落下时，弹跳高度 b (cm) 与下落高度 d (cm) 的关系：

下落高度 d / cm	50	80	100	150
弹跳高度 b / cm	25	40	50	75

(1) 下面的哪个式子能表示这种关系？

- (A) $b=d^2$ (B) $b=2d$ (C) $b=\frac{d}{2}$ (D) $b=d+25$ (E) $b=d-25$

(2) 当皮球的下落高度为 180 cm 时，估计其弹跳高度.

习题 9.5

知识技能

1. 如图是温度计的示意图，图中左边的刻度表示摄氏温度 ($^{\circ}\text{C}$)，右边的刻度表示华氏温度 ($^{\circ}\text{F}$)。

(1) 从图中所提供的信息，完成下表：

摄氏温度 $x/^{\circ}\text{C}$...	0	10		...
华氏温度 $y/^{\circ}\text{F}$...			68	...

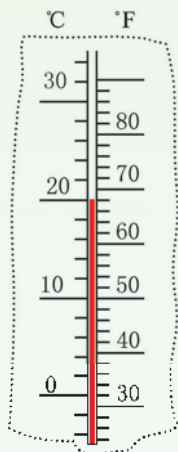
(2) 华氏温度 y 与摄氏温度 x 之间的表达式为 ()。

(A) $y = \frac{9}{5}x + 32$

(B) $y = x + 40$

(C) $y = \frac{5}{9}x + 32$

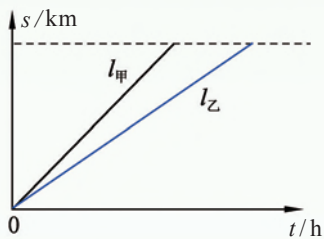
(D) $y = \frac{9}{5}x + 31$



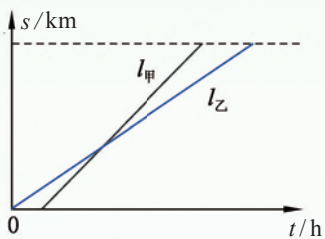
(第1题)

数学理解

2. 如图(1)，线段 $l_{\text{甲}}$ 、 $l_{\text{乙}}$ 分别表示甲、乙两名运动员在自行车比赛中路程 s (km) 与时间 t (h) 的关系，由此图你能得出什么结论？如果 $l_{\text{甲}}$ 与 $l_{\text{乙}}$ 变为如图(2)所示的关系，你又能从图中读出什么信息？



(1)



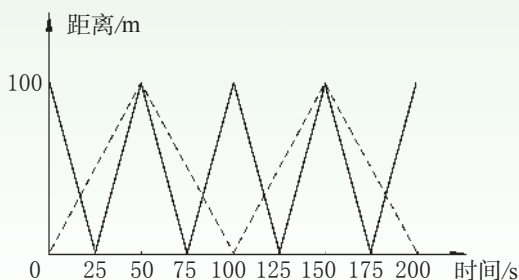
(2)

(第2题)

问题解决

3. 一个游泳池的长为 100 m，甲、乙两人分别在游泳池相对的两边同时朝对面一边游泳，甲的速度是 4 m/s，乙的速度是 2 m/s，图中的实线和虚线分别为甲、乙

与游泳池一边的距离随游泳时间的变化而变化的图象. 若不计转向的时间, 则从开始时 200 s 内, 他们相遇几次?



(第3题)

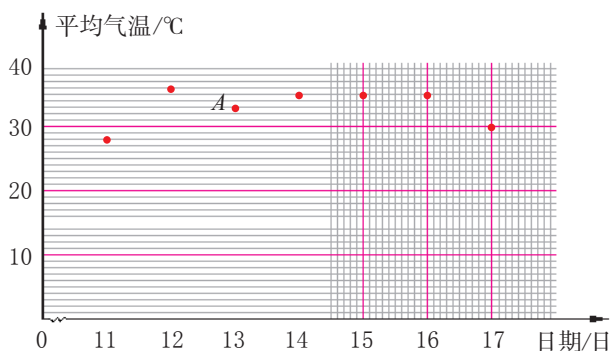
回顾与思考

1. 举出生活中一个变量随另一个变量变化而变化的例子.
2. 我们可以用什么方法表示变量之间的关系? 举例说明.
3. 你能根据各种表示变量之间关系的方法, 对变量之间的关系进行分析, 从而作出预测吗? 举例说明.
4. 查阅有关资料, 举出用表格、表达式和图象表示变量之间关系的例子, 并说一说你得到的有关信息.
5. 用自己的方式梳理本章的知识结构. 你是怎样想的? 与同伴进行交流.

复习题

知识技能

1. 某电视台用下面的图象向观众描绘了一周之内当地日平均气温的变化情况:



(第1题)

- (1) 图象表示的是哪两个变量之间的关系? 哪个是自变量? 哪个是因变量?
- (2) 这一周哪一天的日平均气温最低? 大约是多少? 哪一天的日平均气温最高? 大约是多少?
- (3) 14日、15日和16日的日平均气温有什么关系?
- (4) 点A表示哪一天的日平均气温? 大约是多少?
- (5) 说一说这一周的日平均气温是怎样变化的.
2. 1~6个月的婴儿生长发育得非常快, 他们的体重 y (克)和月龄 x (月)之间的关系可以用 $y = a + 700x$ 来近似地表示, 其中 a 是婴儿出生时的体重. 某个婴儿出生时的体重是3 500克, 请用表格表示, 在1~6个月之间, 这个婴儿的体重 y 和月龄 x 之间的关系:

月龄/月	1	2	3	4	5	6
体重/克						

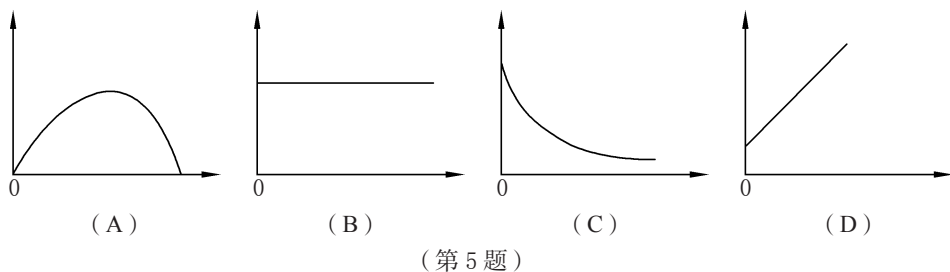
3. 科学家认为二氧化碳的释放量越来越多是全球变暖的原因之一. 下表是1950年至1990年全世界所释放的二氧化碳量:

时间/年	1950	1960	1970	1980	1990
二氧化碳释放量/百万吨	6 002	9 475	14 989	19 287	22 588

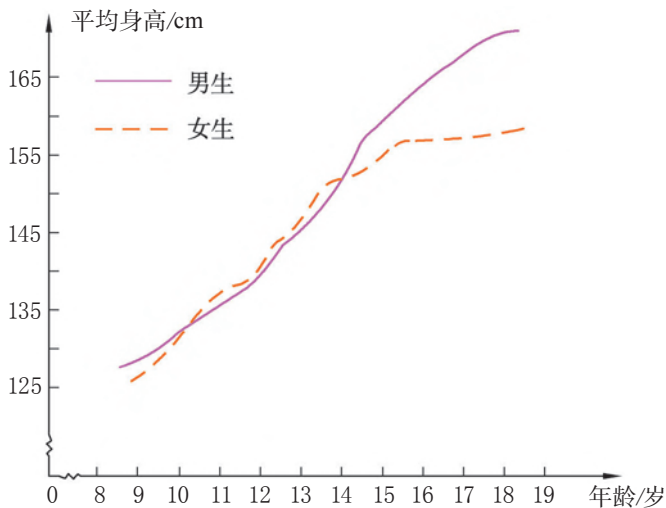
- (1) 上表反映的是哪两个变量之间的关系?
- (2) 说一说这两个变量之间的关系.
4. 指出下列问题中的变量. 其中, 哪个量是自变量? 哪个量是因变量? 并写出它们的表达式.
- (1) 列车以120 km/h的速度在铁路上行驶, 所走路程 x (km)与行驶时间 t (h)之间的表达式;
- (2) 铅笔的价格为每支0.5元, 购买铅笔应付的款数 y (元)和购买支数 x (支)之间的表达式.

数学理解

5. 下列各情境分别可以用哪幅图来近似地刻画?
- (1) 一杯越晾越凉的水(水温与时间的关系);
- (2) 一面冉冉上升的旗子(高度与时间的关系);
- (3) 足球守门员向斜上方踢出去的球(高度与时间的关系);
- (4) 匀速行驶的汽车(速度与时间的关系).



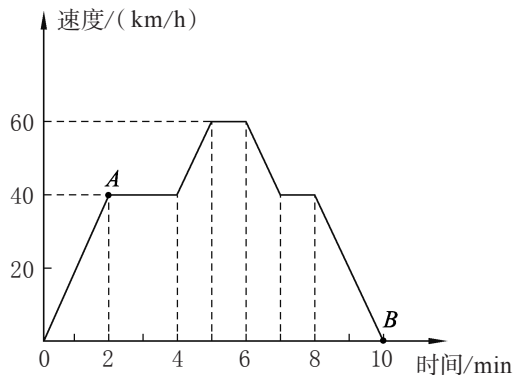
6. 观察下图，你能大致地描述青春期男女生平均身高随年龄的变化情况吗？



(第6题)

7. 根据图象回答下列问题：

- (1) 右图反映了哪两个变量之间的关系？
- (2) 点A, B分别表示什么？
- (3) 说一说速度是怎样随时间变化而变化的；
- (4) 你能找到一个实际情境，大致符合右图所刻画的关系吗？

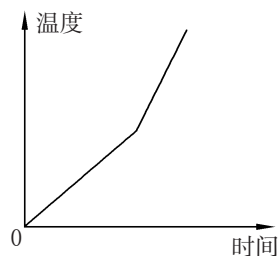


(第7题)

8. 将一个温度计从一杯热水中取出，立即放入一杯凉水中。5 s后温度计的读数是 $49.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，10 s后是 $31.4\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，15 s后是 $22.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，20 s后是 $16.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，25 s后是 $14.2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，30 s后是 $12.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。

- (1) 用表格表示温度计的读数与时间之间的关系；
- (2) 根据表格，大致估计35 s后温度计的读数。

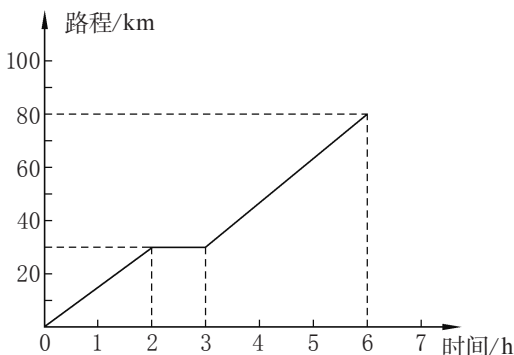
- ※9. 分析右面反映变量之间关系的图象，想象一个适合它的实际情境.



(第9题)

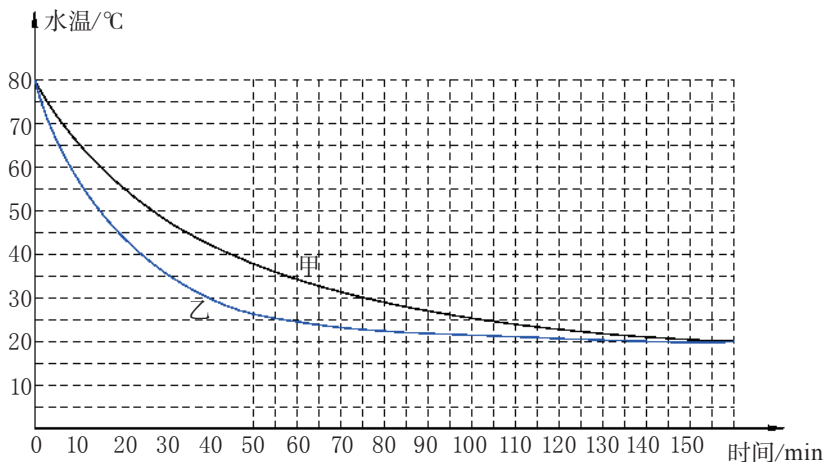
问题解决

10. 如图所示的图象表示某人骑自行车所走的路程与时间之间的关系，分别计算2 h内、3 h内、6 h内此人骑自行车的平均速度.



(第10题)

11. 为了检测甲、乙两种容器的保温性能，检测员从每种容器中各取一个进行实验：在两个容器中装满相同温度的水，每隔5 min测量一次两个容器的水温（实验过程中室温保持不变），最后他把记录的水温随时间变化的情况画成了如图所示的图象. 观察图象，并回答下列问题：



(第11题)

- (1) 经过 1 h, 哪个容器中的水温较高?
- (2) 你估计检测员实验时的室温可能是多少?
- (3) 你认为哪种容器的保温性能更好些? 说说你的理由.

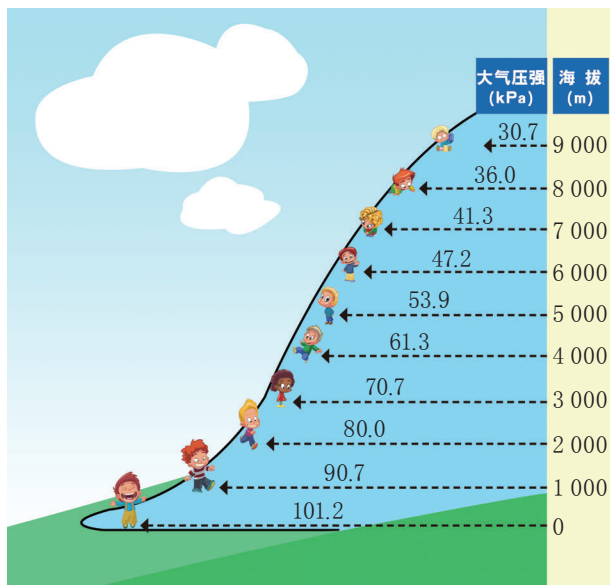
联系拓广

12. 如图.

- (1) 根据图中的数据填写下表:

海拔/m	0	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000
大气压强/kPa									

- (2) 随着海拔的变化, 大气压强的变化趋势是什么?



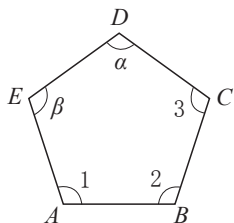
(第 12 题)

总复习题

- 整理本学期学过的知识与方法，用一张图把它们表示出来，并与同伴进行交流.
- 在自己经历过的解决问题活动中，选择一个最具有挑战性的问题，写下解决它的过程，包括遇到的困难、克服困难的方法与过程及所获得的体会，并解释选择这个问题的原因.
- 通过本学期的数学学习，你有哪些收获？有哪些需要改进的地方？

知识技能

1. 如图，用不同方法表示同一个角，填入下表.



(第1题)

$\angle 1$		$\angle \alpha$		$\angle 3$
	$\angle ABC$			
			$\angle E$	

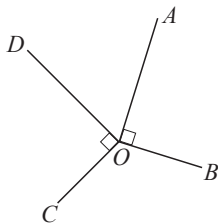
2. 如图， $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$.

(1) $\angle AOC$ 等于 $\angle BOD$ 吗？

(2) 若 $\angle BOD = 150^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 等于多少度？

3. 土星可以近似地看做是球体，它的半径约为 6×10^4 km，

求土星的体积. 你是怎样计算的？



(第2题)

4. 计算：

(1) $(-\frac{1}{2})^3 \cdot (-\frac{1}{2})$;

(2) $-(a+b)^5 \cdot (a+b)^2$;

(3) $(-2a^5)^4$;

(4) $(-\frac{1}{2}x)^4 \div (-\frac{1}{2}x)$;

(5) $(-a^3 \cdot b)^2$;

(6) $b \cdot (-b)^2 \cdot (b^2)^3$;

(7) $(-y^3)^2 \div y^6$;

(8) $a^{2n+1} \cdot a^{2n-1}$;

(9) $(x^2)^{n+1} \div x^{2n}$;

(10) $10^4 \times 10^0 \div 10^{-2}$;

(11) 32×2^{-4} ;

(12) $(\frac{1}{7})^0 \div (-\frac{1}{7})^{-1}$.

5. 计算:

(1) $2a^2b \cdot (-\frac{1}{2}ab^2)^3$;

(2) $(-\frac{2}{5}xy^2z) \cdot (-\frac{1}{2}y^2z^2)$;

(3) $(2x)^3 \cdot y^3 \div (16xy^2)$;

(4) $(-a^2b)^4 \div (-\frac{1}{2}ab^2)$;

(5) $-2x^2y(3xy^2z-2y^2z)$;

(6) $(-\frac{2}{3}a)(\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{6}a+\frac{1}{4})$;

(7) $(x-3y)(x-\frac{1}{2}y)$;

(8) $(-a-3b)(7a+2b)$;

(9) $(9x-2y)(x+y)$;

(10) $(-\frac{1}{3}p+\frac{1}{2}q)(-\frac{2}{3}p-\frac{1}{4}q)$;

(11) $(-\frac{1}{5}a^3x^4-\frac{9}{10}a^2x^3) \div (-\frac{3}{5}ax^2)$;

(12) $(-2\pi r^2h+3\pi rh^2) \div (-\frac{1}{2}\pi rh)$.

6. 利用整式乘法公式计算下列各题:

(1) $(-2x+3)(-2x-3)$;

(2) $(-\frac{1}{2}x+2y)^2$;

(3) $-2(\frac{1}{3}x-\frac{3}{2}y)^2$;

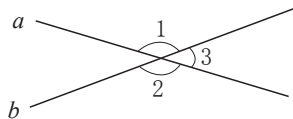
(4) $4(-\frac{3}{2}x-3y)(\frac{3}{2}x-3y)$;

(5) $(3mn+\frac{1}{2})(3mn-\frac{1}{2})-m^2n^2$;

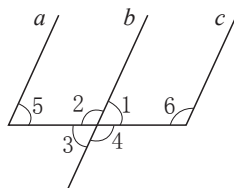
(6) $x^2-(x+2)(x-2)$;

(7) $(x+2y+3z)(x+2y-3z)$;

(8) $(\frac{x}{2}+5)^2-(-\frac{x}{2}-5)^2$.

7. 如图, 如果 $\angle 1 + \angle 2 = 284^\circ$, 那么 $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ 各是多少度?

(第7题)



(第8题)

8. 如图, $a \parallel b$, $b \parallel c$, 写出图中各角之间的等量关系.

9. 为了完成下列任务, 你认为采用什么调查方式更合适?

- (1) 了解班级同学中哪个月份出生的人数最多;
- (2) 了解一批冷饮的质量是否合格;
- (3) 了解京剧在全校同学中的受欢迎程度;
- (4) 了解全国人口的平均寿命.

10. 判断下面这些抽样调查选取样本的方式是否合适, 并说明理由.

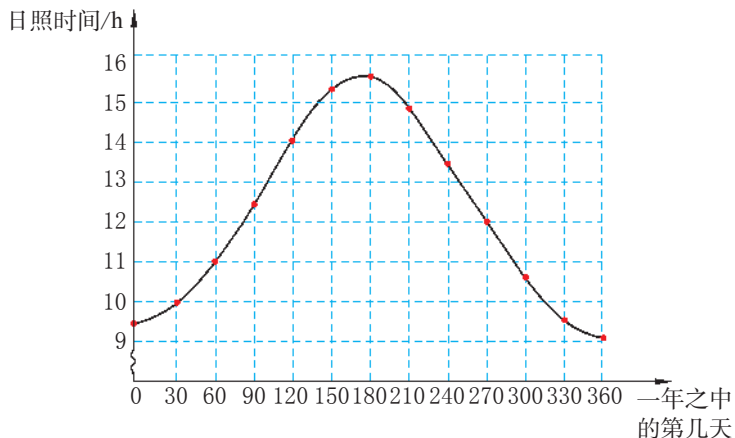
- (1) 为了了解某厂家生产的零件质量, 在其生产线上每隔 300 个零件抽取 1 个检查;
- (2) 为了了解某城市全年的降水情况, 随机调查这个城市某月的降水量.

11. 每天早晨你是如何醒来的? 下面是一所学校 400 名学生早晨起床方式的统计表:

起床方式	人数
别人叫醒	172
闹钟叫醒	88
自己醒来	64
其他	76

根据上面的数据制作适当的统计图, 表示用各种方式起床的学生.

12. 一年之中, 每天日照 (从日出到日落) 的时间是不同的. 下图表示了某地区从 2011 年 1 月 1 日到 2011 年 12 月 26 日的日照时间.



(第 12 题)

- (1) 上图描述的是哪两个变量之间的关系? 其中自变量是什么? 因变量是什么?
- (2) 哪天的日照时间最短? 这一天的日照时间约是多少?
- (3) 哪天的日照时间最长? 这一天的日照时间约是多少?

(4) 大约在什么时间段内,日照时间在增加?在什么时间段内,日照时间在减少?

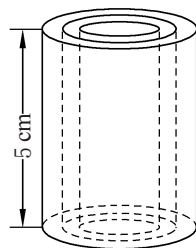
(5) 说一说这个地区一年中日照时间是怎样随时间的变化而变化的.

13. 如图,假设圆柱的高是 5 cm,当圆柱的底面半径由小到大变化时:

(1) 圆柱的体积如何变化?在这个变化中,自变量、因变量各是什么?

(2) 如果圆柱底面半径为 r (cm),那么圆柱的体积 V (cm^3) 可以表示为 _____;

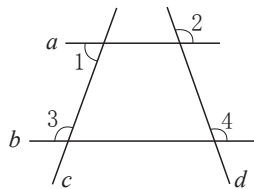
(3) 当 r 由 1 cm 变化到 10 cm 时, V 由 _____ cm^3 变化到 _____ cm^3 .



(第 13 题)

数学理解

14. 如图,直线 a, b 被 c, d 所截, $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互补,直线 a 与直线 b 平行吗?比较 $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 的大小关系,并简要说明理由.



(第 14 题)

15. 三名同学想了解所在城市的小学生是否感觉学习压力大,他们各自提出了自己的调查设想.

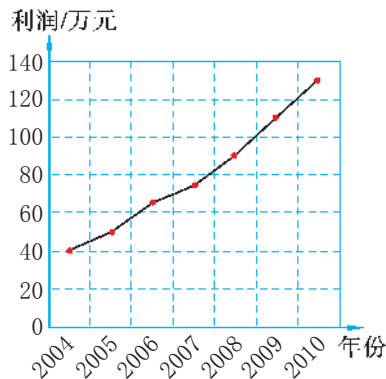
甲:周末去公园,随机询问 10 个小学生,就可以知道大致情况了.

乙:我有个弟弟,正在上小学,成绩中等,问问他就可以了解绝大部分学生的感受了.

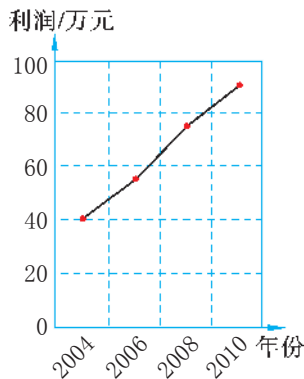
丙:我妈妈是小学老师,向她询问就可以了.

你觉得这三位同学提出的调查方式能比较客观地反映“他们所在城市的小学生是否感觉学习压力大”吗?为什么?

16. 甲、乙两公司近年的赢利情况如图所示.



(甲)

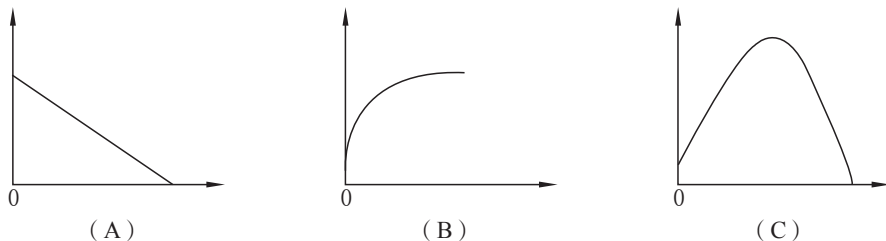


(乙)

(第 16 题)

- (1) 哪家公司近年利润的增长速度较快?
 (2) 统计图给你的感觉和上述结果一样吗? 如果不一样, 你知道其中的原因吗?

17. 下列各情境可以用哪幅图来近似地刻画?



(第 17 题)

- (1) 一个球被竖直向上抛起, 球升到最高点, 垂直下落, 直到地面. 在此过程中, 球的高度与时间的关系;
 (2) 将常温中的温度计插入一杯 $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ 的热水中, 温度计的读数与时间的关系;
 (3) 在长方体澡盆放水的过程中, 水的高度与时间的关系.

18. 请举一些生活中可以用表达式表示的变量之间关系的例子, 并与同伴交流.

问题 解决

19. 利用一副三角尺能画出下列度数的角吗? 如何画? 试试看.

$$150^{\circ}, 15^{\circ}, 105^{\circ}, 135^{\circ}.$$

20. 地球表面平均 1 cm^2 上的空气质量约为 1 kg , 地球的表面面积大约是 $5 \times 10^8\text{ km}^2$, 地球表面全部空气的质量约为多少千克? 已知地球的质量约为 $6 \times 10^{24}\text{ kg}$, 它的质量大约是地球表面全部空气质量的多少倍?

21. 不用计算器, 你能很快得到下面各题的结果吗?

$$(1) 0.125^{100} \times 8^{100}; \quad (2) 201 \times 199; \quad (3) 999^2.$$

22. a, b, c 是三个连续的正整数, 以 b 为边长作正方形, 分别以 a, c 为长和宽作长方形, 哪个图形的面积大? 大多少?

23. 有资料表明, 一粒废旧的纽扣电池大约会污染 60 万升的水. 如果你们学校的每个同学都丢弃一粒纽扣电池, 大约会污染多少升水? 用科学记数法表示这个结果, 并用你熟悉的事物描述它有多少.

24. 制作适当的统计图表示下列数据:

- (1) 全世界受到威胁的动物种类数:

动物分类	哺乳类	鸟类	爬行类	两栖类	鱼类	无脊椎动物类
受到威胁的种类数	约1 100	约1 100	约300	约100	约700	约1 900

(2) 对某城市家庭人口数的一次统计结果表明：2口人家占23%，3口人家占42%，4口人家占21%，5口人家占9%，6口人家占3%，其他占2%。

(3) 1949年以后我国历次人口普查情况：

年份	1953	1964	1982	1990	2000	2010
人口/亿	5.94	6.95	10.08	11.34	12.95	13.71

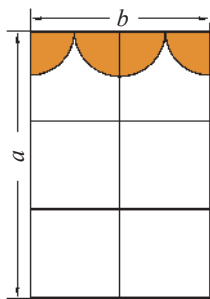
25. 为了调查居民的生活水平，有关部门对某个地区5个街道的50户居民的家庭存款额进行了调查，数据（单位：万元）如下：

1.6 3.5 2.3 6.5 2.2 1.9 6.8 4.8 5.0 4.7
 2.3 1.5 3.1 5.6 3.7 2.2 3.3 5.8 4.3 3.6
 3.8 3.0 5.1 7.0 3.1 2.9 4.4 5.8 3.8 3.7
 3.3 5.2 4.1 4.2 4.8 3.0 4.0 4.6 6.0 2.4
 3.3 6.1 5.0 4.9 3.0 3.1 7.2 1.8 5.0 1.9

将数据适当分组，并绘制相应的频数直方图。

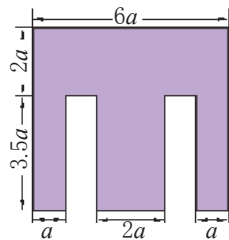
联系拓广

26. 如图所示，一个窗户被装饰布挡住了一部分。其中窗户的长 a 与宽 b 之比是3:2，装饰布由一个半圆和两个四分之一圆组成，圆的直径都是 $\frac{b}{2}$ 。计算这个窗户未被遮挡部分的面积。

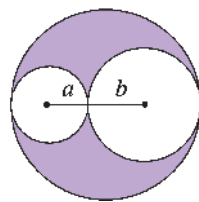


(第26题)

27. 计算图中各阴影部分的面积.



(1)



(2)

(第 27 题)

28. 某公交车每月的支出费用为 4 000 元, 票价为 2 元/人, 设每月有 x 人乘坐该公交车, 每月收入与支出的差额为 y 元.

- (1) 请写出 y 与 x 之间的表达式, 并列表表示当 x 的值分别是 500, 1 000, 1 500, 2 000, 2 500, 3 000, 3 500, 4 000 时 y 的值;
- (2) 当每月乘客量达到多少人以上时, 该公交车才不会亏损?