



义务教育教科书

数学

五年级
下册



人民教育出版社

义务教育教科书

数学

五年级
下册

人民教育出版社 课程教材研究所
小学数学教材编委会

人教版®

人民教育出版社
·北京·

绘 图：中央美术学院小学数学教材插图绘制团队

责任编辑：熊 华

美术编辑：金 葆

义务教育教科书 数学 五年级 下册

人民教育出版社 课程教材研究所

小学数学教材编委会

出 版 人民教育出版社

(北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编：100081)

网 址 <http://www.pep.com.cn>

人 教 版[®]

版权所有·未经许可不得采用任何方式擅自复制或本产品任何部分·违者必究

编者的话

新的学期开始了，你对数学有什么期待呢？

在前面的学习中，你已经初步认识了分数。本学期，你将进一步理解分数的含义，体会分数与整数、小数的关联，掌握分数加、减法的计算法则。你还会继续探索整数的奥秘，从因数和倍数的概念出发，体会整数的特点。

生活中，你一定见过很多长方体、正方体的物品。本学期，你将从数学的角度来探究长方体、正方体的特征，探索它们的表面积、体积的计算公式，并运用这些知识解决实际问题。



此外，你还将通过观察物体、图形的运动进一步丰富空间想象力；根据折线统计图展现的数据变化趋势进行合理的预测，感受数据的作用和统计的价值；通过“找次品”活动感悟推理和数学模型的思想方法……

和聪聪一起出发吧！用你的努力和智慧，去探索数学的奥秘！

目 录

1

观察物体（三）

2

2

因数和倍数

5

3

长方体和正方体

18



探索图形

44

4

分数的意义和性质

45



5

图形的运动（三）

83

6

分数的加法和减法

89



怎样通知最快

102

7

折线统计图

104

8

数学广角——找次品

112

9

总复习

115




1

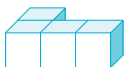
观察物体（三）

1

按要求摆一摆。

(1) 用4个同样的小正方体摆出从前面看是  的几何体。

小明这样摆：



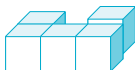
小红这样摆：



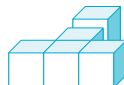
你是怎样摆的？

(2) 如果再增加1个同样的小正方体，要保证从前面看到的图形不变，可以怎样摆？

小明这样摆：



小红这样摆：



你是怎样摆的？你有什么发现？

2

下面是从三个方向观察同一个几何体看到的图形，你能摆出这个几何体吗？



从前面看



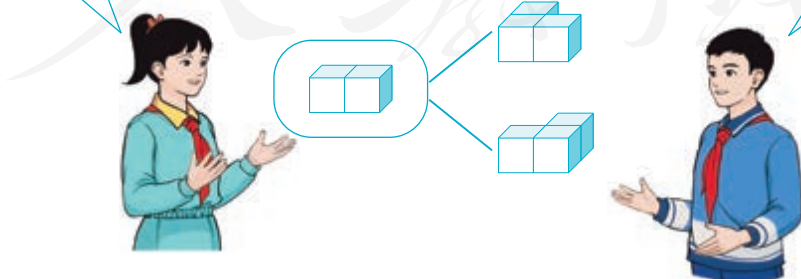
从左面看



从上面看

先根据从前面看到的图形摆出……

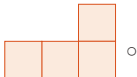
再根据从左面看到的图形接着摆，可以有不同的摆法……




摆完后观察一下，说一说你有什么发现。

练习一


1 用5个同样的小正方体按要求摆几何体。


(1) 从前面看是 。

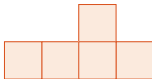
(2) 在第(1)题的基础上, 从上面看是 。


2 下面两个小题分别是从小不同位置观察同一个几何体所看到的图形, 请分别把被观察的几何体摆出来。

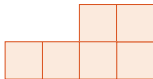
(1) 
从前面看


从左面看


从上面看

(2) 
从前面看


从左面看


从上面看

3 下面是用同样的小正方体摆出的一些几何体。



①



②



③



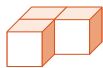
④



⑤



⑥



⑦





⑧



⑨

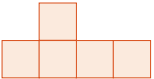
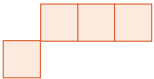


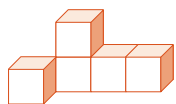
⑩

(1) 哪些从前面看是 ? 哪些从左面看是 ?

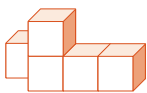
(2) 从前面观察一个几何体, 看到的图形和从前面观察⑤所看到的一样。
这个几何体是用5个小正方体摆成的, 它有多少种不同的摆法?

(3) 同桌之间互相提一个问题并解答。

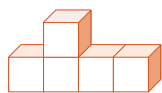
4 哪个几何体符合从前面看是 ，从上面看是  的要求？在括号里画“√”。



()



()

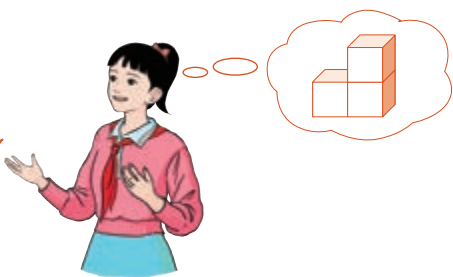


()

5 从前面观察一个由同样的小正方体组成的几何体，看到的图形如下图，这个几何体可能是怎样摆的？



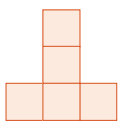
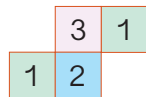
可能是由3个小正方体摆成的。



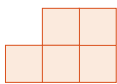
(1) 这个几何体如果是由4个小正方体组成的，可以怎样摆？

(2) 这个几何体如果是由5个、6个、7个或更多的小正方体组成的，可以怎样摆？

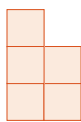
6 用同样的小正方体搭一个几何体，从上面看到的图形如右图（每个正方形上面的数字表示在这个位置上所用的小正方体的个数）。这个几何体，从前面看是 _____，从左面看是 _____。



①



②



③



④

本单元结束了，你想说些什么？

成长小档案



我的收获：_____

我的疑问：_____

2

因数和倍数

1. 因数和倍数的认识

1

在前面的学习中，我们知道两个整数相除，结果有以下两种情况。

第 一 种	$12 \div 2 = 6$	$20 \div 10 = 2$	第 二 种	$8 \div 3 = 2 \cdots 2$	$9 \div 5 = 1 \cdots 4$
	$30 \div 6 = 5$	$21 \div 21 = 1$		$19 \div 7 = 2 \cdots 5$	$26 \div 8 = 3 \cdots 2$
	$63 \div 9 = 7$				

在整数除法中，如果商是整数且没有余数（或者说余数为0），我们就说除数是被除数的**因数**（也称**约数**），被除数是除数的**倍数**。

例如， $12 \div 2 = 6$ ，我们就说2是12的因数，12是2的倍数。



因为 $12 \div 6 = 2$ ，
所以也可以说
6是12的因数，
12是6的倍数。

$$12 \div 2 = 6$$

$$12 \div 6 = 2$$

$$2 \times 6 = 12$$

$2 \times 6 = 12$ ，2和
6是12的因数，
12是2和6的
倍数。



说一说：上面第一种情况的每个算式中，谁是谁的因数？
谁是谁的倍数？

因数和倍数是相互依存的。



注意：为了方便，在研究因数和倍数的时候，我们所指的数是自然数（一般不包括0）。

做一做

下面的4组数中，谁是谁的因数？谁是谁的倍数？

4 和 24

26 和 13

75 和 25

81 和 9

2

18 的因数有哪些？

$18 \div 1 = 18$

$18 \div 2 = 9$

.....

想 18 除以几
没有余数……18 的因数有 1，2， ， ， ， 。

说一说：你是怎样找到 18 的因数的？

一个数的因数也可以像右图这样表示。

30 的因数有哪些？36 呢？

18 的因数

1, 2, , , ,

3

2 的倍数有哪些？

找倍数用乘法
更方便……

$2 \times 1 = 2$

$2 \times 2 = 4$

$2 \times 3 = 6$

.....

2 的倍数有 2, 4, 6, …。

说一说：你是怎样找到 2 的倍数的？

一个数的倍数也可以像右图这样表示。

3 的倍数有哪些？5 呢？

2 的倍数

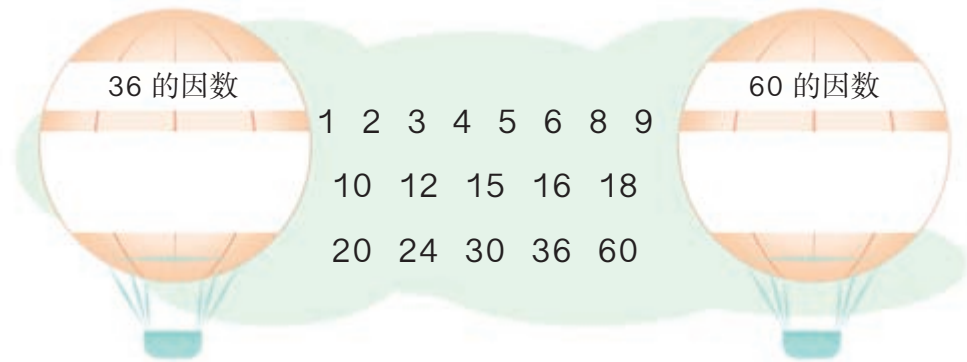
2, 4, , , , , …

在上面找因数和倍数的过程中，你有什么发现？

1. 一个数的最小因数是 ，最大因数是 ；
2. 一个数的最小倍数是 ， 最大倍数；
3. 一个数的因数的个数是有限的，一个数的倍数的个数是无限的。

练习二

- 1 把符合条件的数填入相应的热气球里。



- 2 (1) 写出下面各数的因数。

10

17

28

32

48

- (2) 写出下面各数的倍数 (各写5个)。

4

7

10

6

9

- 3 找出5的倍数, 把相应的星星涂上黄色。



- 4 15的因数有哪些? 15是哪些数的倍数?

- 5 判断下面的说法是否正确, 并说一说你的理由。

(1) 1是1, 2, 3, ...的因数。

(2) 8的倍数只有16, 24, 32, 40, 48。

(3) 因为 $36 \div 9 = 4$, 所以36是9的倍数。

(4) 5.7是3的倍数。

6 填空。

(1) 1 的因数有_____个，7 的因数有_____个，10 的因数有_____个。

(2) 一个数的最大因数和最小倍数都是 18，这个数是_____。

(3) 一个数的最小倍数是 1，这个数是_____。

7 猜数游戏。

它是 42 的因数，
又是 7 的倍数。



它可能是 7, 14, 21,
42 中的一个。

它也是 2 和 3 的
倍数。



我知道了，它
是_____。

8 (1) 14、21 都是 7 的倍数，14 与 21 的和是 7 的倍数吗？

(2) 27、18 都是 9 的倍数，27 与 18 的差是 9 的倍数吗？

通过这两个小题，你有什么发现？你能再举几个例子验证你的发现吗？

你知道吗？

完全数

6 的因数有 1, 2, 3, 6，这几个因数的关系是： $1+2+3=6$ 。像 6 这样，等于除了它自身以外的全部因数之和的数，叫作**完全数**。

28 也是完全数，而 8 则不是，因为 $1+2+4 \neq 8$ 。完全数非常稀少，截至 2021 年，人们一共找出了 51 个完全数，其中较小的有 6, 28, 496, 8128 等。

完全数还有一个有趣的性质，它们都能写成连续自然数之和。不信你可以试试看。

2. 2、5、3的倍数

1

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

(1) 把上表中5的倍数圈起来,看看5的倍数有什么特征。

(2) 把上表中2的倍数框起来,看看2的倍数有什么特征。

5的倍数个位上的数是0或5。



2的倍数个位上的数是0, 2, 4, 6或8。



一个数个位上是0或5,这个数就是5的倍数吗?一个数个位上是0, 2, 4, 6或8,这个数就是2的倍数吗?举例验证一下。

1. 个位上是0, 2, 4, 6或8的数,都是2的倍数;
2. 个位上是0或5的数,都是5的倍数。

整数中,是2的倍数的数叫作**偶数**(0也是偶数),不是2的倍数的数叫作**奇(jī)数**。

做一做

下面哪些数是2的倍数?哪些数是5的倍数?哪些数既是2的倍数,又是5的倍数?你发现了什么?

35 67 99 106 60 75 130 521 280 6018

2

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

把上表中3的倍数圈起来，看看3的倍数有什么特征。



3的倍数个位上可以是0~9中任何一个数。

斜着看，3的倍数各位上的数的和都是3的倍数。



任意找几个3的倍数，把各位上的数相加，看看有什么规律。

一个数各位上的数的和是3的倍数，这个数就是3的倍数吗？举例验证一下。

一个数各位上的数的和是3的倍数，这个数就是3的倍数。

 做一做

下面用数字卡片摆出的数中哪些是3的倍数？

2 4

5 8

4 7

9 6

在每个数后面增加一张数字卡片，使这个三位数成为3的倍数。

练习三

1 下面哪些数是奇数？哪些数是偶数？

33 98 355 0 123 881
8089 1000 988 565 3678 677

2 按要求填写数字。

(1) 两个数位上的数相同，并且是5的倍数。

(2) 3 5 既是2的倍数，又是5的倍数。

(3) 既是2的倍数，又是5的倍数的最小三位数。

3 圈出3的倍数。

92 75 36 206 65 3051 779 99999
111 49 165 5988 655 131 2222 7203

4



你能说出3个是3的倍数的偶数吗？

你能说出3个是5的倍数的奇数吗？



5 在 里填一个数字，使组成的每个数都是3的倍数。各有几种填法？

7 4 2 44 65 12 1

6 (1) “一五，一十，十五，二十……”这样数数，数出来的数都是_____的倍数，第12个数是_____。

(2) 100, 98, 96, 94, ..., 8, 6, 4, 2。这些数中的每个数都是_____的倍数，其中第15个数是_____。

- 7 妈妈在花店买了一些马蹄莲和郁金香，店员说妈妈应付87元。按照下面的价格计算，店员说得对吗？



- 8 判断下面的说法是否正确，并说一说你的理由。

- (1) 个位上是 3, 6, 9 的数，都是 3 的倍数。
 (2) 个位上是 1, 3, 5, 7, 9 的数，都是奇数。
 (3) 在全部整数里，不是奇数就是偶数。

- 9 现在有 22 名学生分组玩游戏，至少再来几名学生就可以正好 3 人一组？

- 10 从下面四张数字卡片中按要求取出三张，组成三位数。

4	3	奇数	偶数
0	5	2 的倍数	5 的倍数
		3 的倍数	既是 2 的倍数，又是 3 的倍数

- 11 先圈出 4 的倍数，再回答下面的问题。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

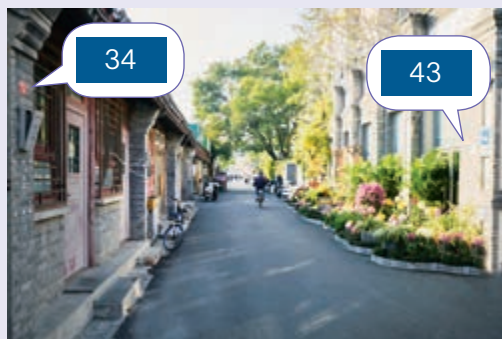
- (1) 4 的倍数都是 2 的倍数吗？
 (2)* 只看个位，能否判断一个数是不是 4 的倍数？应该怎样判断？

- 12 (1) 既是2和5的倍数，又是3的倍数的最小两位数是_____。
- (2) 既是2的倍数，又是3的倍数的最小三位数是_____，最大三位数是_____。

生活中的数学

街道一边的门牌号是奇数，
另一边的是偶数。

公民身份证中的第17位
数字可以分辨性别，奇数为男性，
偶数为女性。



你知道吗？

- (1) 判断一个数是不是2或5的倍数，为什么只用看个位数？
一个数可以根据数的组成进行改写，比如：

$$24 = 2 \times 10 + 4 \times 1$$

$$2485 = 2 \times 1000 + 4 \times 100 + 8 \times 10 + 5 \times 1$$

其中10，100，1000都是2或5的倍数，所以只要个位上的数是2或5的倍数，这个数就是2或5的倍数。

- (2) 判断一个数是不是3的倍数，为什么要看各位上数的和？
可以按(1)的思路进行分析。

$$\begin{aligned} 2485 &= 2 \times 1000 + 4 \times 100 + 8 \times 10 + 5 \times 1 \\ &= 2 \times (999 + 1) + 4 \times (99 + 1) + 8 \times (9 + 1) + 5 \\ &= \underline{2 \times 999 + 4 \times 99 + 8 \times 9} + (2 + 4 + 8 + 5) \end{aligned}$$

其中9，99，999都是3的倍数，括号中是这个数各个数位上的数，所以只要这些数的和是3的倍数，这个数就是3的倍数。

试一试：你能继续找到判断9的倍数的方法吗？

3. 质数和合数

找出 1~20 各数的因数，按要求填写下表。

只有一个因数的数	只有 1 和它本身两个因数的数	有两个以上因数的数

一个数，如果只有 1 和它本身两个因数，这样的数叫作**质数**（或**素数**）。如 2, 3, 5, 7 都是质数。

一个数，如果除了 1 和它本身还有别的因数，这样的数叫作**合数**。如 4, 6, 15, 49 都是合数。

1 既不是质数，也不是合数。



1

找出 100 以内的质数，做一个质数表。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

可以逐一验证每个数，看哪些是质数。



先把 2 的倍数划去，2 除外，划掉的这些数都不是质数。再把 3 的倍数划去……



想一想：划到几的倍数就可以了？

2

奇数与偶数的和是奇数还是偶数？奇数与奇数的和是奇数还是偶数？偶数与偶数的和呢？

阅读与理解

题目让我们探究“奇数、偶数的和”的问题。可以这样表示：

奇数 + 偶数 = ?

奇数

奇数 + 奇数 = ?

偶数

偶数 + 偶数 = ?

分析与解答



我先用几个奇数、偶数试一试。

$$5+8=13, 7+8=15 \dots\dots$$

$$5+7=12, 7+9=16 \dots\dots$$

$$8+12=20, 12+24=36 \dots\dots$$

还可以用小方块摆一摆。

奇数： $\dots\dots$

偶数： $\dots\dots$

奇数 + 偶数：

$=$

奇数除以2余1，偶数除以2没有余数，奇数加偶数的和除以2还余1，所以……



奇数 + 偶数 = 奇数，奇数 + 奇数 = ，偶数 + 偶数 = 。

回顾与反思

得出的结论正确吗？可以再找一些大数试一试。

$$319+534=853$$

所以，奇数 + 偶数 = 奇数。

还有其他方法吗？你觉得哪种方法好？

练习四

1 判断下面的说法是否正确，并说一说你的理由。

(1) 所有的奇数都是质数。

(2) 所有的偶数都是合数。

(3) 在 1, 2, 3, 4, 5, ... 中，除了质数以外都是合数。

(4) 两个质数的和是偶数。

2 将下面各数分别填入相应的框里。

27	37	41	58	61	73	83	95
11	14	33	47	57	62	87	99

质数

合数

奇数

偶数

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

3 你知道下面的数各是多少吗？

我们两个的和是10。

我们两个的积是21。

我们两个的和是20。

我们两个的积是91。



我是最小的质数。



我是最小的合数。

4 奇数与奇数的积是奇数还是偶数？奇数与偶数的积是奇数还是偶数？偶数与偶数的积呢？

- 5 30 名学生要分成甲、乙两队。如果甲队人数为奇数，乙队人数为奇数还是偶数？如果甲队人数为偶数呢？
- 6 两人一组，一人说出大于2的偶数，另一人找出和为此数的两个质数。



- 7 探索6的倍数的特征，并记录你探索的过程和结果。

你知道吗？

哥德巴赫猜想

从上面第6题的游戏中我们可以看到： $4=2+2$ ， $6=3+3$ ， $8=5+3$ ， $10=7+3$ ， $12=7+5$ ， $14=11+3$ ……那么，是不是所有大于2的偶数，都可以表示为两个质数的和呢？

这个问题是德国数学家哥德巴赫最先提出的，所以被称作**哥德巴赫猜想**。哥德巴赫猜想看似简单，但要证明却非常困难，因而成为数学中一个著名的难题，被称为“数学皇冠上的明珠”。

世界各国的数学家都想攻克这一难题，但至今还未解决。我国数学家陈景润在这一领域取得了举世瞩目的成果。

本单元结束了，
你想说些什么？

成长小档案



我的收获：_____

我的疑问：_____

3

长方体和正方体

1. 长方体和正方体的认识

生活中许多物体的形状都是**长方体**或**正方体**（正方体也叫**立方体**）。

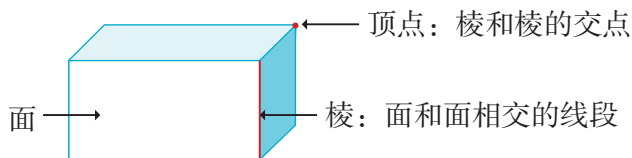


国家游泳中心



联合国总部大楼

长方体



1

拿几个长方体的物品来观察，并将小组同学的发现填在下页的表中。

长方体有6个面。

有些面是完全相同的。



(1) 长方体有_____个面。	(4) 长方体有_____条棱。
(2) 每个面是什么形状的? _____	(5) 哪些棱长度相等? _____
(3) 哪些面是完全相同的? _____	(6) 长方体有_____个顶点。

通过以上的观察和讨论可以知道：长方体一般是由6个长方形（特殊情况有两个相对的面是正方形）围成的立体图形。在一个长方体中，相对的面完全相同，相对的棱长度相等。

2 用细木条和橡皮泥做一个长方体框架。

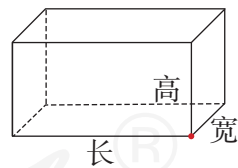
需要不同长度的细木条。



根据制作过程，回答下面的问题。

- (1) 长方体的 12 条棱可以分成几组？
- (2) 相交于同一顶点的 3 条棱的长度相等吗？

相交于同一顶点的 3 条棱的长度分别叫作长方体的长、宽、高。



做一做

剪下本书附页中图 1 的图样，按要求做一做。

- (1) 把图样中完全相同的长方形涂上同样的颜色。
- (2) 用这个图样做一个长方体。
- (3) 量一量所做长方体的长、宽、高各是多少厘米。
- (4) 观察这个长方体，最多能看到几个面？

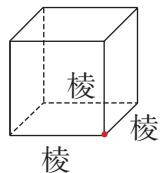
正方体

3

拿一个正方体的物品来观察，并将小组同学的发现填在下面。

(1) 正方体的6个面_____。

(2) 正方体的12条棱_____。



通过观察可以知道：正方体是由6个完全相同的正方形围成的立体图形，所有的棱长度相等。

剪下本书附页中图2的图样做一个正方体，再量出它的棱长是多少厘米。

讨论一下：长方体和正方体有哪些相同点？有哪些不同点？

长方体和正方体都有
6个面、8个顶点……

正方体的棱长度都相等，
长方体相对的棱……

正方形是特殊的
长方形，所以……



正方体是长、宽、高都相等的长方体。我们可以用右图表示长方体和正方体的关系。

长方体

正方体

做一做

用棱长1 cm的小正方体搭一搭。

(1) 搭一个稍大一些的正方体，至少需要多少个小正方体？动手试一试。

(2) 用12个小正方体搭一个长方体，可以有几种不同的搭法？记录搭出的长方体的长、宽、高。

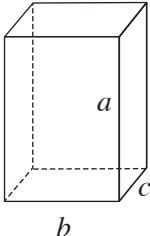
(3) 搭一个4个面都是正方形的长方体，你发现了什么？

练习五

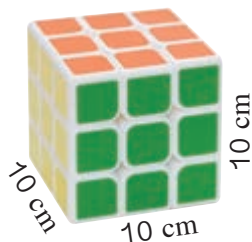
- 1 (1) 这个纸巾盒的前面是什么形状？长和宽各是多少？和它相同的面是哪个？
(2) 这个纸巾盒的右面是什么形状？长和宽各是多少？和它相同的面是哪个？
(3) 哪几个面的长是24 cm，宽是12 cm？



- 2 一个长、宽、高分别为40 cm、30 cm、20 cm的小纸箱，在所有的棱上粘上一圈胶带，至少需要多长的胶带？

- 3  (1) 和 a 平行的棱有几条？
(2) 和 a 相交且垂直的棱是哪几条？
(3) 和 b 平行的棱有几条？
(4) 你还能发现什么？

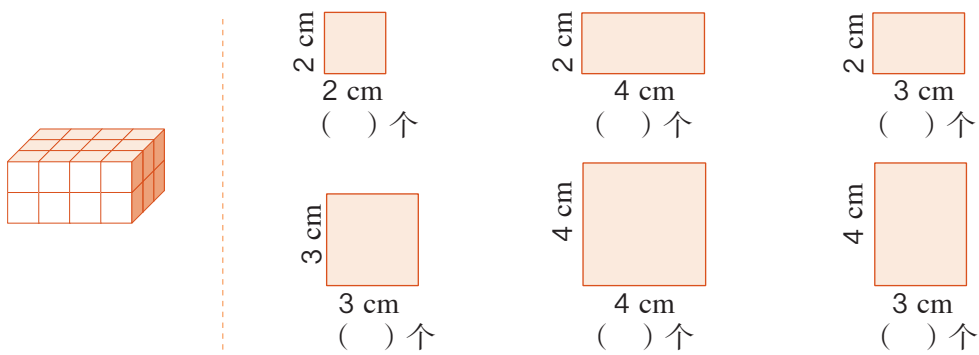
- 4 (1) 这个魔方是什么形状的？
(2) 它的棱长是多少？
(3) 它有几个面的形状完全相同？



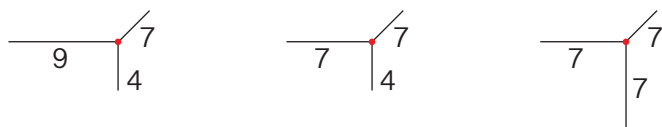
- 5 为迎接“五一”国际劳动节，工人叔叔要在礼堂的四周装上彩灯（地面的四边不装）。已知礼堂长90 m，宽55 m，高22 m，工人叔叔至少需要多长的彩灯线？



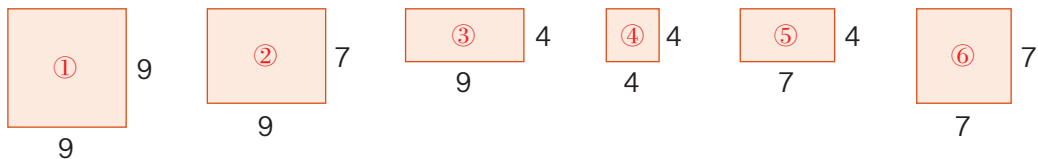
- 6 左边的长方体是用棱长 1 cm 的小正方体拼成的。右边的图形中哪一个是这个长方体 6 个面中的一个？用“√”标出来，并注明有几个这样的面。



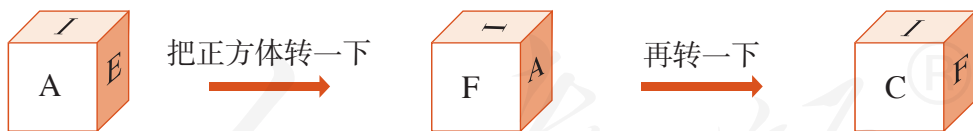
- 7 下图分别是长方体或正方体一个顶点处的 3 条棱。(单位: cm)



从以下图形中选择 6 个面(可重复选择), 围出上面的长方体或正方体。



- 8* 正方体的 6 个面分别写着 A、C、D、E、F、I。与 A、E、I 相对的面分别是哪个面？



你知道吗？

几何学和欧几里得

几何学是数学学科的一个重要分支，它源于土地测量等实际需要。

古希腊数学家欧几里得被称为“几何学之父”，他的著作《原本》在数学发展史上有着深远的影响。

2. 长方体和正方体的表面积

一个长方体或正方体的纸盒展开后是什么形状的？

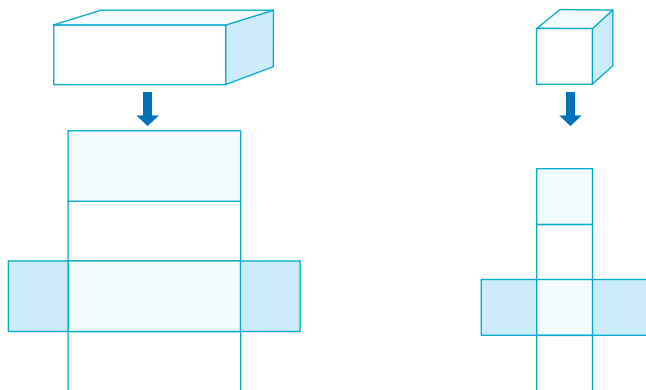
要沿着棱剪开！

我展开了一个长方体的纸盒。

正方体的纸盒可以这样展开。



把长方体和正方体的6个面分别展开，如下图所示。

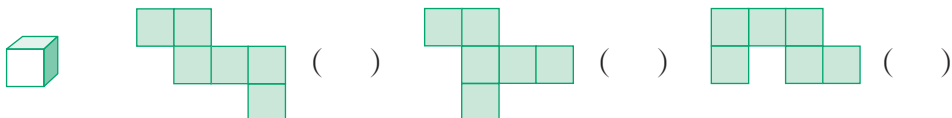


请在上面的展开图中，分别用“上、下、前、后、左、右”标明6个面。观察长方体展开图，回答下面的问题。

- (1) 哪些面的面积相等？
- (2) 每个面的长和宽与长方体的长、宽、高有什么关系？

做一做

折叠后，下面哪些图形能围成左侧的正方体？在括号里画“√”。

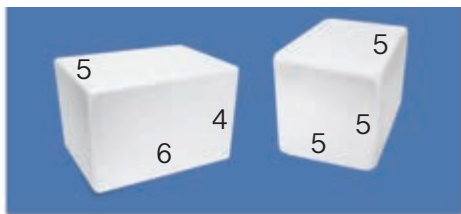


长方体或正方体6个面的面积之和，叫作它的**表面积**。

在日常生活和生产中，经常需要计算一些长方体或正方体的表面积。

1

制作尺寸如下图所示的长方体和正方体保温箱，各需要多少平方分米的泡沫板？（单位：dm）



想：求需要多少平方分米的泡沫板就是要求什么？

先观察长方体保温箱：

上、下每个面，长_____，宽_____，面积是_____；

前、后每个面，长_____，宽_____，面积是_____；

左、右每个面，长_____，宽_____，面积是_____。



6个面的面积相加……

长方体相对的面面积相等，我先算……



$$6 \times 5 \times 2 + 6 \times 4 \times 2 + 5 \times 4 \times 2$$

=

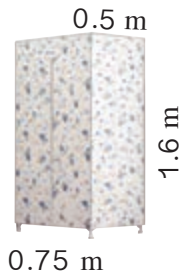
$$(6 \times 5 + 6 \times 4 + 5 \times 4) \times 2$$

=

想一想：正方体6个面都相同，表面积可以怎样计算？

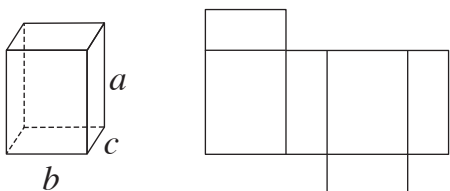
做一做

一个长0.75 m、宽0.5 m、高1.6 m的简易衣柜需要换布罩（如右图，没有底面）。至少需要用多少平方米布料？

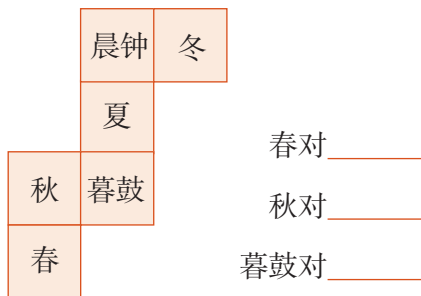


练习六

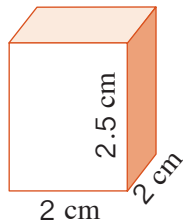
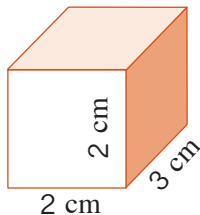
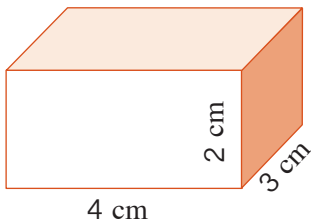
- 1 在展开图上找出相对的面，并用“上、下、前、后、左、右”标出，再用 a 、 b 、 c 标出每条棱。



- 2 将下面的展开图围成正方体后，哪两个面分别相对？



3



- (1) 计算各长方体中前面的面积。
- (2) 计算各长方体中右侧面的面积。
- (3) 计算各长方体中上面的面积。
- (4) 计算各长方体的表面积。

- 4 做一个长 5 dm、宽 4 dm、高 3 dm 的长方体布艺收纳盒，至少需要多少平方分米的布？

- 5 一个长方体的饼干盒，长 10 cm，宽 6 cm，高 12 cm。如果围着它贴一圈商标纸（上、下面不贴），这张商标纸的面积至少有多少平方厘米？

6



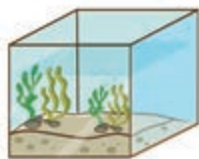
把一个棱长 46 cm 的正方体纸箱各面都贴上红纸，作为捐款箱。

- (1) 至少需要多少平方厘米的红纸？（开口处忽略不计。）
- (2) 如果只在棱上粘贴一圈胶带纸，一卷 4.5 m 长的胶带纸够用吗？

- 7 先根据给出的数据判断物体是正方体还是长方体，再计算表面积。

图形名称	长	宽	高	表面积
	15 cm	15 cm	10 cm	
	12 m	12 m	12 m	
	13 dm	12 dm	10 dm	

- 8 一个正方体玻璃鱼缸的棱长为 3 dm，制作这个鱼缸至少需要多少平方分米的玻璃？（上面没有盖。）

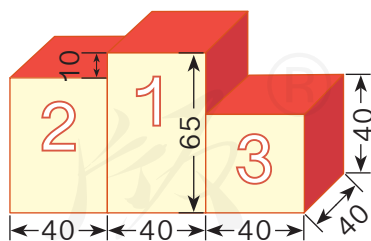


- 9 一个正方体礼品盒的棱长为 1.2 dm。如果包装这个礼品盒的用纸是其表面积的 1.5 倍，至少要用多少平方分米的包装纸？

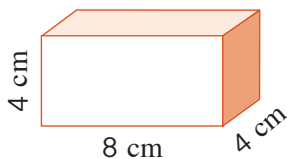
- 10 一个新建的游泳池长 50 m，长是宽的 2 倍，深 2.5 m。现在要在游泳池的四周和底面贴上瓷砖，一共需要贴多少平方米的瓷砖？

- 11 学校要粉刷教室。已知教室的长是 8 m，宽是 6 m，高是 3 m，门窗的面积是 11.4 m^2 。如果每平方米需要花 6 元涂料费，粉刷这个教室需要多少涂料费？

- 12 右面这个颁奖台是由 3 个长方体拼成的。它的前后两面涂黄色油漆，其他露出来的面涂红色油漆。涂黄色油漆和红色油漆的面积各是多少？（单位：cm）



- 13 如何把右面这个长方体木块分成两个棱长为 4 cm 的正方体？这两个正方体的表面积之和与原长方体的表面积相等吗？



3. 长方体和正方体的体积

体积和体积单位



说一说：乌鸦是怎样喝到水的？

实验观察：

1. 准备两个同样大小的空杯子，将其中一杯装满水；
2. 取一块小石头放进空杯子里，将第一杯中的水倒进这个杯子里；



3. 换一块大一点的石头再试一试。

你发现了什么？



石头占了一部分空间，水就剩下了。



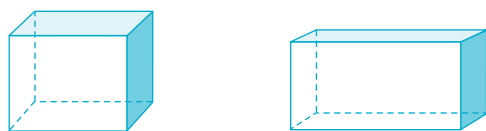
石头越大，剩下的水就越多。

物体所占空间的大小叫作物体的**体积**。



上面的洗衣机、电饭锅和手机，哪个体积最大？哪个体积最小？

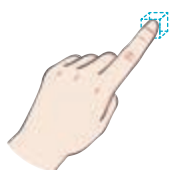
怎样比较下面两个长方体体积的大小呢？



想一想：计量长度有统一的长度单位，计量面积有统一的面积单位，计量体积是不是也应该有统一的体积单位呢？

计量体积要用体积单位，常用的体积单位有**立方厘米**、**立方分米**和**立方米**，可以分别写成 cm^3 、 dm^3 和 m^3 。

棱长 1 cm 的正方体，
体积是 1 cm^3 。



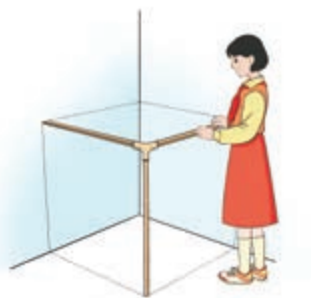
手指尖的体积
大约是 1 cm^3 。

棱长 1 dm 的正方体，
体积是 1 dm^3 。



粉笔盒的体积
接近于 1 dm^3 。

棱长 1 m 的正方体，
体积是 1 m^3 。



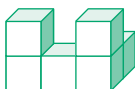
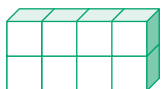
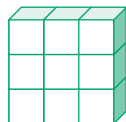
用 3 根 1 m 长的木条
可围出 1 m^3 的空间。

做一做

- ① 1 cm 、 1 cm^2 、 1 cm^3 分别是什么单位？它们有什么不同？



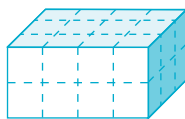
- ② 下面是用棱长 1 cm 的小正方体拼成的几何体，它们的体积各是多少？



讨论一下：怎样计算长方体的体积？



求长方体的体积就是看长方体有多少个体积单位。



把长方体分成若干单位体积的小正方体，就可以……



实验：用体积为 1 cm^3 的小正方体摆成不同的长方体。说一说你是怎么摆的。

(1) 把小组内摆法不同的长方体的相关数据填入下表。

长	宽	高	小正方体的个数	长方体的体积

(2) 观察上表：摆出的长方体的体积与长、宽、高有什么关系？

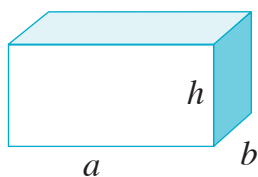
长方体所含体积单位的个数就是长方体的体积。

长方体的体积正好等于长 \times 宽 \times 高的积。



长方体的体积 = _____

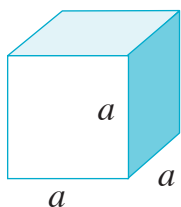
如果用字母 V 表示长方体的体积，用 a 、 b 、 h 分别表示长方体的长、宽、高，那么长方体的体积计算公式可以写成：



$$V = abh$$

想一想：根据正方体和长方体的关系，正方体的体积应该怎样计算？

如果用字母 V 表示正方体的体积，用 a 表示正方体的棱长，那么正方体的体积计算公式可以写成：



$$V = a \cdot a \cdot a$$

$a \cdot a \cdot a$ 也可以写作 a^3 ，读作“ a 的立方”，表示 3 个 a 相乘。

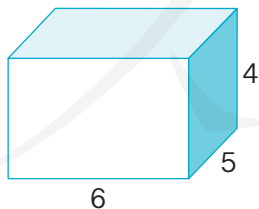


正方体的体积计算公式一般写成：

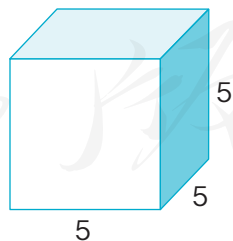
$$V = a^3$$

1

保温箱的尺寸如下图所示，计算它们的体积。（单位：dm）

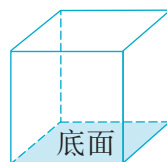


$$\begin{aligned} V &= abh \\ &= 6 \times 5 \times 4 \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{dm}^3) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} V &= a^3 \\ &= 5^3 \\ &= 5 \times 5 \times 5 \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{dm}^3) \end{aligned}$$

长方体或正方体底面的面积叫作**底面积**。



长方体的体积 = 长 × 宽 × 高

↑
底面积

正方体的体积 = 棱长 × 棱长 × 棱长

↑
底面积

所以，长方体和正方体的体积计算公式也可以这样表示：

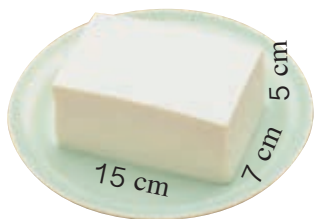
$$\text{长方体（或正方体）的体积} = \text{底面积} \times \text{高}$$

如果用字母 S 表示底面积，上面的公式可以写成：

$$V = S h$$

做一做

- ① 一块长方体豆腐的尺寸如下图所示，它的体积是多少？

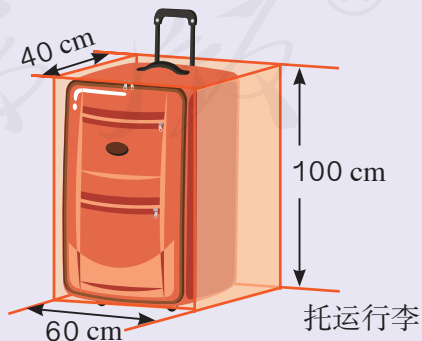
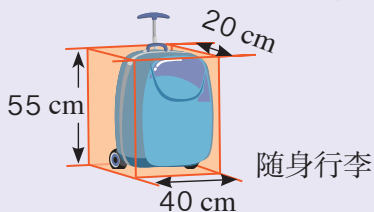


- ② 一根长方体木料，长 5 m，横截面的面积是 0.06 m^2 。这根木料的体积是多少？



生活中的数学

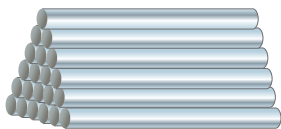
乘飞机时免费行李的尺寸限制如下图。



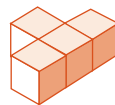
你知道其他交通工具关于行李尺寸的规定吗？

练习七

- 1 下面哪堆物品的体积大？为什么？



- 2 下面各图分别是用棱长 1 cm 的小正方体拼成的，哪个图形体积最大？哪个体积最小？在横线上标注出来。



- 3 在横线上填写合适的体积单位。



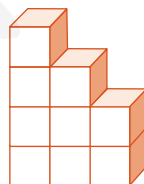
集装箱的体积约
是 40 _____

电饭锅的体积约
是 25 _____

橡皮的体积约
是 10 _____

- 4 说一说：你在生活中见过的体积最大的物体是什么？体积最小的物体是什么？在生活中能找出哪些体积分别是 1 cm^3 、 1 dm^3 、 1 m^3 的物体？

- 5 右图是由 9 个棱长 1 cm 的小正方体拼成的。怎样把它变成一个长方体？新组成的长方体的体积是多少？

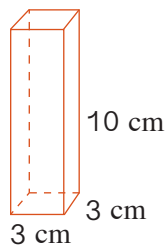
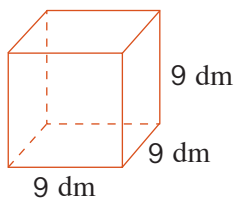
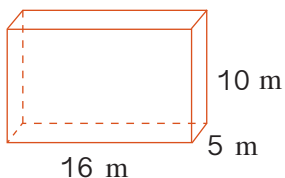


- 6 算一算。

$4^3 =$ _____ $4 \times 3 =$ _____ $4 + 4 + 4 =$ _____

$8^2 =$ _____ $8 \times 2 =$ _____ $8 + 8 =$ _____

- 7 计算下面各立体图形的体积。



- 8 要在平地上挖一个长 50 m、宽 30 m、深 50 cm 的长方体土坑，一共要挖出多少方的土？



在工程上，土、沙、石等的体积常用“方”作单位，1方=1立方米。



- 9 一块棱长 30 cm 的正方体冰块，它的体积是多少立方厘米？

- 10 把下表中长方体或正方体的相关数据补充完整。

底面积	32 cm ²	40 cm ²		54 cm ²
高		5 dm	9 m	7 cm
体积	448 cm ³		729 m ³	

- 11 家具厂订购 500 根方木，每根方木横截面的面积是 2.4 dm²，长是 3 m。这些方木一共是多少立方米？

- 12 (1) 估计一本数学书的体积是多少，再测量并计算。
 (2) 估计一件长方体家具的体积是多少，再测量并计算。
 (3) 说一说上面两个小题你是如何估计的。怎样估计更准？

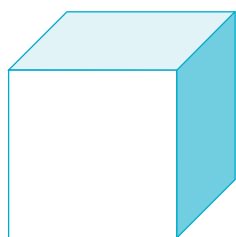


体积单位间的进率

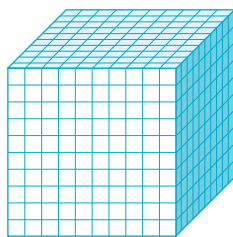
我们知道了长度单位间、面积单位间的进率，体积单位间的进率是多少呢？

2

下图是一个棱长为 1 dm 的正方体，体积是 1 dm^3 。它的体积是多少立方厘米呢？



1 dm



10 cm



如果把它棱长看作 10 cm，可以把它分成 1000 个 1 cm^3 的小正方体。

它的底面积是 100 cm^2 ，高是 10 cm， 100×10 ，体积是 1000 cm^3 。



$$10 \times 10 \times 10 = 1000 (\text{cm}^3)$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

仿照上面的方法，你能推算出 1 m^3 等于多少立方分米吗？

$$1 \text{ m}^3 = \underline{\quad\quad} \text{ dm}^3$$

下面是我们学过的计量单位，请把下表补充完整。

计量类型	单位名称	相邻两个单位间的进率
长度	米、分米、厘米	
面积	平方米、平方分米、平方厘米	
体积	立方米、立方分米、立方厘米	

3

(1) 3.8 m^3 是多少立方分米? (2) 2400 cm^3 是多少立方分米?想: $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$ 想: $\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3 = 1 \text{ dm}^3$

$3.8 \text{ m}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}^3$

$2400 \text{ cm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}^3$

4

右面这个牛奶包装箱的体积是多少?



箱上的尺寸表示的是这个长方体的长、宽、高。



$$\begin{aligned}
 V &= a b h \\
 &= 50 \times 30 \times 40 \\
 &= 60000 (\text{cm}^3)
 \end{aligned}$$

$60000 \text{ cm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^3$

做一做

1 $3.5 \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$ $700 \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^3$ $0.25 \text{ m}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$

2 要砌一面长 15 m、厚 24 cm、高 3 m 的砖墙, 如果每立方米用砖 525 块, 至少要用砖多少块?

你知道吗?

人们很早就得出了长方体、圆柱等立体图形的体积计算公式。我国古代数学名著《九章算术》中, 集中而正确地给出了立体图形的体积计算公式。书中在求底面是正方形的长方体体积时, 是这样说的: “方自乘, 以高乘之即积尺。” 就是说, 先用边长乘边长得底面积, 再乘高就得到长方体的体积。

练习八

① $1.02 \text{ m}^3 = \underline{\quad\quad} \text{ dm}^3$ $960 \text{ dm}^3 = \underline{\quad\quad} \text{ m}^3$ $6270 \text{ cm}^2 = \underline{\quad\quad} \text{ dm}^2$
 $36000 \text{ cm}^3 = \underline{\quad\quad} \text{ m}^3$ $8.63 \text{ m}^2 = \underline{\quad\quad} \text{ dm}^2$ $23 \text{ dm}^3 = \underline{\quad\quad} \text{ cm}^3$

- ② 一个长方体包装盒，从里面量长 28 cm，宽 20 cm，里面的体积为 11.76 dm^3 。用它装一件长 25 cm、宽 16 cm、高 18 cm 的玻璃器皿，是否装得进去？说一说你的理由。

- ③ 某小区新安装了 50 个混凝土凳子（如右图所示）。凳面的长、宽、高分别是 100 cm、45 cm、4.5 cm，凳腿的长、宽、高分别是 45 cm、5 cm、35 cm。做这些凳子至少用了多少方混凝土？



- ④ “六一”儿童节前，小学生用棱长 3 cm 的正方体塑料拼插积木在广场中央搭起了一面长 6 m、高 2.7 m、厚 6 cm 的心愿墙。这面墙一共用了多少块积木？



- ⑤ 一个长方体的无盖玻璃水族箱，长是 6 m，宽是 60 cm，高是 1.5 m。制作这个水族箱需要用多少平方米的玻璃？它的体积是多少？

6 将 7.6 m^3 的沙子铺在一个长 5 m 、宽 38 dm 的沙坑里，可以铺多厚？

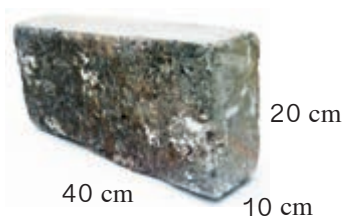
7 圈出每组中与其他数据不相等的那个数据。

(1) 5.08 m^3 50800 cm^3 5080 dm^3 5080000 cm^3

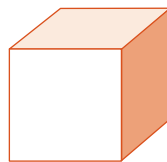
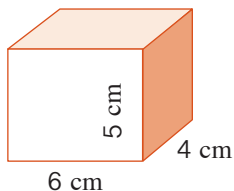
(2) 6039 dm^2 6.039 m^2 603900 cm^2 60.39 m^2

(3) 1500 cm 1500 dm 15 m 150 dm

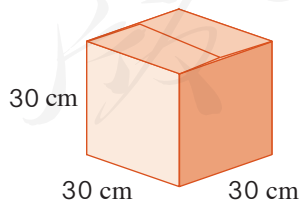
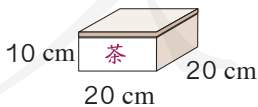
8 修建长城所用的某块砖的尺寸如右图所示。这块长城砖体积是多少？



9 一个长方体和一个正方体的棱长总和相等。已知长方体的长、宽、高分别是 6 cm 、 4 cm 、 5 cm ，正方体的棱长是多少厘米？它们的体积相等吗？



10* 茶厂工人要将长、宽均为 20 cm ，高为 10 cm 的长方体茶盒装入棱长为 30 cm （从里面量）的正方体纸箱，一箱最多能装几盒？怎样才能装下？



求能装几盒，可以用纸箱体积除以茶盒体积吗？

怎样装呢？纸箱棱长 30 cm ，放一个茶盒后就剩 10 cm ……





容积和容积单位



像太空舱、粮仓、油桶、盒子等所能容纳物体的体积，通常叫作它们的**容积**。计量容积一般用体积单位。计量液体（如水、油等）的体积常用容积单位**升（L）**和**毫升（mL）**。



5 L



250 mL



液体的体积可以用量筒或烧杯度量。



1 升液体的体积就是 1 立方分米， $1\text{ L}=1\text{ dm}^3$

1 毫升液体的体积就是 1 立方厘米， $1\text{ mL}=1\text{ cm}^3$

$$1\text{ L}=1000\text{ mL}$$

做一做

- 说一说哪些物品上标有毫升、升。
- 估计一下：一纸杯水大约有多少毫升？几纸杯水大约是 1 L？

长方体或正方体容器容积的计算方法跟体积的计算方法相同，但要从容器里面量长、宽、高。

5

一个长方体油箱，从里面量长 5 dm，宽 4 dm，高 2 dm。这个油箱可以装多少升油？

$$5 \times 4 \times 2 = 40 (\text{dm}^3)$$

$$40\text{ dm}^3 = \underline{\quad\quad} \text{ L}$$

生活中还有很多像橡皮泥、土豆、石块等形状不规则的物体，怎样求它们的体积呢？

6

设法求出下面两种物体的体积。



橡皮泥



土豆

阅读与理解

要解决什么问题？这些物体分别有什么特点？

分析与解答

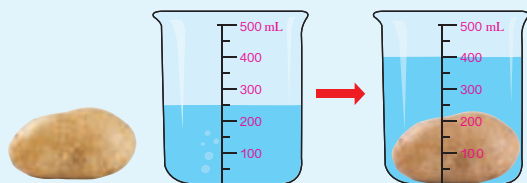
橡皮泥可以改变形状。



可以把橡皮泥捏压成规则的长方体或正方体形状，再……



土豆不能改变形状，怎么办呢？



可以像乌鸦喝水那样用“排水法”。上升的那部分水的体积就是……



水的体积是
_____ mL。

水和土豆的体积
是 _____ cm^3 。

土豆的体积：
 $400 - 250 = 150 (\text{cm}^3)$

答：_____。

回顾与反思

用“排水法”求不规则物体的体积需要记录哪些数据？

可以利用上面的方法测量乒乓球的体积吗？为什么？

练习九

- ① 在横线上填写合适的容积单位。



一瓶墨水
约 50 _____



一瓶洗手液
约 500 _____



一台冰箱容积
约 229 _____



“奋斗者”号载人潜水器
载人舱的容积约 3 _____

- ② $4\text{ L} = \underline{\hspace{2cm}}\text{ mL}$ $82\text{ cm}^3 = \underline{\hspace{2cm}}\text{ mL}$ $4800\text{ mL} = \underline{\hspace{2cm}}\text{ L}$
 $2.4\text{ L} = \underline{\hspace{2cm}}\text{ mL}$ $35\text{ dm}^3 = \underline{\hspace{2cm}}\text{ mL}$ $500\text{ mL} = \underline{\hspace{2cm}}\text{ L}$
 $8.04\text{ dm}^3 = \underline{\hspace{2cm}}\text{ L} = \underline{\hspace{2cm}}\text{ mL}$ $785\text{ mL} = \underline{\hspace{2cm}}\text{ cm}^3 = \underline{\hspace{2cm}}\text{ dm}^3$

- ③ 一桶 18 L 的矿泉水相当于 _____ 瓶 1500 mL 的矿泉水。



18 L



1500 mL

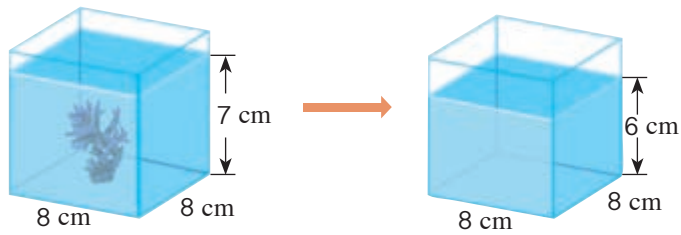
- ④ 一种微波炉，产品说明书上标明：炉腔内部尺寸 $400 \times 225 \times 300$ (单位：mm)。这个微波炉的容积是多少升？



- ⑤ 为解决海岛上淡水缺乏的问题，某驻岛部队和当地居民共同修建了一个长 22 m、宽 10 m、深 1.8 m 的淡水蓄水池。这个蓄水池最多可蓄水多少立方米？

- ⑥ 一辆货车的车厢是长方体，从里面量长 3 m，宽 2.5 m，高 2 m。车厢的容积是多少立方米？

- 7 下图中珊瑚石的体积是多少？



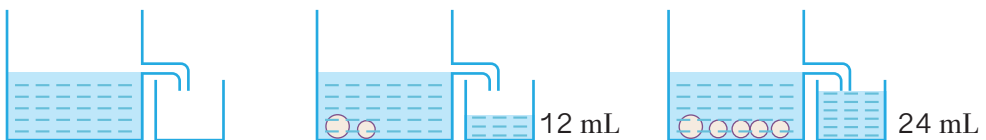
- 8 将一块假山石放入一个盛有水的、底面积为 51 dm^2 的长方体鱼缸中，完全浸没后，水面上升了 3 cm 。这块假山石的体积有多大？
- 9 在一个长 8 m 、宽 5 m 、高 2 m 的水池中注满水，然后把两条长 3 m 、宽 2 m 、高 4 m 的石柱立着放入池中，水池溢出的水的体积是多少？
- 10 把两个棱长为 1.5 dm 的正方体木块拼成一个长方体。这个长方体的体积、表面积分别是多少？如果是用 3 个正方体木块拼呢？

- 11 右图是新疆吐鲁番晾制葡萄干的一种长方体晾房。其中一间从里面测量的底面积是 24.6 m^2 ，高是 3 m 。它的容积是多少？



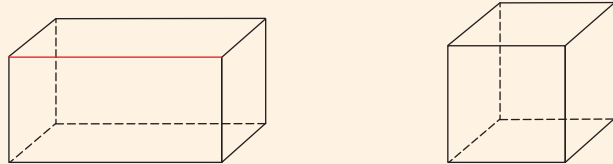
- 12 “冰雪大世界”每年用的冰大约能融化成 6 万立方米的水，这相当于多少个长 50 m 、宽 25 m 、深 1.2 m 的水池的蓄水量？

- 13* 求下图中大圆球的体积。



整理和复习

本单元学习了关于长方体和正方体的哪些知识？



你能在图中分别标出长度相等的棱、大小相等的面吗？

① 对照上图，回答下面的问题。

- (1) 用图表示长方体和正方体的关系，并说一说理由。
- (2) 在上面的长方体中有一条红色标示的棱，分别指出与它平行的棱和与它相交且垂直的棱，你能发现什么？
- (3) 回忆计算表面积的方法以及探索体积公式的过程，说一说关键是要知道什么。计算体积和容积有什么相同点和不同点？

② 你能用尺子和长方体（或正方体）容器测出右面物体的体积吗？如果用这种方法比较两个物体体积的大小，你打算怎样做？

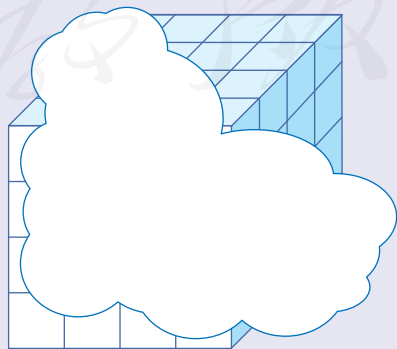
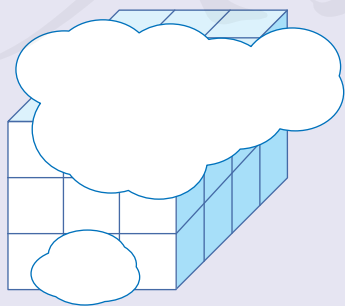


玻璃球



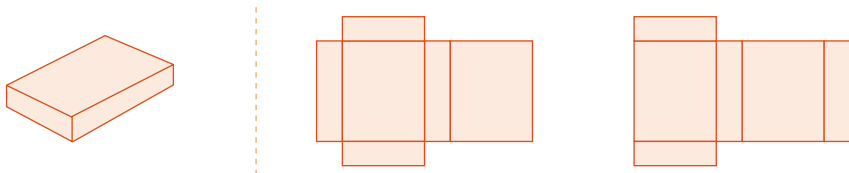
绿豆

下面的长方体都是用棱长 1 cm 的小正方体摆成的，计算它们的体积。



练习十

- 1 下面是同一个长方体的展开图，说一说每个图是怎样展开的。



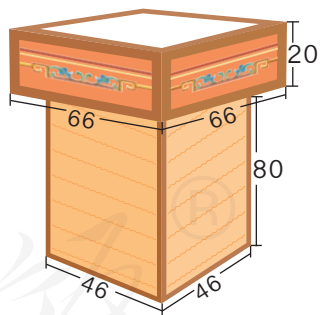
找一些正方体纸盒将其展开，你能展开成多少种不同的形状？

- 2 长方体的长、宽、高都变为原来的2倍，它的表面积和体积分别发生了什么变化？你发现了什么规律？

长方体	长/cm	宽/cm	高/cm	表面积/cm ²	体积/cm ³
①	2	1	3		
②	4	2	6		
③	8	4	12		

- 3 一个长方体鱼塘长8 m，宽4.5 m，深2 m。这个鱼塘的容积是多少？

- 4 某古建筑景点定做了25个宫灯（如右图，单位：cm）。宫灯外侧有一层外饰面（上、下面除外）。如果外饰面每平方米18元，这些宫灯的外饰面一共要花多少钱？



本单元结束了，
你想说些什么？

成长小档案



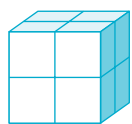
我的收获：_____

我的疑问：_____

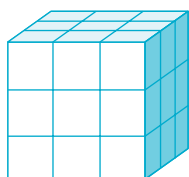


探索图形

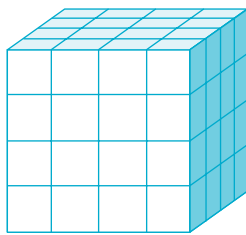
用棱长 1 cm 的小正方体拼成如下的正方体后，把它们的表面分别涂上颜色。①、②、③中，三面、两面、一面涂色以及没有涂色的小正方体各有多少个？按这样的规律拼下去，第④、⑤个正方体的结果会是怎样的呢？



①



②



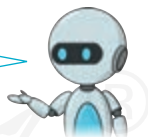
③

.....

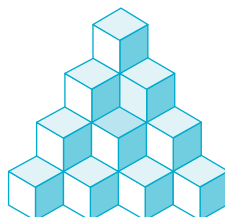
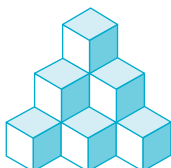
完成下表。看看每类小正方体都在什么位置。你能发现什么规律？

序号	三面涂色的个数	两面涂色的个数	一面涂色的个数	没有涂色的个数
①	8	0	0	0
②	8	12	6	1
③	8	24		
④				
⑤				

没有涂色的个数怎样填比较快？



- (1) 你能继续写出第⑥、⑦、⑧个正方体中四类小正方体的个数吗？
- (2)* 如果摆成下面的几何体，你会数吗？




4

分数的意义和性质

1. 分数的意义

分数的产生

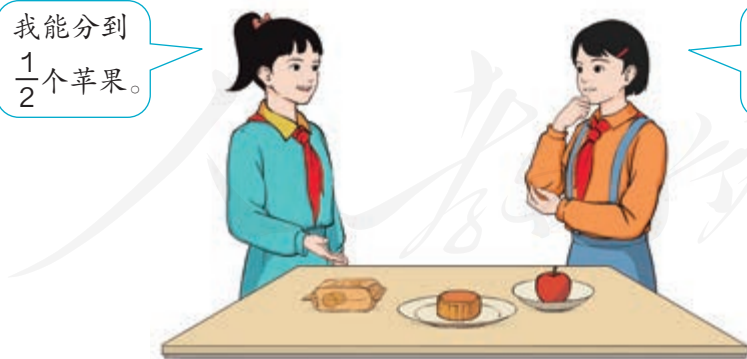
古人在分物、测量时发明了分数。

剩下的不足 ,
怎么记?



把桌上的物品平均分给两个同学。

我能分到
 $\frac{1}{2}$ 个苹果。



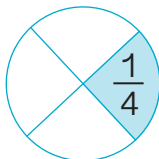
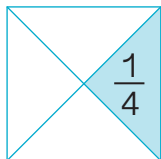
我能分到
月饼的 $\frac{1}{2}$ 。

每人平均分到 _____ 个苹果, _____ 个月饼, _____ 包饼干。

在进行测量、分物或计算时,往往不能正好得到整数的结果,这时期常用分数来表示。

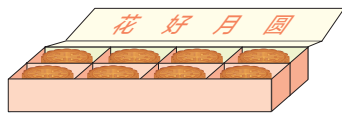
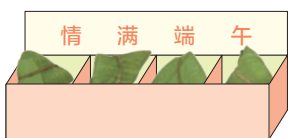
分数的意义

你能举例说明 $\frac{1}{4}$ 的含义吗？



1

我们也可以把一些物体看作一个整体。



把一盒粽子看作一个整体，平均分成4份，每份就是这盒粽子的 $\frac{1}{4}$ 。

把一盒月饼看作一个整体，平均分成4份，3份是这盒月饼的 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。

一盒糖

平均分成 2 份，每份是这盒糖的 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。

平均分成 3 份，2 份是这盒糖的 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。

平均分成 4 份，3 份是这盒糖的 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。

平均分成 6 份，5 份是这盒糖的 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。

一个物体、一个计量单位或是一些物体等都可以看作一个整体。一个整体可以用自然数 1 来表示，我们通常把它叫作**单位“1”**。

把单位“1”平均分成若干份，这样的一份或几份都可以用分数来表示，表示其中一份的数叫作**分数单位**。例如， $\frac{2}{3}$ 的分数单位是 $\frac{1}{3}$ 。

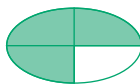
你能说出上面其他几个分数的分数单位吗？

做一做

- ① 把下面每个图形都看作单位“1”，用分数表示各图中涂色部分的大小。











每个福娃是这排福娃的 $\left(\frac{\quad}{\quad}\right)$ 。



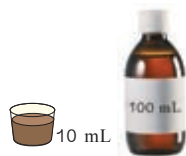
2个冰墩墩是这排冰墩墩的 $\left(\frac{\quad}{\quad}\right)$ 。



每个茶杯是
这套茶杯的 $\left(\frac{\quad}{\quad}\right)$ 。

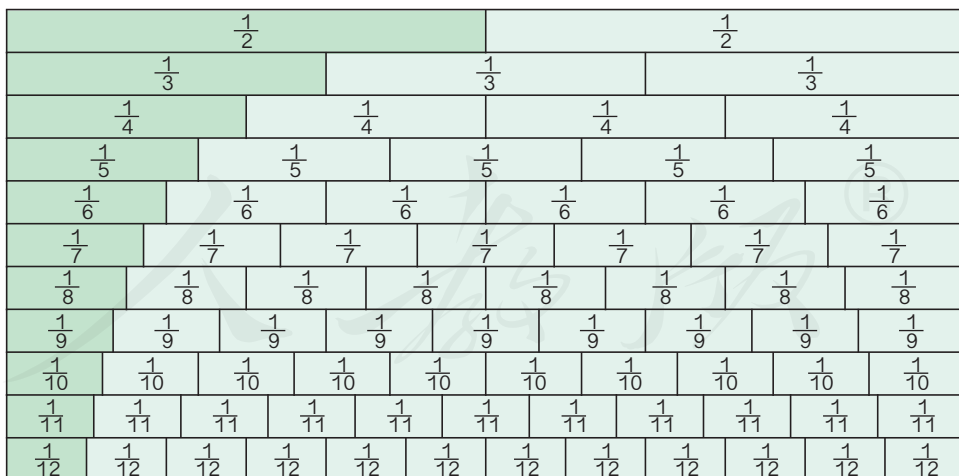


每种颜色的跳棋是
这盒跳棋的 $\left(\frac{\quad}{\quad}\right)$ 。



一小杯液体是
这瓶液体的 $\left(\frac{\quad}{\quad}\right)$ 。

- ④ 下面的分数墙有哪些分数单位？仔细观察，你有什么发现？



(1) 5个 $\frac{1}{6}$ 组成 (), $\frac{3}{4}$ 由 () 个 $\frac{1}{4}$ 组成。

(2) 8个 $\left(\frac{\quad}{\quad}\right)$ 组成 1, 1 里面有 12 个 $\frac{1}{\quad}$ 。

练习十一

① 按要求涂色。



$\frac{1}{3}$ 涂上红色，其余 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$
涂上你喜欢的颜色。



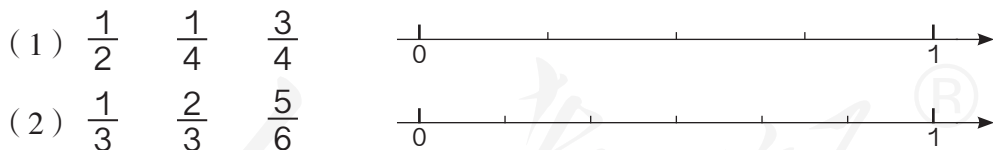
$\frac{1}{2}$ 涂上绿色，其余 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$
涂上你喜欢的颜色。

② 一包饼干平均分给 3 人，每人分得 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 包。如果一包有 12 块，平均每人分得 () 块。

③ 读出下面的分数，并写出每个分数的分数单位及分数单位的个数。

分	数:	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{11}{18}$	$\frac{7}{100}$
分	数	单	位:	$\frac{(\quad)}{(\quad)}$	$\frac{(\quad)}{(\quad)}$	$\frac{(\quad)}{(\quad)}$
分	数	单	位	的	个	数:
				()	()	()

④ 用直线上的点表示下面各个分数。



上面两条直线中，每条直线上的最小刻度用分数表示分别是多少？它们分别是哪些分数的分数单位？

⑤ 从下面的分数中任选一个，在右面的框里画图表示出来。

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$



⑥ 和同桌说一说在生活中见过的分数，并说出它的单位“1”和分数单位。

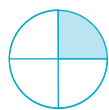
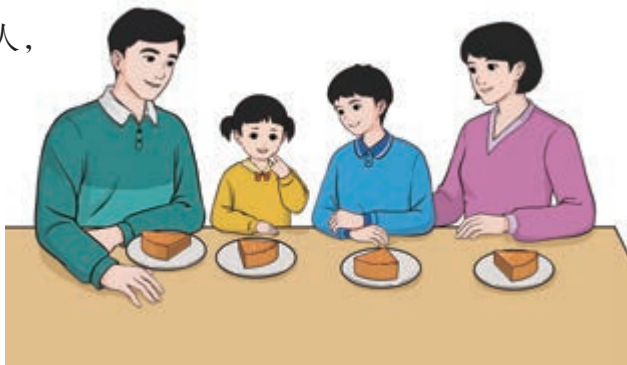


分数与除法

2

把1个月饼平均分给4人，
每人分得多少个？

想：求每人分得多少个，
要算 $1 \div 4$ 得多少。



$$1 \div 4 = \frac{1}{4} (\text{个})$$

3

把3个月饼平均分给4人，每人分得多少个？

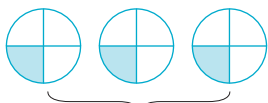
想：求每人分得多少个，要算 $3 \div 4$ 得多少。

$$3 \div 4 = \left(\frac{\quad}{\quad} \right) (\text{个})$$



每次分1个，每
人分得3个 $\frac{1}{4}$ 个。

3个一起分，每人
分得3个的 $\frac{1}{4}$ 。



分数与除法有什么关系？你能用字母表示出分数与除法的关系吗？

$$\text{被除数} \div \text{除数} = \frac{\text{被除数}}{\text{除数}}$$

⋮

$$a \div b = \frac{a}{b} (b \neq 0)$$

想：为什么 $b \neq 0$ ？

4

小新家养鹅7只，养鸭10只，养鸡20只。鸡的只数是鸭的多少倍？
鹅的只数是鸭的多少倍？

阅读与理解

知道了……

要解决的问题是……

分析与解答

求“谁是谁的几倍”的问题，可以用除法计算。

$$20 \div 10 = 2 \quad \text{鸡的只数是鸭的2倍。}$$

$$7 \div 10 = \underline{\quad} \quad \text{鹅的只数是鸭的}\underline{\quad}\text{倍。}$$



把10只看作一个整体，7只就是这个整体的 $\frac{7}{10}$ 。



根据分数与除法的关系，商应该是 $\frac{7}{10}$ 。



鹅	鸭	
$7 \div 10 = \frac{7}{10}$		

回顾与反思

这两个问题有什么不同？

答：_____。

你还能提出其他数学问题并解答吗？

第二个问题求出的倍数是分数，一般省略“倍”字，直接用几分之几表示。



做一做

① 在括号里填上适当的数。

$$7 \div 13 = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

$$\frac{5}{8} = (\quad) \div (\quad)$$

$$(\quad) \div 7 = \frac{4}{7}$$

② 动物园里有大象9头，金丝猴4只。金丝猴的数量是大象的几分之几？

练习十二

- 1 1 kg 葡萄干平均装在 2 个袋子里，每袋装多少千克？平均装在 3 个袋子里呢？（用分数表示。）

- 2 一个 3 m^2 的花坛，种 4 种花，每种花平均占地多少平方米？种 5 种呢？（用分数表示。）

- 3 用分数表示下面各题的商。

$24 \div 25 =$

$16 \div 49 =$

$2 \div 9 =$

$11 \div 12 =$

- 4 在括号里填上适当的数。

$9 \text{ cm} = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) \text{ dm}$

$30 \text{ cm} = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) \text{ m}$

$133 \text{ dm}^3 = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) \text{ m}^3$

$7 \text{ dm} = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) \text{ m}$

$56 \text{ cm}^2 = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) \text{ dm}^2$

$53 \text{ mL} = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) \text{ L}$

$23 \text{ kg} = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) \text{ t}$

$13 \text{ 秒} = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) \text{ 分}$

$48 \text{ 公顷} = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) \text{ 平方千米}$

- 5 81 个月球和 1 个地球的质量相等。月球质量是地球质量的几分之几？

- 6 一棵纺锤树最粗部分的直径为 5 m，一张桌子的宽为 1 m。桌子的宽度是这棵纺锤树最粗部分直径的几分之几？

纺锤树的根系发达，树干里可以贮存很多水分。



- 7 某农场有 50 头大牛和 25 头小牛，还有 16 只羊。

(1) 大牛的头数是小牛的多少倍？

(2) 小牛的头数是大牛的几分之几？

(3) 你还能提出其他数学问题并解答吗？

8 老师买了5 m 的红绸带，平均分给表演节目的6名女生。每人分得几米？
(用分数表示。)

9 小明 15 分钟走了 1 km 路，平均每分钟走多少千米？(用分数表示。)

10 4月23日是世界读书日。这一天，标价11元一本的《快乐数学》售价9元。

(1) 这本书的售价是标价的几分之几？

(2) 你还能提出其他数学问题并解答吗？

11 五(1)班共有17幅书法作品参加学校的书法比赛，其中4幅作品从全校255幅参赛作品中脱颖而出获奖。

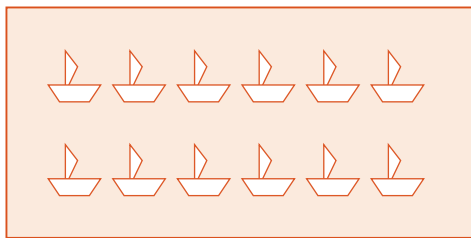
(1) 五(1)班获奖作品占全班参赛作品的几分之几？

(2) 五(1)班参赛作品占全校参赛作品的几分之几？

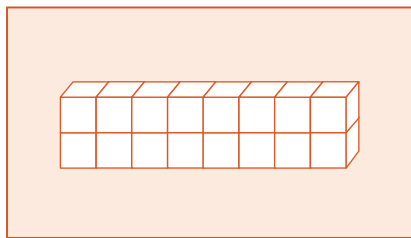
两个小题中的单位“1”分别是什么？



12 分别选择一个分数，并在图中涂色表示出来。



$\frac{(\quad)}{(\quad)}$



$\frac{(\quad)}{(\quad)}$

说一说每个分数的分数单位。你认为分数单位与什么有关？

13 填空。

(1) $\frac{1}{2}$ 年有 () 个月， $\frac{3}{4}$ 年有 () 个月。

(2) 一年中，大月的月份占 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ ，小月的月份占 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。

(3) 一个星期中，周六、周日两天占一周的 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。

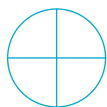
2. 真分数和假分数

1

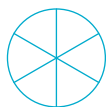
分别涂色表示下面各个分数，并说一说把什么看作单位“1”。



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{5}{6}$$

这些分数的分数单位分别是多少？它们各有几个相应的分数单位？

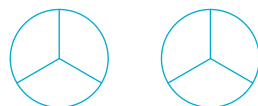
比较每个分数中分子和分母的大小，再看看这些分数比1大还是比1小。分子比分母小的分数叫作**真分数**，真分数小于1。



2

把一个圆看作单位“1”。

(1) 4个 $\frac{1}{3}$ 是几分之几？在右图中涂色表示。

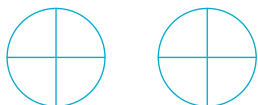


(2) 分别涂色表示下面各个分数，并比较每个分数中分子和分母的大小。

$\frac{(\quad)}{(\quad)}$



$$\frac{3}{3}$$



$$\frac{7}{4}$$



$$\frac{11}{5}$$

这些分数比1大还是比1小？

分子大于或等于分母的分数叫作**假分数**，假分数大于或等于1。

由涂色结果可以看出， $\frac{11}{5}$ 可以看作由 $\frac{10}{5}$ （就是2）和 $\frac{1}{5}$ 合成的数，写作 $2\frac{1}{5}$ ，读作“二又五分之一”。像 $2\frac{1}{5}$ 、 $1\frac{3}{4}$ 这样由整数和真分数合成的数叫作**带分数**。

从例题中可以看出：有些假分数的分子恰好是分母的倍数，它们实际上是整数；有些假分数的分子不是分母的倍数，这样的假分数可以写成带分数。

有时可以根据需要，把假分数化成整数或带分数。

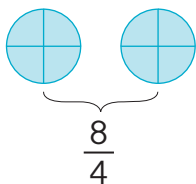
3 (1) 把 $\frac{3}{3}$ 、 $\frac{8}{4}$ 化成整数。

根据分数与除法的关系， $\frac{3}{3}=3\div 3=1$ 。



$$\frac{3}{3} = 3 \div 3 = 1$$

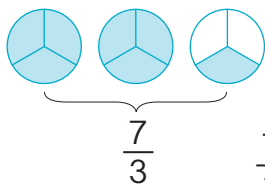
根据分数的意义，3个 $\frac{1}{3}$ 是1。



$$\frac{8}{4} = 8 \div 4 = 2$$

还可以怎样想？

(2) 把 $\frac{7}{3}$ 、 $\frac{6}{5}$ 化成带分数。



$$\frac{7}{3} = 7 \div 3 = 2\frac{1}{3}$$



$\frac{7}{3}$ 是 $\frac{6}{3}$ (就是2) 和 $\frac{1}{3}$ 合成的数，等于 $2\frac{1}{3}$ 。

$$7 \div 3 = 2 \cdots 1$$

$$\frac{6}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

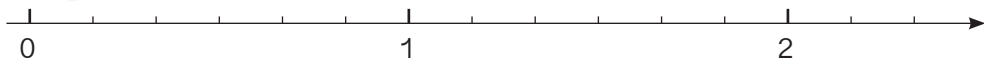
你能发现什么？

讨论一下：假分数是怎样化成整数或带分数的？

做一做

① 下面的分数中哪些是真分数？哪些是假分数？在直线上表示出来。

$\frac{1}{3}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{13}{6}$



表示真分数和表示假分数的点分别在直线的哪一段上？

② 把下面的假分数化成整数或带分数。

$\frac{15}{2}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{21}{7}$ $\frac{50}{9}$ $\frac{43}{12}$ $\frac{69}{20}$ $\frac{30}{15}$

7 熊的冬眠时间约是睡鼠的几分之几？睡鼠的冬眠时间约是熊的几分之几？



熊冬眠约 5 个月



睡鼠冬眠约 7 个月

8 (1) 写出分母是 7 的所有真分数。

(2) 写出分子是 7 的所有假分数。

9 在 ○ 里填上 “>” “<” 或 “=”。

$$\frac{7}{9} \bigcirc 1\frac{7}{9}$$

$$3\frac{1}{25} \bigcirc \frac{75}{25}$$

$$\frac{46}{12} \bigcirc 4$$

$$8\frac{2}{9} \bigcirc \frac{74}{9}$$

10 指出下面的分数中哪些是真分数，哪些是假分数。把等于 1 的假分数涂上颜色，看看你有什么发现。

$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{8}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{10}{2}$	……
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{9}{3}$	$\frac{10}{3}$	……
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{10}{4}$	……
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{10}{5}$	……

分解质因数

每个合数都可以由几个质数相乘得到。例如： $4=2\times 2$ ， $15=3\times 5$ ， $30=2\times 3\times 5\cdots\cdots$

$$30=2\times 3\times 5$$

```

    30
   / \
  2   15
     / \
    3   5
  
```

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 30} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

$$5$$

这种方法叫作**短除法**。



其中每个质数都是这个合数的因数，叫作这个合数的**质因数**。

你知道吗？

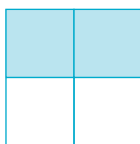
3. 分数的基本性质

1

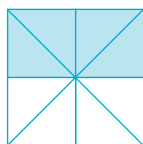
拿出三张同样大小的正方形纸，按照下图把它们平均分，并涂上颜色。用分数表示涂色部分的大小。



$$\frac{(\quad)}{(\quad)}$$



$$\frac{(\quad)}{(\quad)}$$

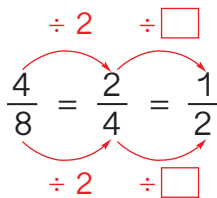
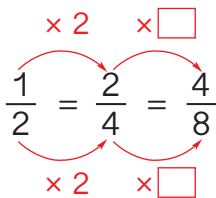


$$\frac{(\quad)}{(\quad)}$$

你发现了什么？

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

讨论一下：它们的分子、分母各是按照什么规律变化的？



你还能举出几个这样的例子吗？根据上面的例子，可以得出什么规律？

分数的分子和分母同时乘或者除以相同的数（0 除外），分数的大小不变。

这叫作**分数的基本性质**。

根据分数与除法的关系，以及整数除法中商不变的规律，你能说明分数的基本性质吗？

你能根据分数的基本性质把一个分数化成分母不同而大小相同的分数吗？

2

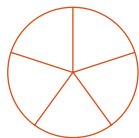
把 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{10}{24}$ 化成分母是 12 而大小不变的分数。

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times \square}{3 \times 4} = \frac{\square}{12}$$

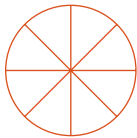
$$\frac{10}{24} = \frac{10 \bigcirc \square}{24 \bigcirc \square} = \frac{\square}{12}$$

练习十四

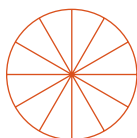
- ① 先涂色表示下面的分数，再比较它们的大小。



$\frac{1}{5}$



$\frac{2}{8}$



$\frac{3}{12}$

- ② 下面每组中两个分数是否相等？相等的在括号里画“√”，不相等的画“×”。

$\frac{3}{5}$ 和 $\frac{6}{10}$ () $\frac{9}{18}$ 和 $\frac{1}{9}$ () $\frac{7}{12}$ 和 $\frac{21}{36}$ () $\frac{5}{15}$ 和 $\frac{1}{5}$ ()

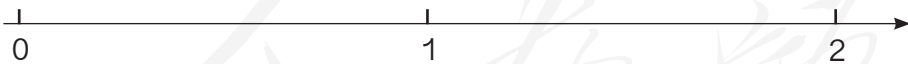
- ③ 同桌互相说出相等的分数。



- ④ 五(1)班 $\frac{2}{5}$ 的同学参加了舞蹈小组， $\frac{4}{10}$ 的同学参加了书法小组。参加哪个小组的人数多？

- ⑤ 下列分数中哪些在直线上能用同一个点表示？把它们在直线上表示出来。

$\frac{6}{12}$ $\frac{10}{8}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{1}{4}$



- ⑥ 在括号里填上适当的数。

$\frac{1}{3} = \frac{(\quad)}{6}$

$\frac{10}{15} = \frac{(\quad)}{3}$

$\frac{1}{4} = \frac{5}{(\quad)}$

$\frac{12}{28} = \frac{(\quad)}{7}$

- ⑦ 把下面的分数化成分母是 10 而大小不变的分数。

$\frac{3}{2}$

$\frac{1}{5}$

$\frac{6}{20}$

$\frac{24}{30}$

$\frac{15}{50}$

- 8 涂色表示与给定分数相等的分数。



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{(\quad)}{(\quad)}$$



$$\frac{(\quad)}{(\quad)}$$

- 9 在括号里填上适当的数。

$$\frac{3}{4} = \frac{(\quad)}{8} = \frac{9}{(\quad)}$$

$$\frac{7}{10} = \frac{14}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{30}$$

$$\frac{42}{35} = \frac{(\quad)}{5} = \frac{12}{(\quad)}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{(\quad)}{18} = \frac{15}{(\quad)}$$

$$\frac{8}{24} = \frac{2}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{3}$$

$$\frac{8}{(\quad)} = \frac{1}{6} = \frac{(\quad)}{54}$$

- 10 如果一堂课 40 分钟，五（1）班做了 10 分钟的练习，五（2）班做练习的时间占整堂课的 $\frac{1}{4}$ 。哪个班做练习用的时间长？

- 11 布置板报。

“知识海洋”占 $\frac{1}{4}$ 版，
“生活乐园”占 $\frac{2}{8}$ 版。



“科学园地”占 $\frac{4}{16}$ 版，“历史足迹”占 $\frac{2}{16}$ 版，其余 $\frac{1}{8}$ 版为“开心一刻”。



哪些栏目的版面一样大？

- 12 2021 年世界 500 强企业排行榜中，中国上榜企业数量达 145 家。中国上榜企业数量占世界 500 强的 $\frac{145}{500}$ ，也就是 $\frac{(\quad)}{100}$ 。

- 13* 一个分数的分母不变，分子乘 3，这个分数的大小有什么变化？如果分子不变，分母除以 5 呢？

4. 约分

最大公因数

1 8和12公有的因数是哪几个？公有的最大因数是多少？

先分别找出8
和12的因数：

8的因数

1, 2, 4, 8

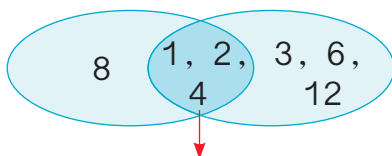
12的因数

1, 2, 3, 4,
6, 12

8和12公有的因数是1, 2, 4。

还可以这样表示：

8的因数 12的因数



8和12公有的因数

1, 2, 4是8和12公有的因数，叫作它们的**公因数**。其中，4是最大的公因数，叫作它们的**最大公因数**。

2 怎样求18和27的最大公因数？



我从18和27
的因数中圈出
公因数……

18的因数：1, 2, 3, 6, 9, 18
27的因数：1, 3, 9, 27

我是看18的因
数中哪些是27
的因数……



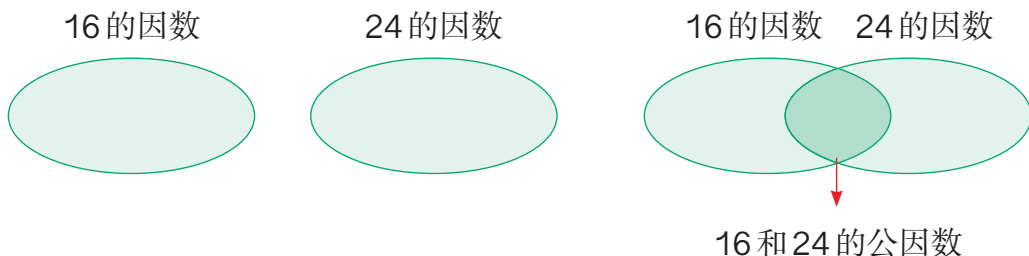
18的因数：1, 2, 3, 6, 9, 18

还有其他方法吗？

讨论一下：两个数的公因数和它们的最大公因数之间有什么关系？

做一做

- ① 把 16 和 24 的因数、公因数分别填入相应的位置，再圈出它们的最大公因数。



- ② 下面哪些数是 12 的因数而不是 18 的因数？哪些数是 18 的因数而不是 12 的因数？哪些数是 12 和 18 的公因数？

1 2 3 4 6 9 12 18

- ③ 找出下面每组数的最大公因数。你发现了什么？

4 和 8 12 和 36 1 和 7 8 和 9 5 和 11 12 和 35

你知道吗？

利用分解质因数的方法，可以比较简便地求出两个数的最大公因数。例如：

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

24 和 36 的最大公因数：

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$2 \begin{array}{l} | \\ \hline 24 \ 36 \end{array} \cdots \text{用公有的质因数 } 2 \text{ 除}$$

$$2 \begin{array}{l} | \\ \hline 12 \ 18 \end{array} \cdots \text{用公有的质因数 } 2 \text{ 除}$$

$$3 \begin{array}{l} | \\ \hline 6 \ 9 \end{array} \cdots \text{用公有的质因数 } 3 \text{ 除}$$

2 3 \cdots 除到两个商只有公因数 1 为止

24 和 36 的最大公因数：

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

可记作： $(24, 36) = 12$



为了简便，通常写成右侧的形式。

3

小亮家储藏室的长方形地面长 16 dm，宽 12 dm。如果用边长是整分米数的正方形地砖将储藏室的地面铺满（使用的地砖必须都是整块的），可以选择边长是几分米的地砖？边长最大是几分米？

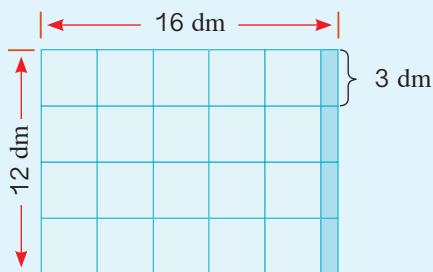
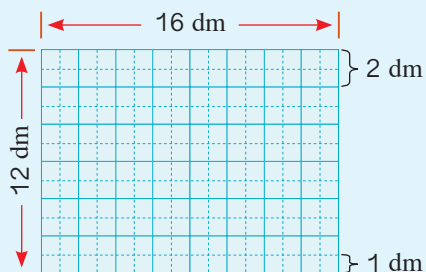
阅读与理解

知道了……

要解决的问题是……

分析与解答

画图试一试：边长是 1 dm 的正方形地砖能铺满整个储藏室地面吗？边长是 2 dm、3 dm……的呢？



想一想：为什么边长是 1 dm、2 dm 的正方形地砖能铺满储藏室地面，而边长是 3 dm 的正方形地砖不能呢？

因为 1、2 是 12 和 16 的公因数，而 3 是 12 的因数，不是 16 的因数……



要使所用的地砖都是整块的，地砖的边长必须是 12 和 16 的公因数。

12 和 16 的公因数有 1，2，4。最大公因数是 4。

所以，可以选边长是 1 dm、2 dm、4 dm 的地砖，边长最大是 4 dm。

回顾与反思

像上面这样的问题可以用公因数的知识来解决。

练习十五

1 填空。

(1) 10 和 15 的公因数有_____。

(2) 14 和 49 的公因数有_____。

2 找出下面每组数的最大公因数。

6 和 9 15 和 12 42 和 54 30 和 45 99 和 36
5 和 9 34 和 17 16 和 48 15 和 16 13 和 78

3 先在第一列各数对应的因数下面画“√”，再填空。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
8																				
16																				
20																				

(1) 8 和 16 的公因数有_____，最大公因数是_____。

(2) 8 和 20 的公因数有_____，最大公因数是_____。

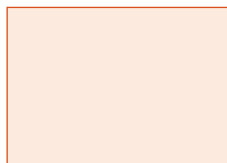
(3) 16 和 20 的公因数有_____，最大公因数是_____。

(4) 8、16 和 20 的公因数有_____，最大公因数是_____。

4 在括号里写出各个分数中分子和分母的最大公因数。

$\frac{7}{9}$ () $\frac{8}{36}$ () $\frac{18}{72}$ () $\frac{9}{15}$ () $\frac{21}{49}$ () $\frac{11}{66}$ ()

5 有一张长方形纸，长 70 cm，宽 50 cm。如果要剪成若干张同样大小的正方形而没有剩余，剪出的正方形的边长最大是多少厘米？



6 男生 48 人、女生 36 人分别站成若干排。要使每排的人数相同，每排最多有多少人？这时男、女生分别有几排？

7 写出相邻两个数的最大公因数。



8 按要求写出两个数，使它们的最大公因数是 1。

(1) 两个数都是质数：_____ 和 _____。

(2) 两个数都是合数：_____ 和 _____。

(3) 一个质数、一个合数：_____ 和 _____。

9 把正确答案的序号填在括号里。

(1) 9 和 16 的最大公因数是 ()。

A. 1 B. 3 C. 4 D. 9

(2) 48 和 60 的最大公因数是 ()。

A. 4 B. 6 C. 12 D. 36

(3) 甲数是乙数的倍数，甲、乙两数的最大公因数是 ()。

A. 1 B. 甲数 C. 乙数 D. 甲、乙两数的积

10 写出 1, 2, 3, ..., 20 各数与 5 的最大公因数。你能发现什么规律?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
与 5 的最大公因数																				

11* 要把右面这些木棒截成同样长的若干段，不能有剩余，每段最长是多少厘米?

12 cm

16 cm

44 cm

你知道吗?

公因数只有 1 的两个数，叫作**互质数**。例如，5 和 7 是互质数，也可以说 5 和 7 互质。

想一想：互质的两个数必须都是质数吗?



约分

4

把 $\frac{24}{30}$ 化成分子和分母比较小且分数大小不变的分数。

可以用分子和分母的公因数（1除外）去除。

$$\frac{24}{30} = \frac{24 \div 2}{30 \div 2} = \frac{12}{15} \quad \frac{12}{15} = \frac{12 \div 3}{15 \div 3} = \frac{4}{5}$$

想一想：有没有更简便的方法？

$$\frac{24}{30} = \frac{24 \bigcirc (\quad)}{30 \bigcirc (\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

像这样，把一个分数化成和它相等，但分子和分母都比较小的分数，叫作**约分**。约分时也可以这样写：

$$\begin{array}{c} 4 \\ \cancel{12} \\ \cancel{24} \\ \cancel{30} \\ 15 \\ 5 \end{array} = \frac{4}{5} \quad \text{或者} \quad \begin{array}{c} 4 \\ \cancel{24} \\ \cancel{30} \\ 5 \end{array} = \frac{4}{5}$$

说一说：每一步中都是用分子、分母的哪个公因数去除的？

$\frac{4}{5}$ 的分子和分母只有公因数1，像这样的分数叫作**最简分数**。

约分时，通常要约成最简分数。

做一做

① 下列分数中哪些是最简分数？把不是最简分数的化成最简分数。

$$\frac{15}{16} \quad \frac{10}{21} \quad \frac{17}{30} \quad \frac{20}{45} \quad \frac{31}{91} \quad \frac{4}{18} \quad \frac{6}{11} \quad \frac{12}{48} \quad \frac{9}{15}$$

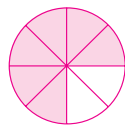
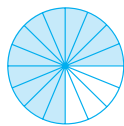
② 把上下两行相等的两个分数用线连起来。

$$\frac{4}{6} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{3}{9}$$

$$\frac{9}{21} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{10}{25}$$

练习十六

- 1 右面两个圆的大小相同，蓝色部分和红色部分哪个大？为什么？



- 2 观察下列分数的分子和分母，哪些有公因数2？哪些有公因数5？哪些有公因数3？

$$\frac{4}{8}$$

$$\frac{9}{12}$$

$$\frac{15}{20}$$

$$\frac{30}{45}$$

$$\frac{40}{60}$$

$$\frac{84}{96}$$

- 3 下列分数中哪些没有化成最简分数？请把它们化成最简分数。

$$\frac{16}{24} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{28}{42} = \frac{14}{21}$$

$$\frac{15}{45} = \frac{3}{9}$$

$$\frac{78}{87} = \frac{26}{29}$$

- 4 兰兰拍了80张艺术照，其中有35张是她喜欢的。请你用最简分数表示出兰兰喜欢的照片和其他的照片分别占照片总数的几分之几。

- 5 把下列分数填入相应的圈里。

$$\frac{14}{56}$$

$$\frac{25}{75}$$

$$\frac{10}{30}$$

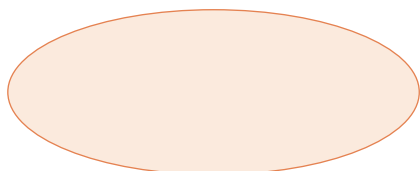
$$\frac{7}{28}$$

$$\frac{5}{20}$$

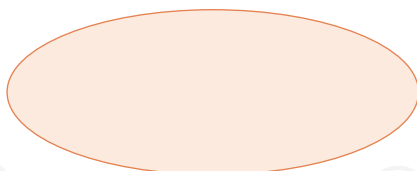
$$\frac{15}{45}$$

$$\frac{11}{44}$$

$$\frac{33}{99}$$



等于 $\frac{1}{4}$



等于 $\frac{1}{3}$

- 6 下列分数中哪些在直线上能用同一个点表示？把它们在直线上表示出来。

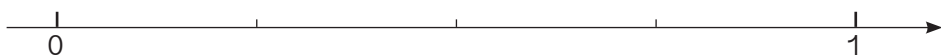
$$\frac{3}{12}$$

$$\frac{6}{24}$$

$$\frac{7}{14}$$

$$\frac{4}{16}$$

$$\frac{3}{6}$$



- 7 将48本练习本和64支铅笔平均分给若干名同学。如果练习本和铅笔都没有剩余，且保证分到练习本和铅笔的同学人数相同，最多能分给多少名同学？

- 8 小明的生活非常有规律，下面是他睡觉和起床的时间。



第一天晚上



第二天早上

小明睡觉的时间占全天的几分之几？

- 9 先约分，再化成带分数。

$$\frac{15}{12}$$

$$\frac{20}{12}$$

$$\frac{77}{21}$$

$$\frac{70}{32}$$

$$\frac{90}{80}$$

$$\frac{150}{60}$$

- 10 先约分，再比较各组分数的大小。

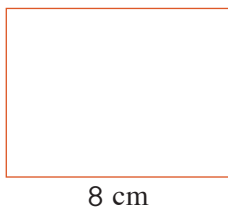
$$\frac{12}{16} \text{ 和 } \frac{9}{12}$$

$$\frac{4}{12} \text{ 和 } \frac{5}{20}$$

$$\frac{4}{14} \text{ 和 } \frac{9}{21}$$

$$\frac{70}{35} \text{ 和 } \frac{90}{40}$$

11



- (1) 以分米作单位，用分数分别表示长方形的长和宽。
 (2) 长方形的长是宽的几分之几？宽是长的几分之几？
 (3) 涂出长方形面积的 $\frac{1}{2}$ ，可以怎样涂？

- 12* 已知 $a=2 \times 3 \times 3 \times 5$ ， $b=2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ，求 a 和 b 的公因数与最大公因数。

- 13* 化简一个分数时，用2约了两次，用3约了一次，得 $\frac{3}{8}$ 。求原来的分数。

你知道吗？

我国古代数学名著《九章算术》介绍了“约分术”：“可半者半之，不可半者，副置分母、子之数，以少减多，更相减损，求其等也。以等数约之。”意思是说：如果分子、分母全是偶数，就先除以2；否则用较大的数减去较小的数，把所得的差与上一步中的减数比较，再用大数减去小数，如此重复进行下去，当差与减数相等即出现“等数”时，用这个等数约分。

5. 通分

最小公倍数

1

4和6公有的倍数有哪些？公有的最小倍数是多少？

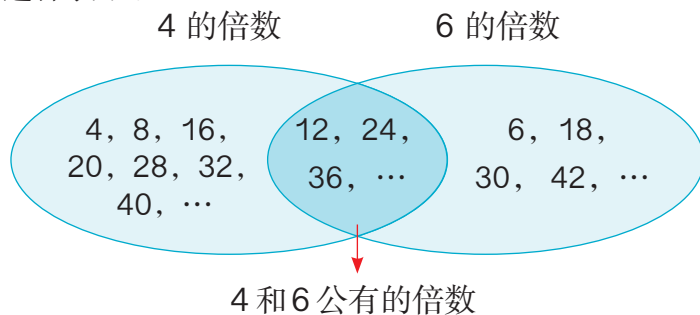
4的倍数有：4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, …

6的倍数有：6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, …

4和6公有的倍数有：12, 24, 36, …

其中公有的最小倍数是12。

还可以这样表示：

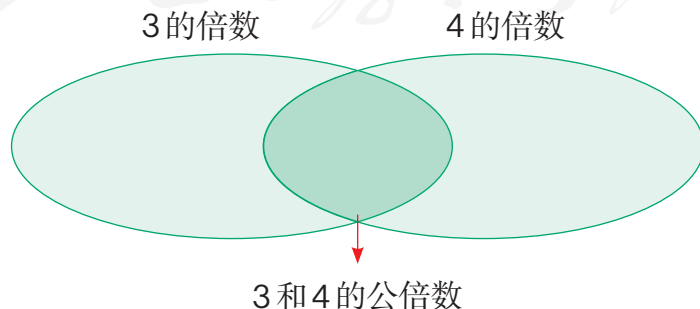


12, 24, 36, …是4和6公有的倍数，叫作它们的**公倍数**。其中，12是最小的公倍数，叫作它们的**最小公倍数**。

想一想：两个数有没有最大的公倍数？

做一做

把3和4的倍数、公倍数分别填入相应的位置，再圈出它们的最小公倍数。



2

怎样求6和8的公倍数及最小公倍数?

小亮从6和8的倍数中圈出公倍数:

6的倍数: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...
 8的倍数: 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...

小红在8的倍数中圈出6的倍数:

8的倍数: 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...

你是怎样求的?

讨论一下: 两个数的公倍数和它们的最小公倍数之间有什么关系?

再找其他的数验证一下。

$48 \div 24 = 2$, 两个数的公倍数
都是最小公倍数的倍数。



做一做

找出下列每组数的最小公倍数。你发现了什么?

3和6

2和8

5和6

4和9

3和9

5和10

你知道吗?

我们也可以利用分解质因数的方法, 比较简便地求出两个数的最小公倍数。例如:

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

60和42的最小公倍数:

$$2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 7 = 420$$

2	60	42	…用公有的质因数2除
3	30	21	…用公有的质因数3除
	10	7	…除到两个商只有公因数1为止

60和42的最小公倍数:

$$2 \times 3 \times 10 \times 7 = 420$$

可记作: $[60, 42] = 420$ 

为了简便, 通常写成
右侧的形式。

3

一种长方形地砖长 3 dm，宽 2 dm。如果用这种地砖铺一个正方形（用的地砖必须都是整块的），正方形的边长可以是多少分米？最小是多少分米？

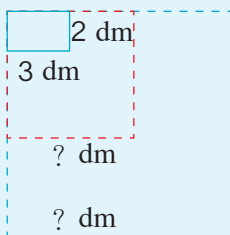
阅读与理解

知道了……

要解决的问题是……

分析与解答

铺成的正方形可能有很多种。



正方形的边长必须既是 3 的倍数，又是 2 的倍数。

只要找出 2 和 3 的公倍数和最小公倍数，就能知道所铺的正方形的……

2 和 3 的公倍数：~~3~~，6，~~9~~，12，~~15~~，18，…

回顾与反思

在边长 6 dm 的正方形上画一画，看找得对不对。



解决这个问题的关键是把铺砖的问题转化成求公倍数的问题。

答：_____。

做一做

参加跳绳比赛的学生分组进行计数，可以 6 人一组，也可以 9 人一组，都正好分完。如果这些学生的总人数在 40 人以内，可能是多少人？

练习十七

- 1 按照从小到大的顺序，在 100 以内的数中找出 6 的倍数和 10 的倍数，再找出它们的公倍数和最小公倍数。

- 2 找出下列每组数的最小公倍数。

8 和 10 6 和 15 6 和 9 4 和 15 1 和 7 4 和 10

- 3 下列每组数的公倍数中有没有 36？有没有 48？有没有 84？

6 和 18 21 和 14 12 和 8 9 和 24

- 4 判断下面的说法是否正确，并说一说你的理由。

(1) 两个数的最小公倍数一定比这两个数都大。

(2) 两个数的积一定是这两个数的公倍数。

- 5 每只蝴蝶只能落在是自己编号的倍数的花朵上。哪朵花上两只蝴蝶都能停留，就将这朵花涂上颜色。



- 6 李阿姨家的月季每 4 天浇一次水，君子兰每 6 天浇一次水。李阿姨 5 月 1 日给月季和君子兰同时浇了水，下一次再给这两种花同时浇水应是 5 月几日？



- 7 在括号里写出每组分数的两个分母的最小公倍数。

$\frac{1}{12}$ 和 $\frac{7}{6}$ ()

$\frac{3}{8}$ 和 $\frac{2}{3}$ ()

$\frac{7}{9}$ 和 $\frac{5}{6}$ ()

8 下列每组数有没有公因数2? 有没有公因数3? 有没有公因数5?

6 和 9

10 和 18

15 和 30

20 和 8

9



3路: 每6分钟发一次车

5路: 每8分钟发一次车

3路和5路公共汽车的起点站相同。这两路公共汽车同时发车后, 过多少分钟两路车第二次同时发车?

10 爸爸、妈妈带着小红和弟弟一起跑步。爸爸每跑一圈用时3分钟, 妈妈每跑一圈用时4分钟, 小红每跑一圈用时6分钟。



(1) 如果爸爸、妈妈在起点同时起跑, 至少多少分钟后两人在起点再次相遇? 此时爸爸、妈妈分别跑了多少圈?

(2) 你还能提出其他数学问题并解答吗?

11* 36可能是哪两个数的最小公倍数? 你能找出几组?

一个最简分数, 如果分子加1, 分数就等于1; 如果分母加1, 分数就等于 $\frac{2}{3}$ 。原分数是多少?





通分

4

地球上的陆地面积约占总面积的 $\frac{3}{10}$ ，海洋面积约占总面积的 $\frac{7}{10}$ 。
地球上的陆地面积大还是海洋面积大？

$$\frac{3}{10} \bigcirc \frac{7}{10}$$

如果把地球表面积平均分成10份，陆地只占3份，海洋占了7份。



$\frac{3}{10}$ 是 3 个 $\frac{1}{10}$ ，
 $\frac{7}{10}$ 是 7 个 $\frac{1}{10}$ 。



再比较一下：

$$\frac{3}{13} \bigcirc \frac{4}{13}$$

$$\frac{2}{7} \bigcirc \frac{4}{7}$$

$$\frac{5}{9} \bigcirc \frac{2}{9}$$

$$\frac{5}{68} \bigcirc \frac{23}{68}$$

$$\frac{3}{8} \bigcirc \frac{3}{11}$$

$$\frac{5}{6} \bigcirc \frac{5}{8}$$

$$\frac{12}{17} \bigcirc \frac{12}{19}$$

$$\frac{19}{94} \bigcirc \frac{19}{73}$$

讨论一下：分母相同的两个分数怎样比较大小？分子相同的两个分数呢？

做一做

在 \bigcirc 里填上 “>” “<” 或 “=”。

$$\frac{5}{7} \bigcirc \frac{3}{7}$$

$$\frac{7}{16} \bigcirc \frac{11}{16}$$

$$\frac{11}{21} \bigcirc \frac{13}{21}$$

$$\frac{19}{25} \bigcirc \frac{9}{25}$$

$$\frac{3}{5} \bigcirc \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{9} \bigcirc \frac{4}{5}$$

$$\frac{10}{19} \bigcirc \frac{10}{13}$$

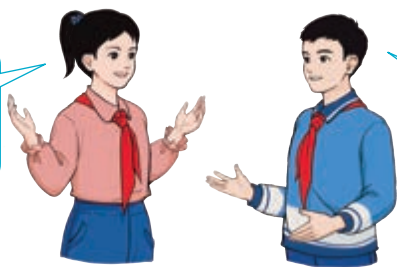
$$\frac{15}{17} \bigcirc \frac{15}{22}$$

5

豆类食品的蛋白质含量较高，经常食用有益于人体健康。黄豆的蛋白质含量大约占 $\frac{2}{5}$ ，蚕豆的蛋白质含量大约占 $\frac{1}{4}$ 。黄豆和蚕豆哪个蛋白质含量比较高？

$$\frac{2}{5} \bigcirc \frac{1}{4}$$

这两个分数的分子、分母都不相同，怎样比较呢？



我们会比较两个同分母分数的大小，可以把它们先化成分母相同的分数。

可以用两个分母的公倍数作公分母。

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20} \quad \bigcirc \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{5}{20}$$

像这样，把异分母分数分别化成和原来分数相等的同分母分数，叫作**通分**。

做一做

① 在 \bigcirc 里填上 “>” “<” 或 “=”。

$$\frac{3}{13} \bigcirc \frac{7}{13}$$

$$\frac{5}{6} \bigcirc \frac{5}{8}$$

$$\frac{2}{3} \bigcirc \frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{30} \bigcirc \frac{2}{15}$$

说一说：怎样比较分数的大小？

② 把下面每组中的两个分数通分。

$$\frac{2}{3} \text{ 和 } \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{4} \text{ 和 } \frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{6} \text{ 和 } \frac{8}{15}$$

$$\frac{4}{7} \text{ 和 } \frac{6}{11}$$

$$\frac{5}{6} \text{ 和 } \frac{7}{8}$$

$$\frac{3}{7} \text{ 和 } \frac{2}{9}$$

$$\frac{4}{9} \text{ 和 } \frac{7}{18}$$

$$\frac{3}{8} \text{ 和 } \frac{5}{9}$$

练习十八

- ① 比较每组中两个分数的大小。

$$\frac{3}{8} \bigcirc \frac{1}{8}$$

$$\frac{11}{25} \bigcirc \frac{17}{25}$$

$$\frac{5}{7} \bigcirc \frac{5}{17}$$

$$\frac{12}{23} \bigcirc \frac{12}{19}$$

- ② 比较每组中两个分数的大小，再和同学交流一下你的方法。

$$\frac{8}{9} \bigcirc \frac{5}{6}$$

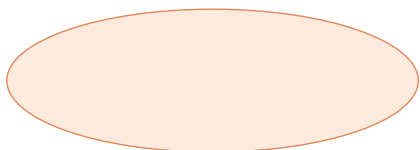
$$\frac{1}{3} \bigcirc \frac{3}{7}$$

$$\frac{2}{5} \bigcirc \frac{3}{10}$$

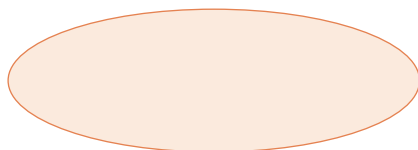
$$\frac{5}{8} \bigcirc \frac{7}{10}$$

- ③ 把下列分数填入相应的圈里。

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{3}{16} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{9} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{3}{13} \quad \frac{4}{13}$$



大于 $\frac{1}{4}$



小于 $\frac{1}{4}$

- ④ 张叔叔和李叔叔参加工厂的技能比赛。张叔叔加工完所有零件的 $\frac{1}{2}$ 时，李叔叔加工完所有零件的 $\frac{3}{5}$ 。在这段时间里，谁的比赛成绩更好一些？

- ⑤ 把下面每组中的两个分数通分。

$$(1) \quad \frac{4}{5} = \frac{4 \times (\quad)}{5 \times (\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

$$(2) \quad \frac{9}{10} = \frac{9 \times (\quad)}{10 \times (\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{6 \times (\quad)}{7 \times (\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times (\quad)}{4 \times (\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

- ⑥ 亚洲陆地面积约占全球陆地面积的 $\frac{3}{10}$ ，非洲和南美洲的陆地面积分别约占全球陆地面积的 $\frac{1}{5}$ 和 $\frac{3}{25}$ 。亚洲、非洲和南美洲这三个洲中，哪个洲的陆地面积最大？哪个最小？

- 7 五(1)班要为图书角选购一批新书,班长决定先作一个意向调查。下面是调查结果(每人只选一种)。

课外读物种类	科普类	童话类	历史类
喜欢的人数占全班总人数的几分之几	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

应该怎样选购图书?说一说你的理由。

- 8 在○里填上“>”“<”或“=”。

$\frac{2}{3} \bigcirc \frac{5}{6}$

$\frac{5}{12} \bigcirc \frac{5}{11}$

$\frac{19}{20} \bigcirc \frac{14}{15}$

$\frac{13}{16} \bigcirc \frac{3}{2}$

- 9 把下列分数按从小到大的顺序排列起来。

$\frac{4}{5}$

$\frac{11}{12}$

$\frac{5}{6}$

$\frac{4}{3}$

$\frac{7}{10}$

$\frac{1}{2}$

- 10 按要求填写下表,看看你有什么发现。

	10 和 20	8 和 12	9 和 21	7 和 11
最大公因数				
最小公倍数				
最大公因数和最小公倍数的积				
两个数的积				

你能再举例验证自己的发现吗?

- 11* 你能写出一个比 $\frac{1}{6}$ 大又比 $\frac{1}{5}$ 小的分数吗?你是怎样找到这个分数的?还能再找到两个这样的分数吗?

6. 分数和小数的互化

1

把一条 3 m 长的绳子平均分成 10 段，每段长多少米？如果平均分成 5 段呢？

$$\begin{aligned} 3 \div 10 &= 0.3 \text{ (m)} \\ 3 \div 5 &= 0.6 \text{ (m)} \end{aligned}$$

$$3 \div 10 = \frac{3}{10} \text{ (m)} \quad 3 \div 5 = \frac{3}{5} \text{ (m)}$$

所以， $0.3 = \frac{3}{10}$ ， $0.6 = \frac{3}{5}$ 。

想一想：怎样能较快地把小数化成分数？

小数表示的就是十分之几、百分之几、千分之几……的数，可以直接写成分母是 10, 100, 1000, … 的分数，再化简。



$$0.3 = \frac{3}{10} \quad 0.6 = \frac{6}{10} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{10}} = \frac{3}{5}$$

把小数化成分数需要注意什么？自己试一试：

$$0.07 = \frac{7}{(\quad)} \quad 0.24 = \frac{24}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)} \quad 0.123 = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

2

把 $\frac{7}{10}$ 、 $\frac{39}{100}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{9}{40}$ 、 $\frac{2}{9}$ 、 $\frac{5}{14}$ 化成小数（除不尽的保留两位小数）。

$$\begin{aligned} \frac{7}{10} &= 0.7 & \frac{3}{4} &= 3 \div 4 = 0.75 & \frac{2}{9} &= 2 \div 9 \approx 0.22 \\ \frac{39}{100} &= 0.39 & \frac{9}{40} &= 9 \div 40 = 0.225 & \frac{5}{14} &= 5 \div 14 \approx 0.36 \end{aligned}$$

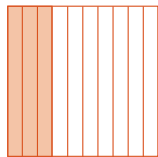
当分子除以分母除不尽时，要根据需要按“四舍五入”法取近似数。

做一做

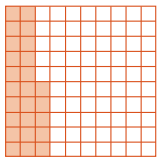
把 0.7 、 $\frac{9}{10}$ 、 0.25 、 $\frac{43}{100}$ 、 $\frac{7}{25}$ 、 $\frac{13}{47}$ 按从小到大的顺序排列起来。

练习十九

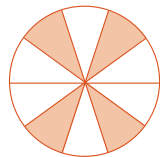
① 分别用小数和分数表示下面各图中涂色部分的大小。



$$(\quad) = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$



$$(\quad) = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$



$$(\quad) = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

② (1) 0.8里面有8个()分之一, 表示()分之(), 化成分数是 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。

(2) 0.05里面有5个()分之一, 化成分数是 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。

(3) 0.007里面有7个()分之一, 化成分数是 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。

(4) 0.36里面有36个()分之一, 化成分数是 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。

③ 把相等的小数和分数用线连起来。

0.6

0.03

0.45

3.25

0.18

$\frac{13}{4}$

$\frac{3}{100}$

$\frac{3}{5}$

$\frac{9}{20}$

$\frac{9}{50}$

④



20米/秒



31米/秒

猎豹的速度是小汽车速度的多少倍? 小汽车的速度是猎豹速度的几分之几?

⑤ 把下面的分数化成小数(除不尽的保留两位小数)。

$\frac{31}{100}$

$\frac{2}{25}$

$\frac{7}{30}$

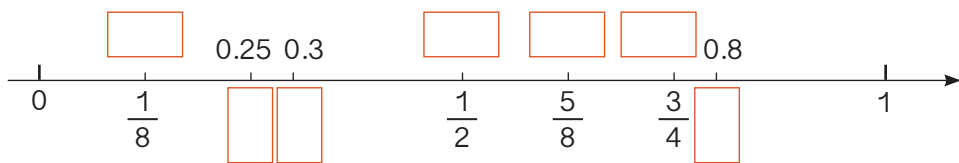
$\frac{4}{9}$

$\frac{5}{6}$

$\frac{11}{50}$

$\frac{23}{20}$

- 6 在 里填上适当的小数，在 里填上适当的分数。



- 7 在括号里填上适当的数。

	用小数表示	用分数表示
40 cm	() m	() m
150 g	() kg	() kg
125 cm ²	() dm ²	() dm ²
3680 dm ³	() m ³	() m ³

- 8 把下列各数按从大到小的顺序排列起来。

$$2\frac{4}{7} \quad 2.35 \quad \frac{13}{6} \quad \frac{11}{16} \quad 2.035$$

- 9 李阿姨平均每秒打0.9个字，王叔叔平均每秒打 $\frac{5}{6}$ 个字。谁打字快些？

- 10 小林从学校走回家要花25分钟，小东从学校走回家要花 $\frac{1}{4}$ 小时。如果他们两人的行走速度相同，谁家离学校远些？

你知道吗？

你知道什么样的最简分数能化成有限小数吗？你了解这个规律吗？

其实，只要把分数的分母分解质因数，就能判断这个分数能否化成有限小数。如果分母中除了2和5以外，不含有其他质因数，这个分数就能化成有限小数。例如， $\frac{7}{20}$ 的分母 $20=2\times 2\times 5$ ，它就能化成有限小数。

如果分母中含有2和5以外的质因数，这个分数就不能化成有限小数。例如， $\frac{7}{30}$ 的分母 $30=2\times 3\times 5$ ，它就不能化成有限小数。

想一想：这是为什么？

整理和复习

本单元主要学习了哪些知识？把学习的主要知识点写下来。

分数单位
分数 { 真分数
 假分数
分数的基本性质
约分 通分

① 把下列分数填入相应的框里，并回答下面的问题。

$\frac{3}{8}$ $\frac{18}{6}$ $\frac{13}{9}$ $\frac{4}{15}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{25}{5}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{2}{3}$

真分数	假分数

- (1) $\frac{3}{8}$ 和 $\frac{5}{7}$ 的分数单位相同吗？如果不同，怎样把它们化成分数单位相同的分数？
- (2) 为什么要对两个或多个分数进行通分？将上面的分数按从小到大的顺序排列起来。
- (3) 为什么要对一个分数进行约分？将上面需要约分的分数进行约分。

② 解决问题。

找出 8 和 10 的公倍数，
就知道……

一块正方形布料，既可以裁成若干条边长是 8 cm 的方巾，也可以裁成若干条边长是 10 cm 的方巾，且都没有剩余。这块正方形布料的边长至少是多少厘米？



练习二十

- 1 把一根 2 m 长的木条锯成同样长的 4 段，每段是这根木条的 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ ，每段长 $(\quad) \div (\quad) = (\quad) \text{m} = \frac{(\quad)}{(\quad)} \text{m}$ 。

- 2 判断下面的说法是否正确，并说一说你的理由。

(1) 分数的分母越大，它的分数单位就越小。

(2) 分数都比整数小。

(3) 假分数的分子都比分母小。

(4) 如果 b 是 a 的 2 倍 (a 、 b 为非零自然数)，那么 a 、 b 的最大公因数是 a ，最小公倍数是 b 。

(5) 分子和分母的公因数只有 1 的分数是最简分数。

- 3 你听过“冰山一角”的说法吗？冰山露在水面上的只是它的一小部分，大部分隐藏在水面下。假设一座冰山的体积是 1000 m^3 ，它露在水面上的体积是 100 m^3 。冰山露在水面上的体积占总体积的 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ ，水面下的体积占总体积的 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。



- 4 在横线上填写适当的分数。

$$25 \text{ cm} = \underline{\quad\quad} \text{ m} \quad 36 \text{ dm}^2 = \underline{\quad\quad} \text{ m}^2 \quad 600 \text{ g} = \underline{\quad\quad} \text{ kg}$$

$$750 \text{ mL} = \underline{\quad\quad} \text{ L} \quad 0.28 \text{ dm} = \underline{\quad\quad} \text{ dm} \quad 258 \text{ cm}^3 = \underline{\quad\quad} \text{ dm}^3$$

- 5 五、六年级学生参加学校大扫除，五年级来了 48 人，六年级来了 54 人。如果把两个年级的学生分别分成若干小组，要使两个年级每个小组的人数相同，每组最多多少人？

6 在○里填上“>”“<”或“=”。

$$\frac{5}{13} \bigcirc \frac{8}{13}$$

$$\frac{5}{7} \bigcirc \frac{5}{11}$$

$$\frac{4}{5} \bigcirc \frac{7}{8}$$

$$\frac{2}{9} \bigcirc \frac{1}{6}$$

7 某学校五年级学生一共有150人，体质健康测试优良的为60人。其中五(1)班有38人，体质健康测试优良的为19人。五(1)班同学体质健康测试优良情况和五年级的总体情况相比怎么样？

8 一座喷泉由内外两层构成。外层每10分钟喷水一次，内层每6分钟喷水一次。12:45同时喷过一次水后，下次同时喷水是几时几分？



9 文文的纸飞机飞了5 m，小刚的飞了4 m，兰兰的飞了3 m。

(1) 兰兰的纸飞机飞的距离是文文的几分之几？

(2) 你还能提出其他数学问题并解答吗？

10* 果农准备将一批石榴进行分装。如果每8个装一盒，会剩下3个；如果每9个装一盒，也会剩下3个。这批石榴至少有多少个？

11* 可以怎样填？

$$\frac{1}{4} > \frac{(\quad)}{(\quad)} > \frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{5} > \frac{(\quad)}{(\quad)} > \frac{7}{10}$$

本单元结束了，
你想说些什么？

成长小档案



我的收获：_____

我的疑问：_____

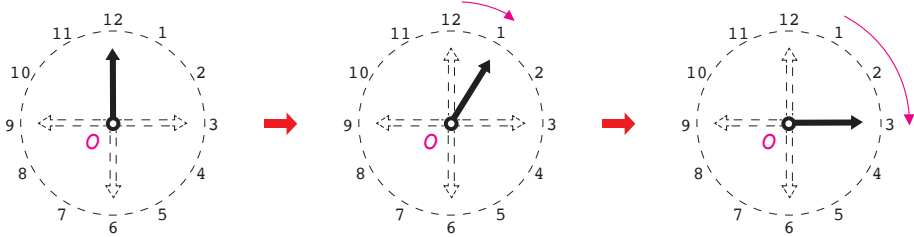
5

图形的运动（三）



你还记得这是什么运动吗？

1



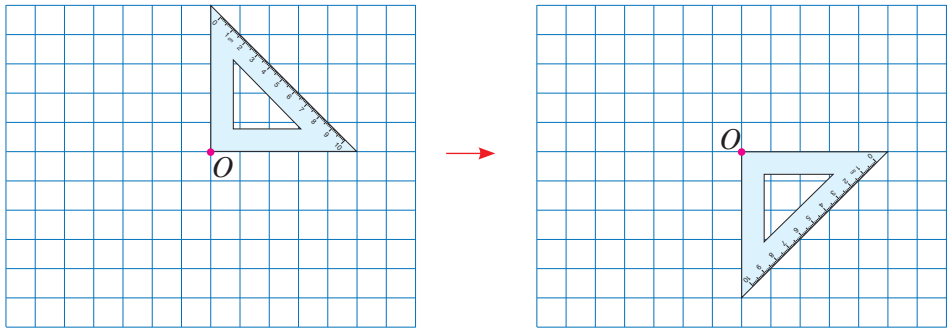
从“12”到“1”，指针绕点 O 按顺时针方向旋转了 30° ；
 从“1”到“ ”，指针绕点 O 按顺时针方向旋转了 60° ；
 从“3”到“6”，指针绕点 O 按顺时针方向旋转了 ；
 从“6”到“12”，指针绕点 O 按顺时针方向旋转了 。

做一做



左侧有车通过，车杆要绕点 O_1 按顺时针方向旋转 90° ；
 右侧有车通过，车杆要绕点 按 方向旋转 。

2



如图，将三角尺像这样在方格纸上每次按顺时针方向旋转 90° ，观察三角尺的位置是如何变化的。

我发现旋转时点 O 的位置不变。



三角尺的每条直角边都绕点 O 按顺时针方向旋转了 90° 。

你有什么发现？

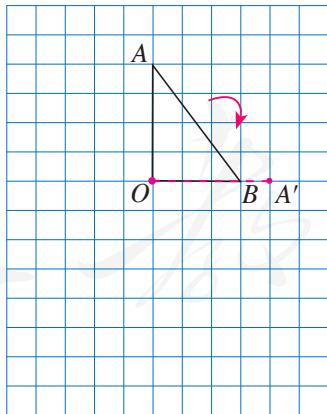
做一做

换另一把三角尺，在方格纸上按逆时针方向像上面那样转一圈，并说一说你的发现。

3

画出三角形 AOB 绕点 O 按顺时针方向旋转 90° 后的图形。

绕点 O 旋转，点 O 的位置应该不变。只要找出点 A 和点 B 按顺时针方向旋转 90° 后的位置……



先画点 A' ， OA' 垂直于 OA ，点 A' 与点 O 的距离还应该是 4 格。再画点 B' ， OB' 垂直于……

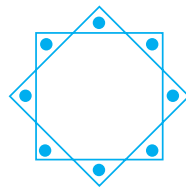
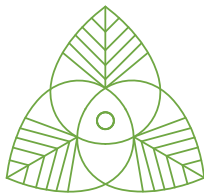


做一做

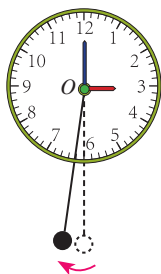
在例 3 的方格纸上画出三角形 AOB 绕点 O 按逆时针方向旋转 90° 后的图形。

练习二十一

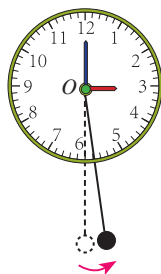
1 下面的图案分别是由哪个图形旋转而成的？



2

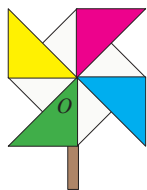
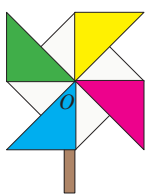


钟摆绕点 O () 时针旋转。

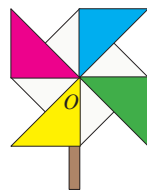


钟摆绕点 O () 时针旋转。

3

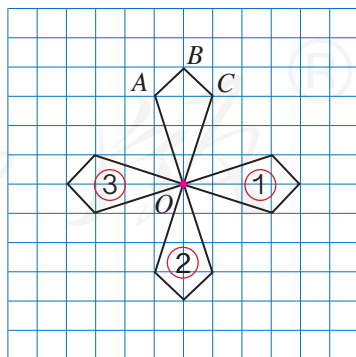
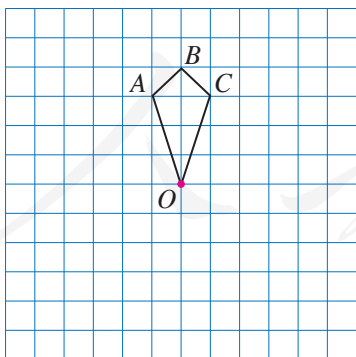


风车绕点 O
() 时针旋转 _____。



风车绕点 O
() 时针旋转 _____。

4

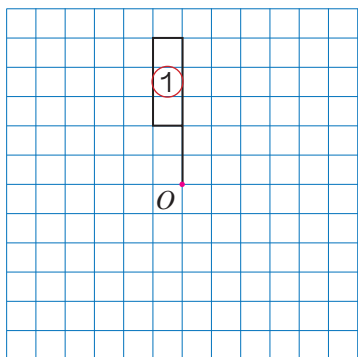


(1) 图形 $OABC$ 绕点 O 顺时针旋转 90° ，在右图中标出点 A 的对应点 A' 。

(2) 图形 $OABC$ 绕点 O () 时针旋转 _____，得到图②。

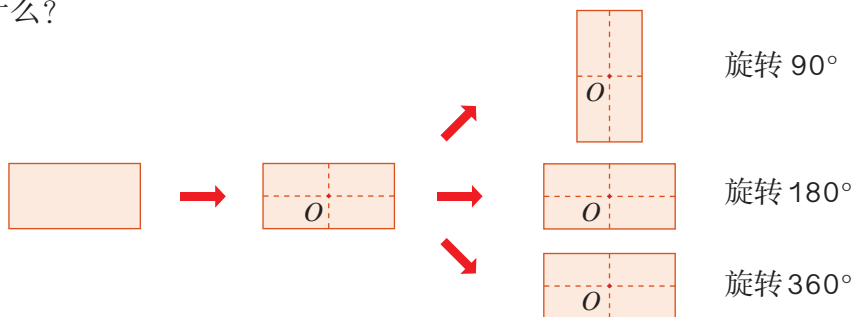
(3) 图形 $OABC$ 绕点 O () 时针旋转 _____，得到图③。

5 按要求画图。

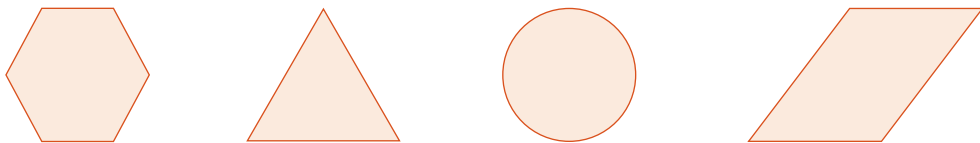


- (1) 把图①绕点 O 逆时针旋转 90° ，得到图②。
- (2) 把图①绕点 O 顺时针旋转 90° ，得到图③。
- (3) 把图②绕点 O 逆时针旋转 90° ，得到图④。
- (4) 把图①、图②、图③、图④都涂上红色，这个图形像什么？

6 如图，长方形的两条对称轴相交于点 O 。绕点 O 旋转长方形，你能发现什么？



将下列图形按上面的方法试一试，你能发现什么？



你知道吗？

数学与艺术

设计师们利用几何学中的平移、对称和旋转，设计出了许多美丽的图案。



4

下面右边的图案是左边的4张卡片通过平移或旋转拼成的，说一说每张卡片的运动过程。



阅读与理解

知道了……

要解决的问题是……

分析与解答

先在右图中找出对应的卡片，标上序号。

①号卡片要先绕右下角的顶点顺时针旋转 90° ，再向右……



②号卡片不用旋转，只要向右平移_____格，再……

③号卡片要……

④号卡片要……

回顾与反思

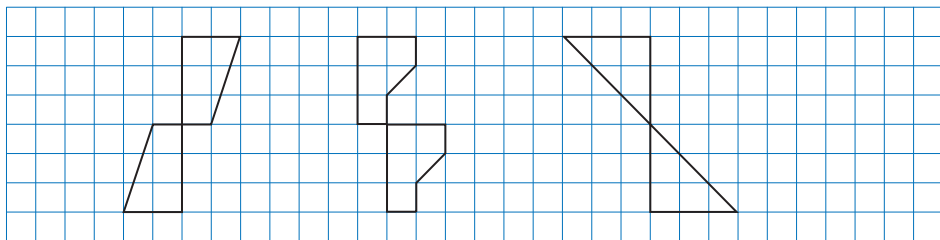
旋转可以改变卡片的方向，平移可以改变卡片的位置。



既改变方向又改变位置的卡片，也可以先平移再旋转。

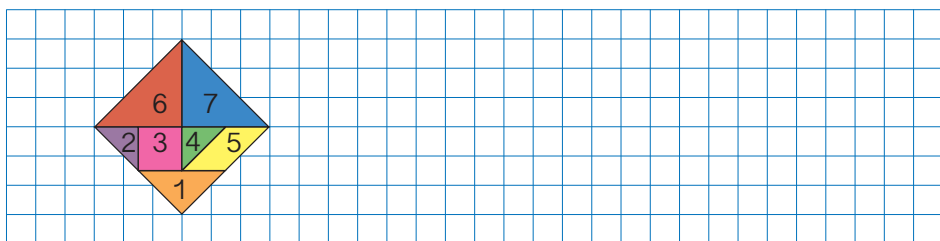
练习二十二

- ① 观察下面三组图形，说一说你的发现，并回答后面的问题。

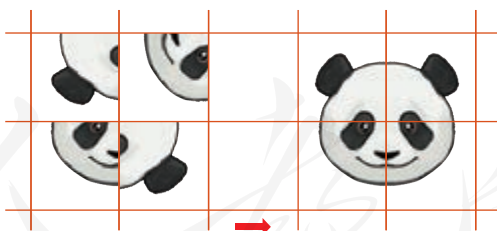


- (1) 怎样通过平移或旋转使每组图形变成一个正方形？
 (2) 通过平移或旋转，你还能把每组图形分别变成什么图形？

- ② 利用图中的七巧板，通过平移或旋转设计一个图案。



- ③ 下面右边的大熊猫头像是左边的4张卡片通过平移或旋转拼成的，说一说每张卡片的运动过程。



本单元结束了，
你想说些什么？

成长小档案



我的收获：_____

我的疑问：_____

6

分数的加法和减法

1. 同分母分数加、减法

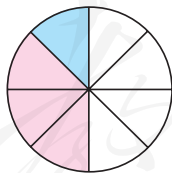
1

爸爸吃 $\frac{3}{8}$ 张饼，妈妈吃 $\frac{1}{8}$ 张饼。

(1) 爸爸和妈妈一共吃多少张饼？

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$\frac{3}{8}$ 和 $\frac{1}{8}$ 的分数单位相同，都是 $\frac{1}{8}$ 。



可以把 3 个 $\frac{1}{8}$ 和 1 个 $\frac{1}{8}$ 直接加起来。



$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3+1}{8} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{8}^2} = \frac{1}{2}$$

计算的结果，能约分的要约成最简分数。

(2) 爸爸比妈妈多吃多少张饼?

$$\frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

想一想： $\frac{3}{8}$ 和 $\frac{1}{8}$ 可以直接相减吗？为什么？

$$\frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{(\quad) - (\quad)}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

结合上面的问题，再想想整数加、减法的含义，你能说出分数加、减法的含义吗？

你能概括同分母分数加、减法的计算法则吗？

同分母分数相加、减，分母不变。

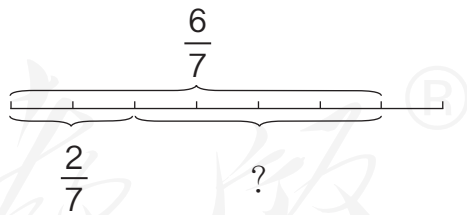
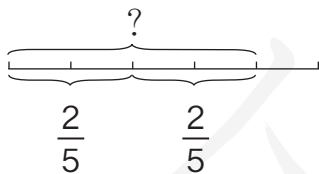


只把分子相加、减。

二 同分母分数相加、减，分母不变，只把分子相加、减。

做一做

① 列式并计算。



② 计算。

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} =$$

$$\frac{2}{7} + \frac{5}{7} =$$

$$\frac{5}{8} + \frac{1}{8} =$$

$$4 + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{6} =$$

$$\frac{7}{10} - \frac{1}{10} =$$

$$\frac{7}{9} - \frac{2}{9} =$$

$$1 - \frac{11}{30} =$$

练习二十三

1 计算。

$$\begin{array}{cccc} \frac{5}{12} + \frac{1}{12} = & \frac{3}{7} + \frac{4}{7} = & \frac{7}{6} + \frac{7}{6} = & \frac{9}{25} + \frac{6}{25} = \\ \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = & \frac{3}{10} + \frac{1}{10} = & \frac{10}{33} + \frac{1}{33} = & \frac{15}{16} + \frac{9}{16} = \end{array}$$

2 计算。

$$\begin{array}{cccc} \frac{3}{7} - \frac{3}{7} = & \frac{14}{15} - \frac{4}{15} = & \frac{9}{10} - \frac{7}{10} = & \frac{11}{14} - \frac{5}{14} = \\ \frac{5}{8} - \frac{1}{8} = & \frac{7}{6} - \frac{1}{6} = & \frac{17}{18} - \frac{5}{18} = & \frac{19}{20} - \frac{7}{20} = \end{array}$$

3 填空。

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{13} + \frac{7}{13} = () & \frac{5}{7} - \frac{2}{7} = () & \frac{7}{17} + \frac{8}{17} = () \\ () - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} & \frac{7}{5} + () = \frac{13}{5} & \frac{7}{5} - () = \frac{3}{5} \end{array}$$

4 通过口算把算式填在右面的方框里。

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{4} + \frac{1}{4} & \frac{7}{8} - \frac{3}{8} & \frac{5}{16} + \frac{3}{16} \\ \frac{7}{12} + \frac{1}{12} & \frac{8}{9} - \frac{2}{9} & \frac{14}{15} - \frac{4}{15} \\ \frac{7}{18} + \frac{5}{18} & \frac{17}{12} - \frac{11}{12} & \end{array}$$

=
 $\frac{1}{2}$
=
 $\frac{2}{3}$

5 某小学各年级学生人数分布情况如右表。

(1) 六年级学生人数占全校学生人数的几分之几?

(2) 一、二年级学生人数共占全校学生人数的几分之几?

(3) 你还能提出其他数学问题并解答吗?

一	二	三	四	五	六
$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{()}{()}$

6 计算。

$$\frac{1}{9} + \frac{5}{9} + \frac{2}{9} =$$

$$\frac{6}{11} + \frac{3}{11} + \frac{1}{11} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} =$$

$$\frac{7}{10} - \frac{1}{10} - \frac{3}{10} =$$

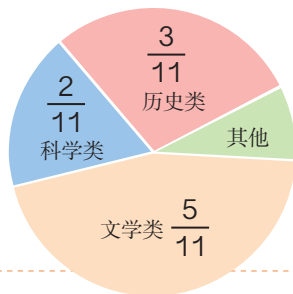
$$\frac{11}{6} - \frac{7}{6} - \frac{1}{6} =$$

$$1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{3} =$$

7 某小学图书馆中各类图书情况如右图。

(1) 历史、科学和文学类图书共占图书总量的几分之几?

(2) 其他图书占图书总量的几分之几?



8 在○里填上“>”“<”或“=”。

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{5} \bigcirc \frac{9}{10} - \frac{7}{10}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} \bigcirc \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$1 - \frac{3}{14} - \frac{4}{14} \bigcirc \frac{3}{20} + \frac{8}{20}$$

$$\frac{3}{12} + \frac{5}{12} \bigcirc \frac{1}{6} + \frac{3}{6}$$

$$\frac{3}{7} + \frac{4}{7} \bigcirc \frac{4}{11} + \frac{7}{11}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{3} + \frac{2}{3} \bigcirc 3 + \frac{1}{3}$$

9 用分母相同的分数组成算式并计算。

$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{5}{6}$
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

10 算式接龙：每一次的得数是下一个算式的第一个数。

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{7}$$

$$\text{等于} \frac{4}{7} \text{。} \frac{4}{7} + \frac{3}{7}$$

等于 $\frac{7}{7}$ ，等于 1。

$$\frac{4}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\text{等于} \frac{3}{4} \text{。} \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$



.....

11 有红、黄、蓝三条丝带。红丝带比黄丝带长 $\frac{7}{20}$ m，蓝丝带比黄丝带短 $\frac{3}{20}$ m，蓝丝带与红丝带相差多少米?

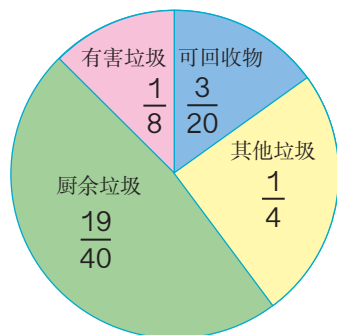
2. 异分母分数加、减法

1

某小区生活垃圾分类统计情况如右图。

(1) 有害垃圾和其他垃圾在生活垃圾中共占几分之几？

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

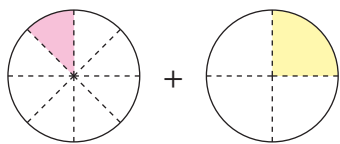


$\frac{1}{8}$ 和 $\frac{1}{4}$ 的分母不同，也就是分数单位不同，不能直接相加。怎么办呢？

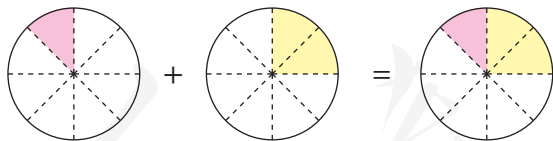
我们可以把它们通分，转化为同分母分数再相加。



分母不同的分数，要先通分才能相加。



$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} =$$



$$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8} \text{ (R)}$$

试一试： $\frac{1}{8} + \frac{3}{20} = \underline{\hspace{2cm}}$

做一做

计算。

$$\frac{5}{8} + \frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} =$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{7} =$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{8} =$$

(2) 可回收物多还是厨余垃圾多？它们的差占生活垃圾总量的几分之几？

厨余垃圾多，应该是 $\frac{19}{40} - \frac{3}{20}$ 。



$$\frac{19}{40} - \frac{3}{20} = \frac{(\quad)}{(\quad)} - \frac{(\quad)}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

讨论一下：异分母分数加、减法怎样计算？

异分母分数相加、减，先_____，再按照同分母分数加、减法进行计算。

做一做

① 先计算，再任选两题进行验算。

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{12} \\ \frac{1}{24} \end{array} \xrightarrow{+\frac{3}{8}} \begin{array}{l} \square \\ \square \\ \square \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{5}{12} \\ \frac{9}{10} \\ \frac{5}{7} \end{array} \xrightarrow{-\frac{1}{4}} \begin{array}{l} \square \\ \square \\ \square \end{array}$$

分数加、减法的验算方法与整数加、减法的验算方法相同。



② 妈妈用玉米面和黄豆面做面饼。玉米面用了 $\frac{4}{5}$ kg，黄豆面用了 $\frac{3}{4}$ kg，用的玉米面比黄豆面多多少千克？玉米面和黄豆面一共用了多少千克？

练习二十四

1 计算。

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{6} =$$

$$\frac{2}{9} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{3} =$$

$$\frac{3}{10} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{3}{7} + \frac{1}{9} =$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{5}{7} - \frac{1}{5} =$$

2 在○里填上适当的运算符号。

$$\frac{5}{8} \bigcirc \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{16}{24} \bigcirc \frac{10}{24} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{10} \bigcirc \frac{2}{10} \bigcirc \frac{1}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{9} \bigcirc \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{2}{3} \bigcirc \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{5}{6} \bigcirc \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

3 春天到了，农民伯伯给果树浇水。第一天上午浇了所有果树的 $\frac{1}{4}$ ，下午浇了 $\frac{3}{8}$ ，第二天上午浇了 $\frac{3}{10}$ ，一共浇了所有果树的几分之几？还有几分之几没浇？

4 解下列方程。

$$x + \frac{3}{7} = \frac{3}{4}$$

$$x - \frac{5}{12} = \frac{3}{8}$$

$$x - \frac{5}{6} = 1$$

$$\frac{5}{9} + x = \frac{3}{5}$$

5 下面的计算对吗？把不对的在横线上改正过来。

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{9} = \frac{2}{9} \quad () \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{7} = \frac{7}{12} \quad () \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{5} = \frac{4}{5} \quad () \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{7} = \frac{13}{14} \quad () \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

6 先计算，再想一想怎样算比较快。

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{7} =$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} =$$

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{8} =$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{9} =$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$$

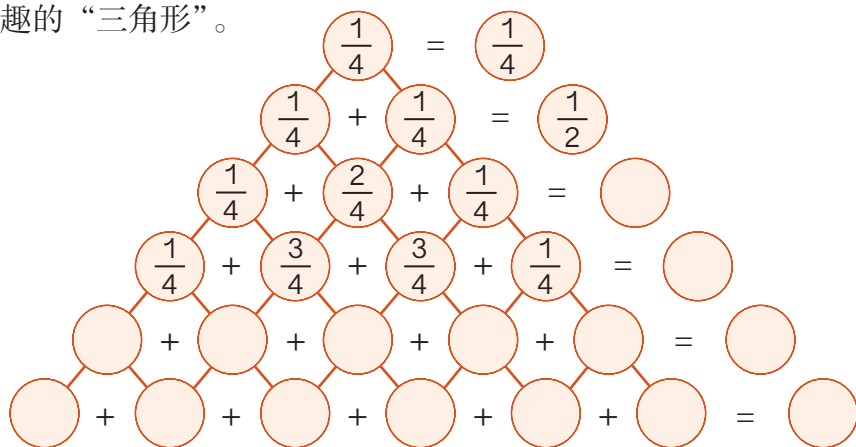
$$\frac{1}{9} + \frac{1}{10} =$$

- 7 妈妈买了一些毛线，给爸爸织毛衣用去了 $\frac{7}{10}$ ，给小红织手套用去了 $\frac{1}{20}$ 。你能提出什么数学问题并解答吗？

- 8 同桌互相出题，算一算。



- 9 有趣的“三角形”。



你发现了什么？如果从 $\frac{1}{8}$ 开始，结果会怎样？

- 10 调查班里同学出生月份的情况，填写下表。

季度	人数	占总人数的几分之几
第一季度（1、2、3月）		
第二季度（4、5、6月）		
第三季度（7、8、9月）		
第四季度（10、11、12月）		

- 用条形统计图呈现你调查的数据。
- 用分数解释你调查的结果。
- 你还能提出其他数学问题并解答吗？

3. 分数加减混合运算

1

- (1) 某森林公园植被情况如右表。
森林部分比草地部分多占公
园面积的几分之几？

植被类型	占公园面积的几分之几
乔木林	$\frac{1}{2}$
灌木林	$\frac{3}{10}$
草地	$\frac{1}{5}$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{10} - \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$



分数加减混合运算的顺序和整数
加减混合运算的顺序相同。

想一想：异分母分数混合运算，怎样通分好呢？

小红这样算：

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{3}{10} - \frac{1}{5} \\ &= \frac{5}{10} + \frac{3}{10} - \frac{1}{5} \\ &= \frac{4}{10} - \frac{1}{5} \\ &= \frac{5}{10} - \frac{2}{10} \\ &= \frac{3}{10} \end{aligned}$$

小亮这样算：

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{3}{10} - \frac{1}{5} \\ &= \frac{5}{10} + \frac{3}{10} - \frac{2}{10} \\ &= \frac{8}{10} - \frac{2}{10} \\ &= \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

你是怎样计算的？你喜欢哪种方法？

- (2) 森林和裸露地面的降水转化情况如下表。

类型	储存为地下水	地表水	其他
森林	$\frac{7}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$
裸露地面	$\frac{(\quad)}{(\quad)}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{2}{5}$

裸露地面储存的地下水占降水的几分之几？

小红这样算：

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{11}{20} - \frac{2}{5} \\ &= \frac{20}{20} - \frac{11}{20} - \frac{8}{20} \\ &= \frac{9}{20} - \frac{8}{20} \\ &= \frac{1}{20} \end{aligned}$$

小亮这样算：

$$\begin{aligned} & 1 - \left(\frac{11}{20} + \frac{2}{5} \right) \\ &= 1 - \left(\frac{11}{20} + \frac{8}{20} \right) \\ &= 1 - \frac{19}{20} \\ &= \frac{1}{20} \end{aligned}$$

他们的方法有什么不同？

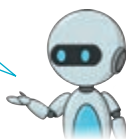
2

我们已经学过整数加法的运算律，这些运算律在分数运算中还适用吗？计算下面每组的两个算式，看看它们之间有什么关系。

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{5} \bigcirc \frac{2}{5} + \frac{3}{7}$$

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) + \frac{3}{4} \bigcirc \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \right)$$

从上面的算式中，你发现了什么规律？



根据以上计算可以发现，整数加法的交换律、结合律对于分数加法同样适用。应用运算律可以使一些分数计算变得简便。试着计算下面两题。

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{12} + \frac{7}{12}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{7} + \frac{1}{5} + \frac{2}{3}$$

做一做

1 计算。

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{12} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{9}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{5}{6} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)$$

$$\frac{7}{8} - \left(\frac{5}{12} + \frac{1}{6} \right)$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right)$$

$$\frac{9}{4} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)$$

2 用简便方法计算下面各题。

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{9}{7} + \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{5}{7}$$

3

一杯纯果汁，小乐喝了半杯后，觉得有些甜，就兑满了水。他又喝了半杯，就出去玩了。小乐一共喝了多少杯纯果汁？多少杯水？

阅读与理解

第一次：一杯纯果汁，喝了_____杯。

第二次：兑满水，又喝了_____杯。

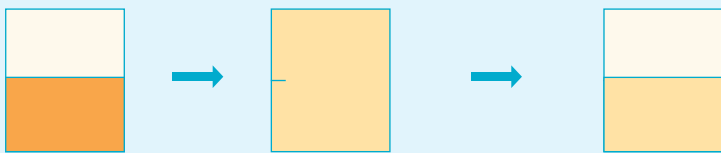
问题：一共喝了多少杯纯果汁？多少杯水？

分析与解答



第一次喝了 $\frac{1}{2}$ 杯纯果汁，第二次喝了多少杯纯果汁呢？

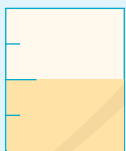
画图试一试吧。



第一次喝了 $\frac{1}{2}$ 杯纯果汁。

兑满水，水是 $\frac{1}{2}$ 杯，纯果汁还是 $\frac{1}{2}$ 杯。

又喝了 $\frac{1}{2}$ 杯。这 $\frac{1}{2}$ 杯里，一半是纯果汁，一半是水。



$\frac{1}{2}$ 杯的一半是_____杯。

第二次喝的纯果汁是_____杯，水是_____杯。

一共喝的纯果汁： $\frac{1}{2} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$ 水： $\underline{\quad}$

回顾与反思

可以怎样检验？解决这道题的关键是什么？

答：_____。

练习二十五

① 计算。

$$\frac{4}{3} - \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{10} \right)$$

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{4} - \frac{9}{14}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{6} - \frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{9} + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{1}{10} + \frac{3}{8} - \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{5} - \left(\frac{2}{15} + \frac{1}{3} \right)$$

② 小明用一根 1 m 长的铁丝围成一个三角形，量得三角形的两条边长分别为 $\frac{1}{4}$ m、 $\frac{3}{8}$ m，第三条边长多少米？这是一个什么三角形？

③ 五（1）班同学去井冈山参观学习，共用去 10 小时。其中路上用去的时间占 $\frac{1}{5}$ ，吃午饭与休息时间共占 $\frac{3}{10}$ ，剩下的是参观学习时间。参观学习时间占几分之几？

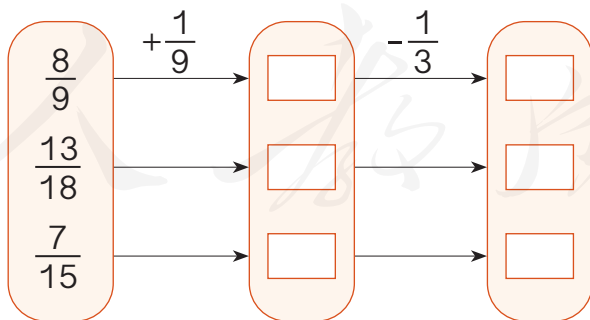


④ 在 ○ 里填上适当的运算符号。

$$\frac{2}{3} \bigcirc \frac{3}{14} = \frac{3}{14} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{4}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1}{2} + \left(\frac{4}{7} \bigcirc \frac{3}{7} \right)$$

⑤ 填数。



⑥ 一杯纯果汁，小明喝了 $\frac{1}{3}$ 杯后，兑满水又喝了一半。小明一共喝了多少杯纯果汁？多少杯水？

7 在括号里填上适当的数，使等式成立。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{(\quad)}{(\quad)} + \frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{9}{10} = \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{10} + \frac{(\quad)}{(\quad)} \right)$$

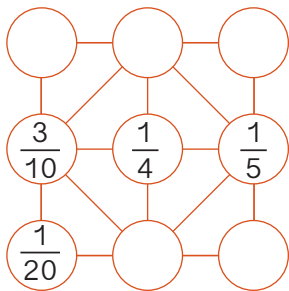
$$\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{5}{12} + \frac{3}{4} \right) = \left(\frac{1}{12} + \frac{(\quad)}{(\quad)} \right) + \left(\frac{(\quad)}{(\quad)} + \frac{(\quad)}{(\quad)} \right)$$

8* $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$ $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$

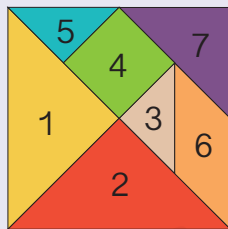
你能发现什么？用你的发现计算下面这道题。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$$

9* 在右图中的○里填上适当的数，使每个正方形四个角上的数加起来都等于1。



右图是七巧板拼成的正方形。每个图形的面积占正方形的几分之几？图形7和4共占几分之几？图形3、4、5共占几分之几？



本单元结束了，
你想说些什么？

成长小档案



我的收获：_____

我的疑问：_____



怎样通知最快

一个应急小队接到紧急任务，队长需要尽快将任务通知到15名队员。任务必须一对一进行传达，每分钟通知1人，请你帮助队长设计一个最快的通知方案。

请你提取这个实际问题的关键信息，写在下面。

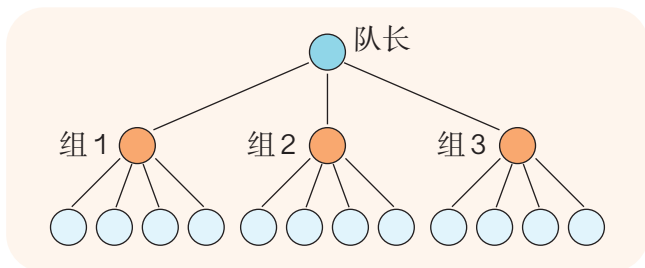
要通知的人数：_____

通知的方式及用时：_____

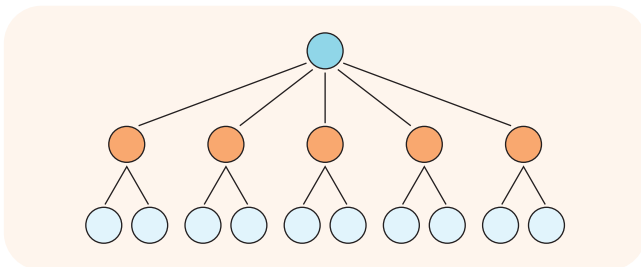
队长一个一个地通知需要15分钟，怎样设计方案能尽快通知完？



分组通知会快些。我分3组，需要（ ）分钟……



我分5组需要（ ）分钟……



想一想：是不是分的组越多，用的时间越少？还有更快的方法吗？

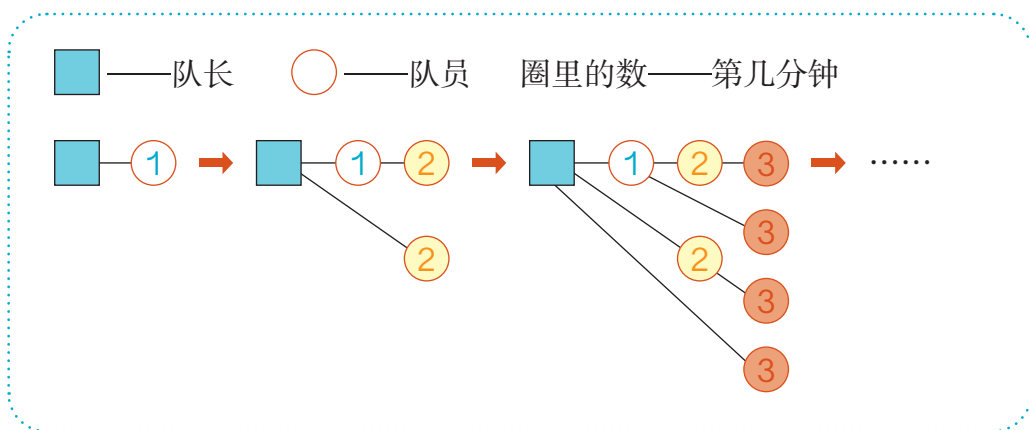
如果每个队员接到通知后都继续往下通知……



这样每个人都不空闲，应该是最快的……



用图示的方法试一试。



填写下表，看看你能发现什么规律。

第几分钟	1	2	3	4	5	…
新接到通知的队员数	1	2	4			
接到通知的队员总数	1	3	7			

- (1) 多长时间能通知到全体队员？
- (2) 按上面的方式，5分钟最多可以通知多少人？
- (3) 如果一个应急小队有 50 名队员，按上面的方式，最少花多长时间能通知到每个人？

讨论一下：回顾整个过程，你用到了哪些方法？

你制订的方案在实施中还需要做什么准备？

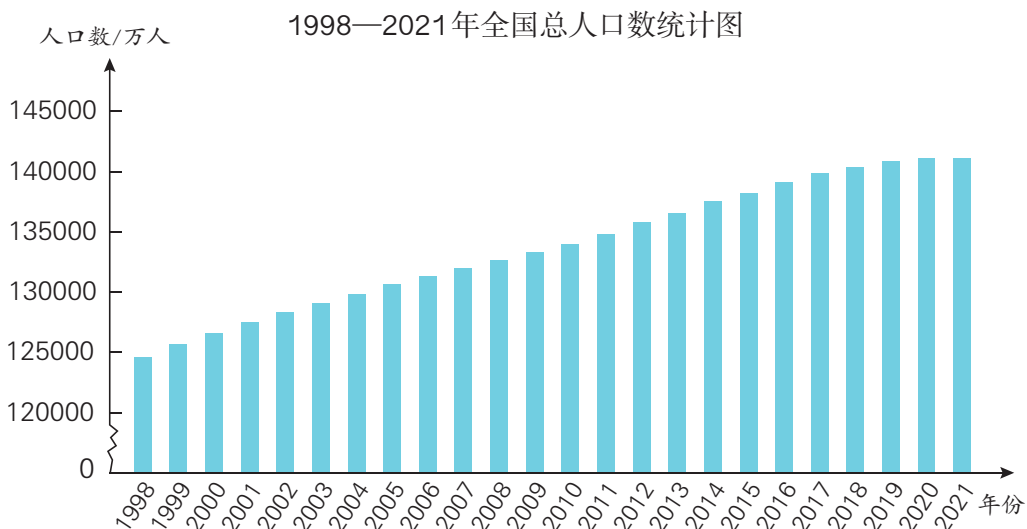
7

折线统计图

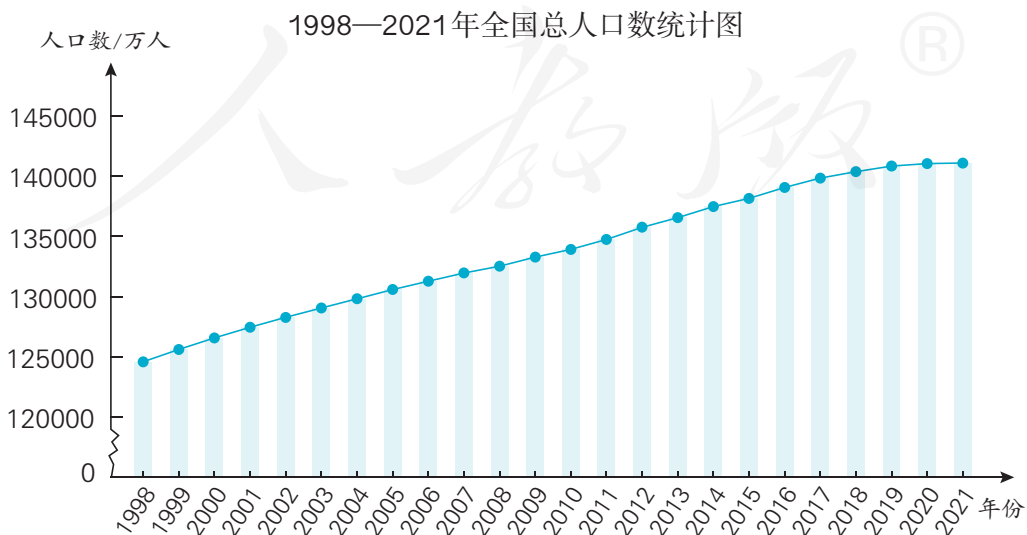
1

下面是1998—2021年全国总人口数统计情况。

年份	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
总人口数/万人	124761	125786	126743	127627	128453	129227	129988	130756	131448	132129	132802	133450
年份	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
总人口数/万人	134091	134916	135922	136726	137646	138326	139232	140011	140541	141008	141212	141260



我们还可以绘制出下面的折线统计图。



观察折线统计图，回答下面的问题。

- (1) 折线统计图的点、线分别表示什么？
- (2) 我国总人口数是怎样变化的？
- (3) 折线统计图和条形统计图有什么不同？



折线统计图用高低不同的点来表示数据的多少，通过点与点的连线能看出变化……



从折线看，我国总人口数是逐年上升的，但是上升的幅度越来越小……

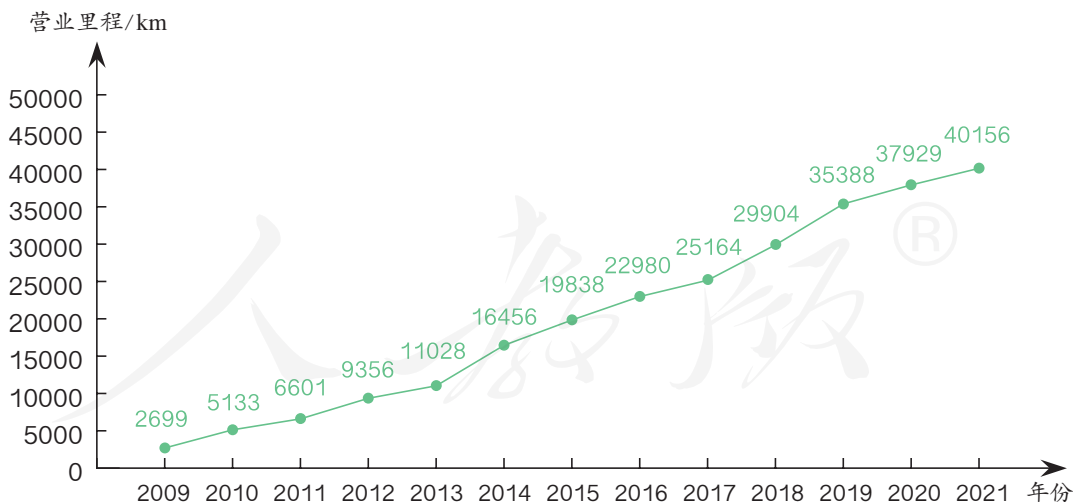
条形统计图可以直观地呈现数据的多少，折线统计图能清楚地看到数据的变化趋势。

观察总人口数变化的趋势，你有什么想法？

做一做

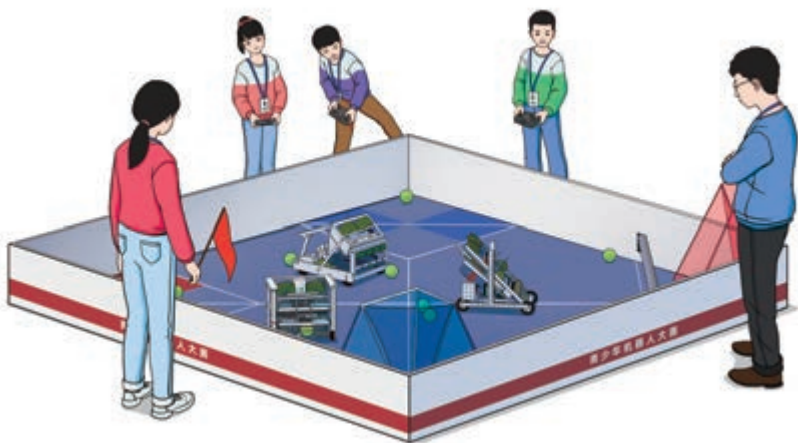
1

2009—2021年我国高铁营业里程统计图



- (1) 2009—2021年我国高铁营业里程是怎样变化的？
- (2) 哪一年比前一年的高铁营业里程增加的最多？
- (3) 从统计图中还能发现什么？

2

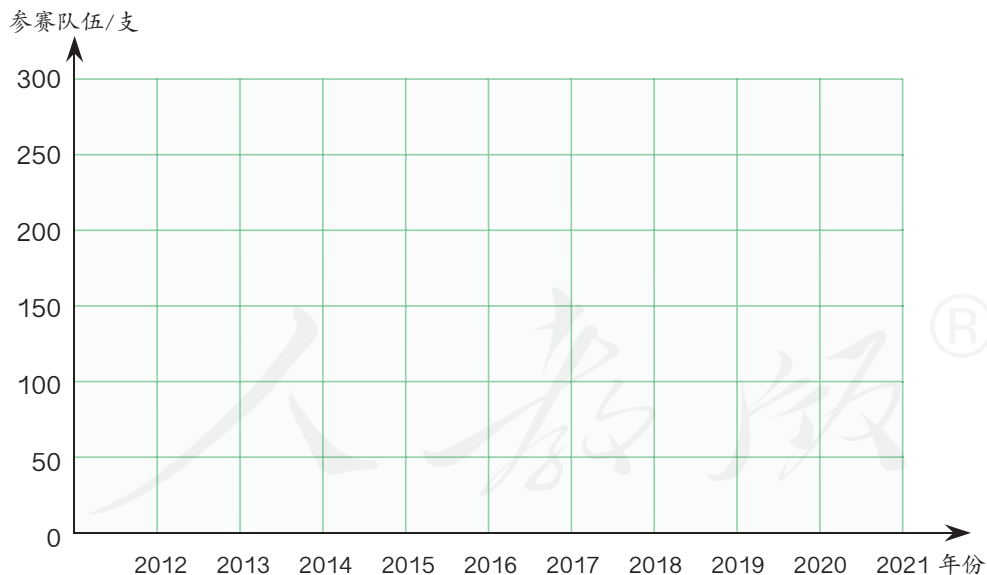


2012—2021年某地青少年机器人大赛参赛队伍数统计表

年份	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
参赛队伍/支	128	123	137	168	175	190	212	203	247	264

根据统计表中的数据绘制折线统计图，并回答下面的问题。

2012—2021年某地青少年机器人大赛参赛队伍数统计图



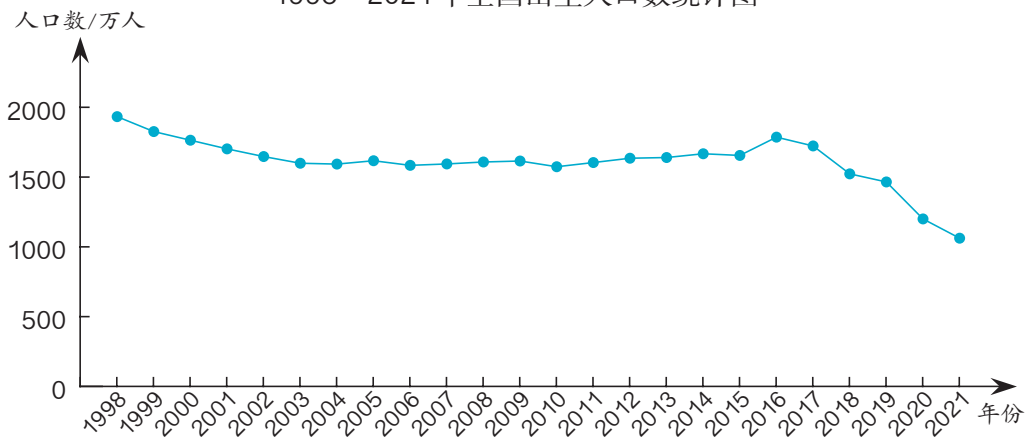
- (1) 哪一年参赛队伍最多？哪一年参赛队伍比上一年增加的最多？
- (2) 2012—2021年该地青少年机器人大赛参赛队伍的数量是怎样变化的？你有什么感想？

2

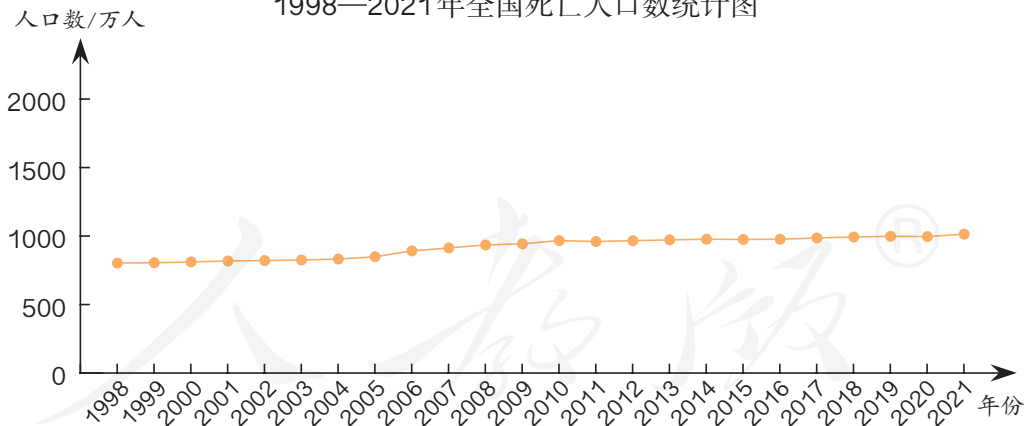
下面是 1998—2021 年全国出生人口数和死亡人口数的变化情况。

年份	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
出生人口/万人	1933	1826	1764	1702	1647	1599	1593	1617	1584	1594	1608	1615
死亡人口/万人	803	805	811	818	821	825	832	849	892	913	935	943
年份	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
出生人口/万人	1574	1604	1635	1640	1667	1655	1786	1723	1523	1465	1200	1062
死亡人口/万人	967	960	966	972	977	975	977	986	993	998	996	1014

1998—2021 年全国出生人口数统计图



1998—2021 年全国死亡人口数统计图



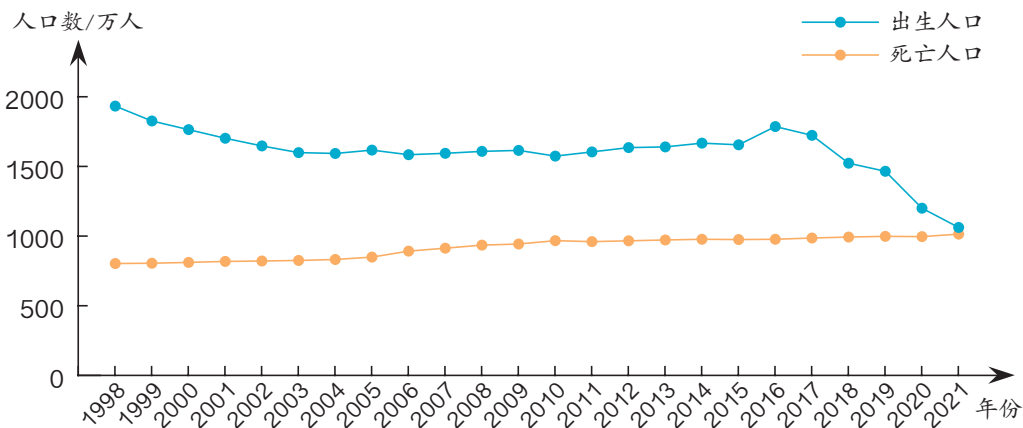
从图中可以看出，出生人口数呈下降趋势，而死亡人口数……

制成复式折线统计图进行对比，看看能不能有更多的发现。



下面是绘制好的复式折线统计图。

1998—2021年全国出生人口数和死亡人口数统计图



观察复式折线统计图，你又有何发现？

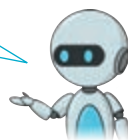


随着时间变化，上下两个点越来越靠近了……也就是出生人口数和死亡人口数的差越来越小。

按照这个趋势……



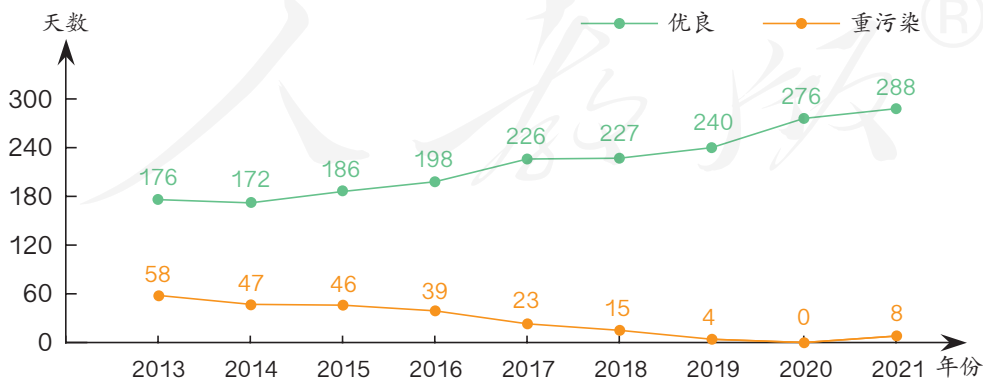
出生人口数减去死亡人口数的差是人口自然增长数。



讨论一下：数据统计和统计图对我们有什么帮助？

做一做

2013—2021年北京市空气优良和重污染天数统计图

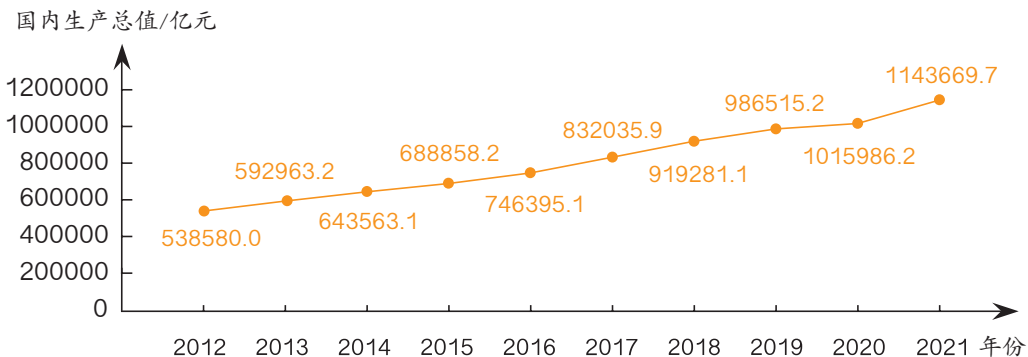


- (1) 2013—2021年北京市空气优良天数是怎样变化的？重污染天数呢？
- (2) 观察复式折线统计图，你还有什么发现？

练习二十六

1

2012—2021年我国国内生产总值（GDP）统计图



国内生产总值是衡量经济规模和发展水平的重要指标。

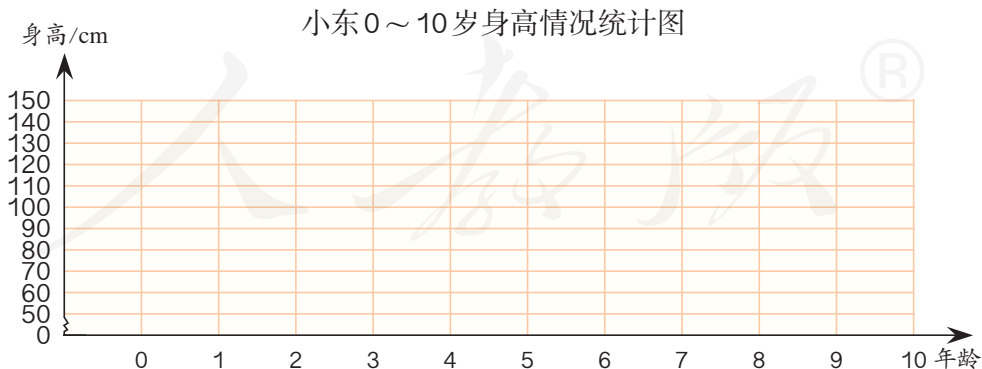
- (1) 哪一年我国国内生产总值突破了100万亿元？
- (2) 2012—2021年我国国内生产总值是怎样变化的？
- (3) 观察折线统计图，你还获得了哪些信息？



2

下表是小东0~10岁的身高情况，根据表中的数据绘制折线统计图。

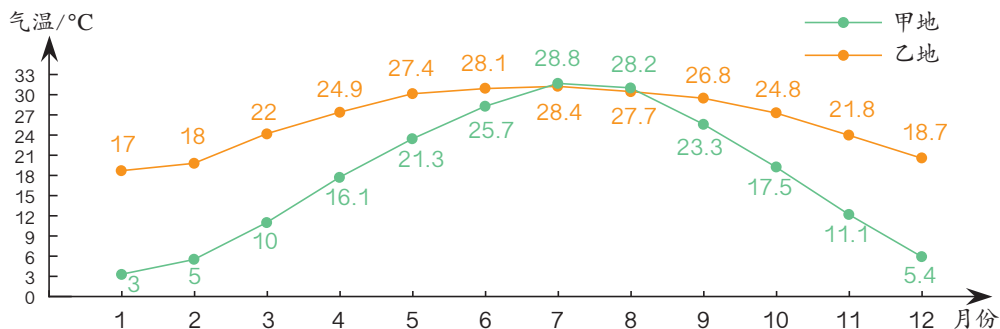
年龄	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
身高/cm	50	76	88	97	104	111	118	124	130	135	141



- (1) 小东哪一年长得最快？这一年长高了多少厘米？
- (2) 收集、整理你自己的身高数据，利用方格纸绘制折线统计图，说一说你发现了什么。

3

甲、乙两地月平均气温统计图



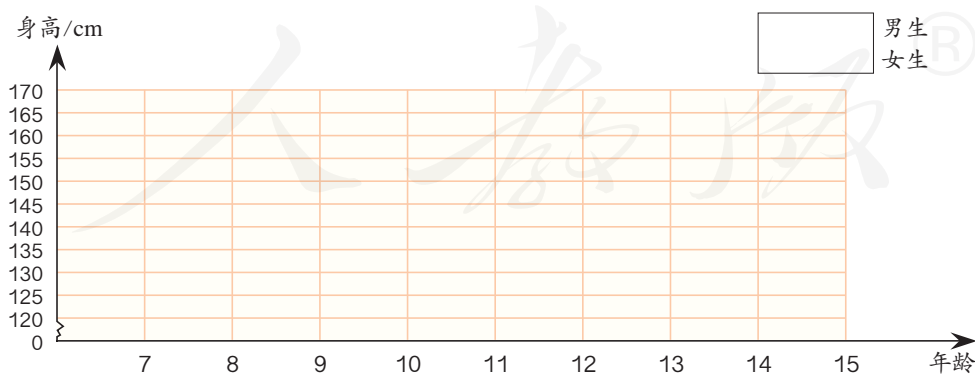
- 根据统计图，你能说一说两地一年中气温变化的趋势吗？
- 有一种树莓的生长期为5个月，适宜的生长温度为 $7\sim 10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，这种植物适合在哪个地方种植？
- 小明住在乙地，他们一家要在“十一”黄金周去甲地旅游，你认为他们应该做哪些准备？

4 下面是某地区7~15岁男生、女生平均身高统计表。

年龄	7	8	9	10	11	12	13	14	15
男生身高/cm	125	132	136	140	145	152	160	166	170
女生身高/cm	123	128	135	141	147	153	156	158	160

请你根据表中的数据，绘制复式折线统计图。

某地区7~15岁男生、女生平均身高统计图



- 比较男生和女生的身高变化，你能得出什么结论？
- 把你的身高与对应的平均值作比较，你有什么想法？

5 小组讨论：下面两组数据分别用条形统计图还是折线统计图表示更合适？

(1) 某学校五年级学生“五一”度假方式统计如下。

度假方式	探亲访友	在家休息	旅游	其他
男生人数	150	157	163	167
女生人数	152	156	157	158

(2) 2014—2021年全国生活用水量统计如下。(单位：亿立方米)

年份	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
用水量	767	794	822	838	860	872	863	909

6 在报纸、杂志或者图书上找出一些折线统计图(包括复式的), 贴在下面。

(1) 说一说统计图表达的意思。

(2) 可以用其他形式的统计图呈现这些数据吗? 为什么?

7 小组合作调查一项你们感兴趣的事例, 用统计表、统计图将统计的结果呈现出来, 并说一说你能从数据中发现什么。

本单元结束了,
你想说些什么?

成长小档案



我的收获: _____

我的疑问: _____

8

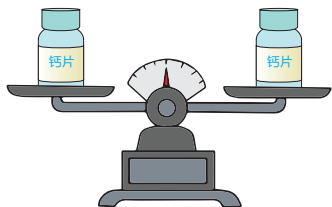
数学广角——找次品

1

有3瓶钙片，其中1瓶少了3片，看作次品。
你能设法把它找出来吗？



我用手掂了掂，
掂不出来。

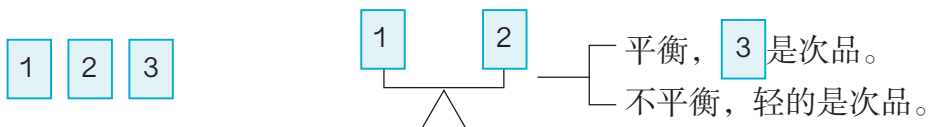


可以用天平
称一称。



如果天平平衡，剩下的一瓶就是次品。如果天平不平衡，哪瓶是次品？
不实际称，你能想办法把用天平找次品的过程清楚地表示出来吗？

用 代表钙片，可以这样记录。

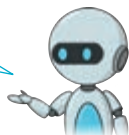


想一想：如果用天平称，需要称几次才能找到次品？

2

8个零件里有1个是次品（次品重一些）。假如用天平称，至少称几次
能保证找出次品？

“至少称几次能保证找出次品”是
指能保证找出次品的最少次数。

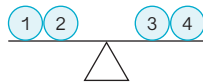
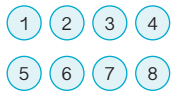


你打算怎样表示找次品的过程？

用○表示零件。



可以这样记录。



平衡，再各放……
不平衡，重的……

将探索的情况填入下表。

分成的份数	每份的数量	至少要称的次数
4	(2, 2, 2, 2)	3

- (1) 表中哪种方法需要称的次数最少？
- (2) 如果9个零件中有1个次品（次品重一些），至少称几次能保证找出次品？你是怎么称的？
- (3) 你能发现什么？用你发现的方法找出10个、11个零件中的1个次品（次品重一些），看看是不是保证找出次品的次数也是最少的。

你知道吗？

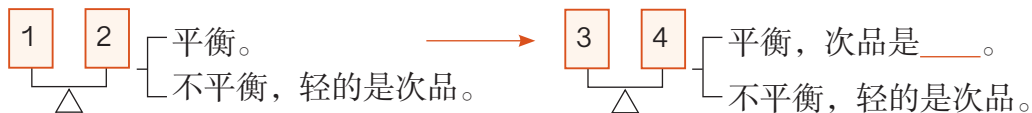
用天平找次品时，所测物品数目与保证能找出次品至少需要称的次数有以下关系。（只含1个次品，已知次品比正品重或轻。）

要辨别的物品数目	保证能找出次品至少需要称的次数
2~3	1
4~9	2
10~27	3
28~81	4
82~243	5
……	……

从表中你能发现什么规律？为什么？

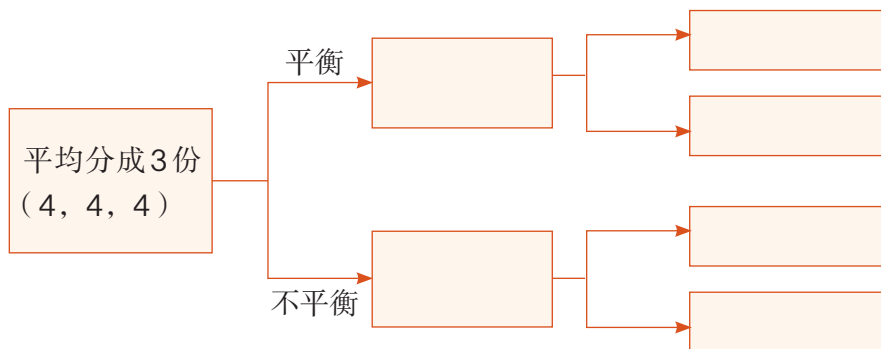
练习二十七

- ① 5瓶钙片中有1瓶是次品（轻一些），完成下面找次品的过程。



至少要称_____次。

- ② 有28瓶水，其中27瓶质量相同，另有1瓶是盐水，比其他的水略重一些。假如用天平称，至少称几次能保证找出这瓶盐水？
- ③ 有15盒饼干，其中14盒质量相同，另有1盒少了几块。假如用天平称，至少称几次能保证找出这盒饼干？
- ④ 1箱糖果有12袋，其中11袋质量相同，另有1袋质量轻一些。假如用天平称，至少称几次能保证找出这袋糖果？



- ⑤ 有3袋白糖，其中2袋每袋500 g，另1袋不是500 g，但不知道比500 g重还是轻。你能用天平找出来吗？

本单元结束了，
你想说些什么？

成长小档案



我的收获：_____

我的疑问：_____

9

总复习

成长小档案



这学期学习有什么收获？
请你用自己的方法整理一下。

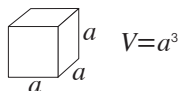
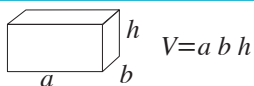
分数单位是认识分数、进行分数
加减法计算的基础。

$\frac{3}{8}$ 里面有3个 $\frac{1}{8}$ 。

$$11 \div 6 = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6} \quad \frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

探究得出了长方体、正方体表面积
和体积的计算方法。



描述旋转时要说清所绕的点、旋
转的方向和角度。



会判断一个数是不是2、5、3的
倍数。

从下列各数中找出3的倍数。

219 512 329

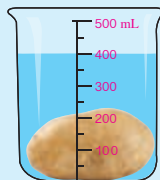
学习中最有收获的事情是什么？



很多整数的知识也适用
于分数，数学知识之间
真是有很多联系啊！

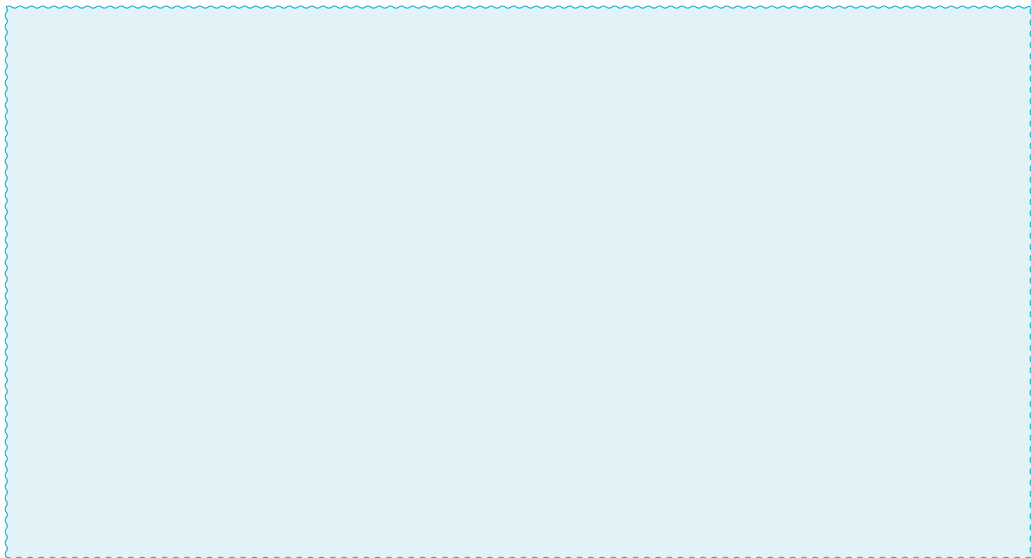
$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{1}{4} = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) + \frac{5}{6}$$

实验、操作的方
法在数学学习中
也很有用！

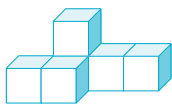


1 (1) “因数和倍数”单元最基本的概念是什么？请写在下面的框里，并举例说明。

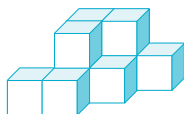
(2) 你能从基本概念出发，把有关联的知识整理成一个图吗？



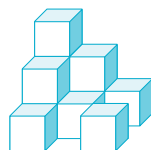
2 下面3个几何体都是用棱长 1cm 的小正方体摆成的。



①

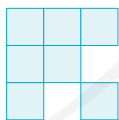


②

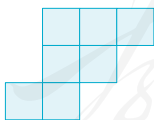


③

(1) 下面的图形分别是哪个几何体从上面看到的？将序号填在括号里。



()



()



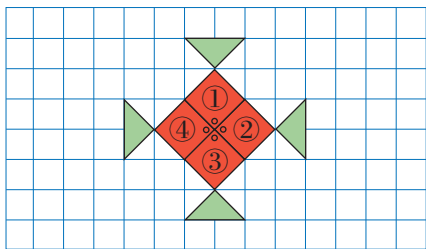
()

(2) ①、②、③的体积分别是多少？①的体积是③的体积的几分之几？

(3) 如果要把①、②、③分别继续补搭成一个大正方体，每个几何体至少还需要多少个小正方体？说一说你的思路。

(4) 你还能提出其他数学问题并解答吗？

3

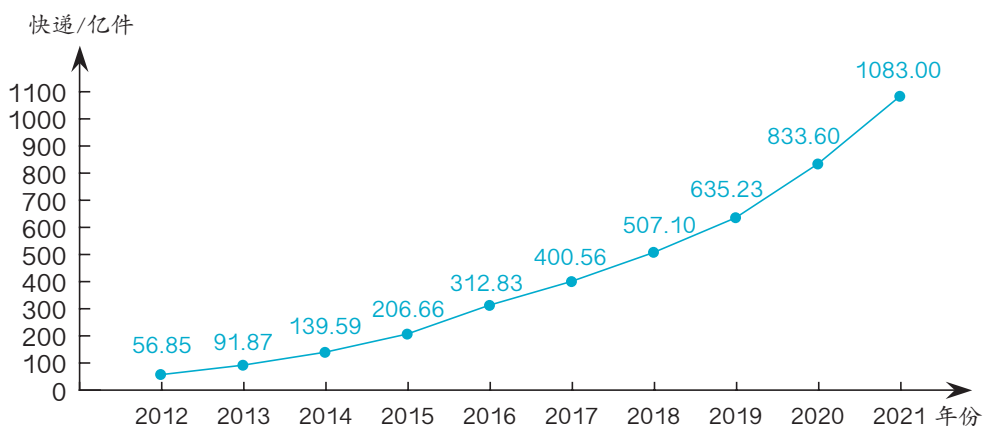


(1) 说一说图①可以通过怎样的运动得到图②、图③、图④。

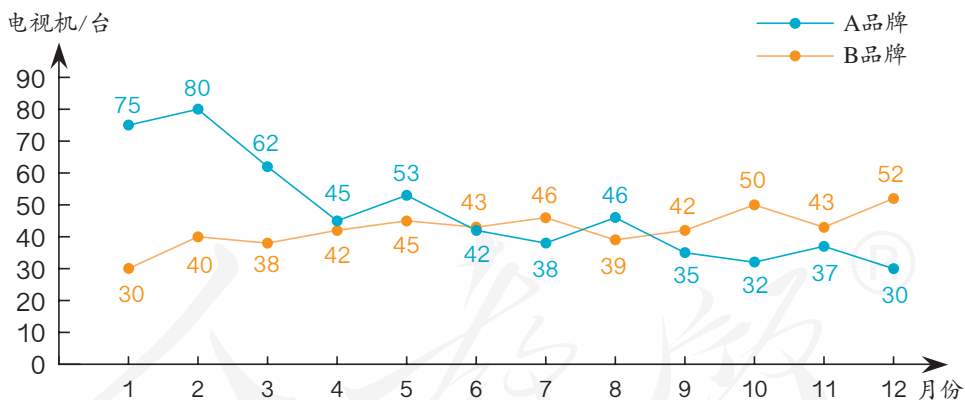
(2) 图中绿色部分占整个图案的几分之几？红色部分占整个图案的几分之几？红色部分比绿色部分多占整个图案的几分之几？

4

2012—2021年全国快递业务量统计图



某家电商场 A、B 两种品牌电视机 2021 年月销售量统计图



(1) 观察这两个折线统计图所呈现的数据，说一说折线统计图适合呈现数据的什么情况。

(2) 2012—2021年我国快递业务数量是怎样变化的？

(3) 如果你是商场经理，你能从上面的复式折线统计图中得到哪些信息？这些信息对你有什么帮助？

练习二十八

- 1 下面哪些数是2的倍数？哪些是3的倍数？哪些是5的倍数？哪些是质数？哪些是合数？哪些是奇数？哪些是偶数？说一说你是怎样判断的。

56 79 87 195 204 630 22 31 57 65 78 83

- 2 判断下面的说法是否正确，并说一说你的理由。

- (1) 两个合数相乘，积还是合数。
- (2) 两个不同质数的公因数只有1。
- (3) 一个数的因数一定比它的倍数小。
- (4) 两个数的最小公倍数是这两个数最大公因数的倍数。
- (5) 最小的质数是1。

- 3 找出下面每组数的最大公因数和最小公倍数，以其中一组为例，说一说你是怎样找到的。

4和5 6和16 15和20 10和8 3和9

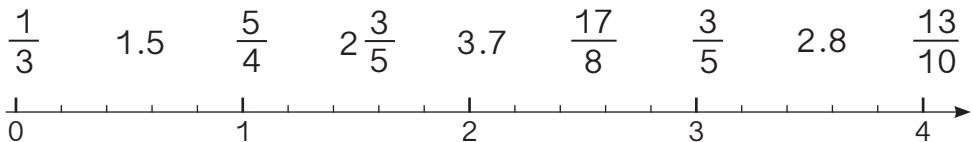
- 4 食品店有70多个松花蛋。如果把它们装进4个一排的蛋托中，正好装完；如果把它们装进6个一排的蛋托中，也正好装完。一共有多少个松花蛋？

- 5 (1) 把4 m长的绳子平均剪成5段，每段长_____m，每段绳子是全长的_____。

- (2) 1985年第二次大熊猫调查结果显示，全国共有1114只野生大熊猫。2015年第四次大熊猫调查结果显示，全国共有1864只野生大熊猫，其中1387只生活在四川。第二次调查到的野生大熊猫数量是第四次调查数量的_____；根据第四次调查，生活在四川的野生大熊猫占有所有野生大熊猫数量的_____。



- 6 用直线上的点表示下面各数，哪个数最接近2？



- 7 先填空，再把各数按从小到大的顺序排列起来。

$\frac{2}{7} = \frac{(\quad)}{21}$ $\frac{9}{12} = \frac{3}{(\quad)}$ $5 \div 3 = \frac{(\quad)}{(\quad)} = 1\frac{(\quad)}{(\quad)}$ $2 = \frac{(\quad)}{(\quad)}$

- 8 下列分数中哪些是最简分数？把不是最简分数的化成最简分数，并说一说化简的依据。

$\frac{6}{8}$ $\frac{36}{16}$ $\frac{10}{21}$ $\frac{30}{45}$ $\frac{12}{25}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{72}{6}$

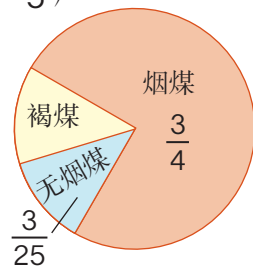
- 9 计算。

$\frac{3}{10} + \frac{7}{10}$ $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$ $\frac{4}{7} - \frac{1}{3}$ $\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$
 $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$ $\frac{2}{3} + \frac{7}{9}$ $7 - \frac{5}{3}$ $6 - (\frac{3}{4} - \frac{2}{5})$

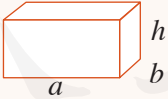
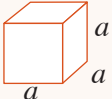
- 10 中国煤炭资源的种类较多，具体构成如右图。

(1) 褐煤占煤炭总量的几分之几？

(2) 你还能提出其他数学问题并解答吗？



- 11 填写下表。

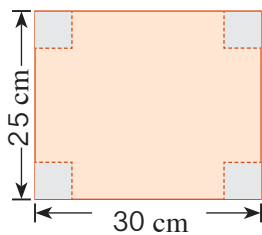
名称	图形及条件	表面积	体积
长方体		$S =$	$V =$
正方体		$S =$	$V =$

- 12 (1) 举例说明 1cm^3 、 1dm^3 、 1m^3 各有多大，1L、1mL 的水大约有多少。

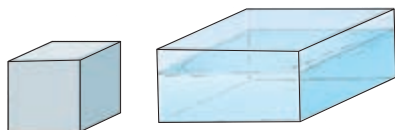
(2) $1\text{m}^3 =$ _____ dm^3 $700\text{dm}^3 =$ _____ m^3 $81\text{cm}^3 =$ _____ mL

$1\text{L} =$ _____ dm^3 $2.3\text{dm}^3 =$ _____ cm^3 $560\text{mL} =$ _____ L


- 13 一块长方形铁皮（如右图），从四个角各切掉一个边长5 cm的正方形，然后做成无盖盒子。这个盒子用了多少铁皮？它的容积有多大？

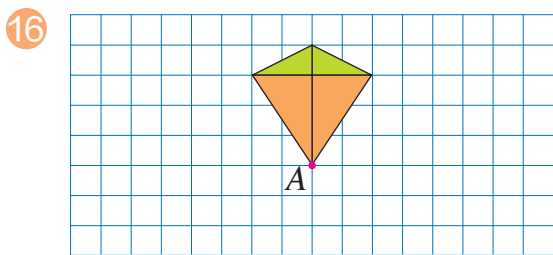


- 14 一个长方体的玻璃缸，长8 dm，宽6 dm，高4 dm，水深2.8 dm。如果竖直放入一块棱长为4 dm的正方体铁块，缸里的水会溢出多少升？



- 15 用4个  摆一摆。

- (1) 如果从左面看到的图形是 ，这4个小正方体可能是怎样摆放的？
 (2) 请你再给出从另一个方向看到的图形，让同桌猜一猜4个小正方体是怎样摆放的。

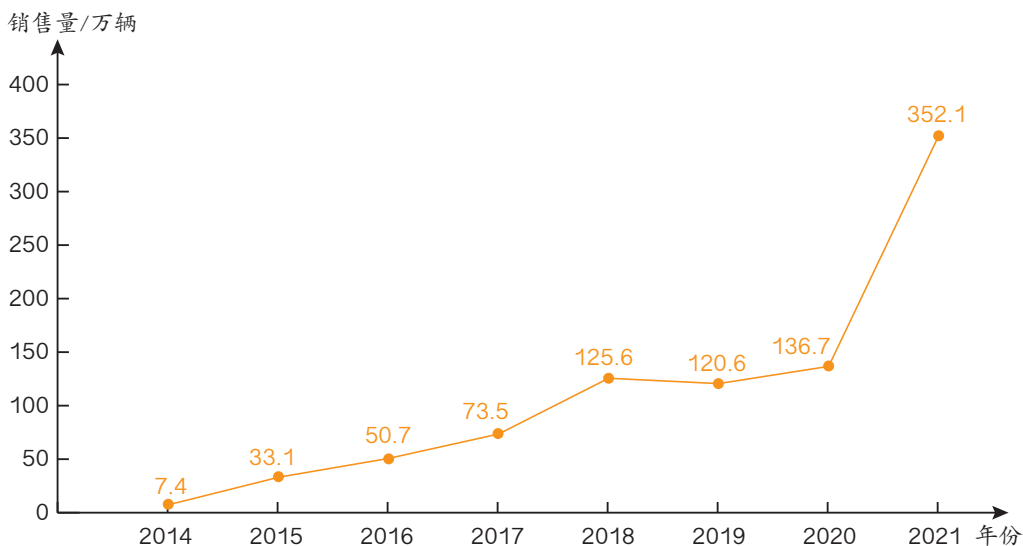


- (1) 画出“风筝”绕点A旋转 90° 后的图形（只画出轮廓线）。
 (2) 说一说你是怎样旋转并画出图形的。

- 17 北京2022年冬奥会和冬残奥会上，国家游泳中心“水立方”完美化身为“冰立方”，成为世界首座完成“水冰转换”的奥运场馆。作为冰壶比赛的场馆，“冰立方”改造出4条达到国际最高标准的冰壶赛道，每条赛道长44.5 m，宽4.32 m。由于冰壶比赛对冰面的要求非常高，所以必须经过多次细致的洒水，赛道上厚度约为80 mm的冰层才能完美地呈现出来。你知道大约需要洒多少升水吗？（0.9 L水可以转化为1 L的冰。用计算器计算。）

18

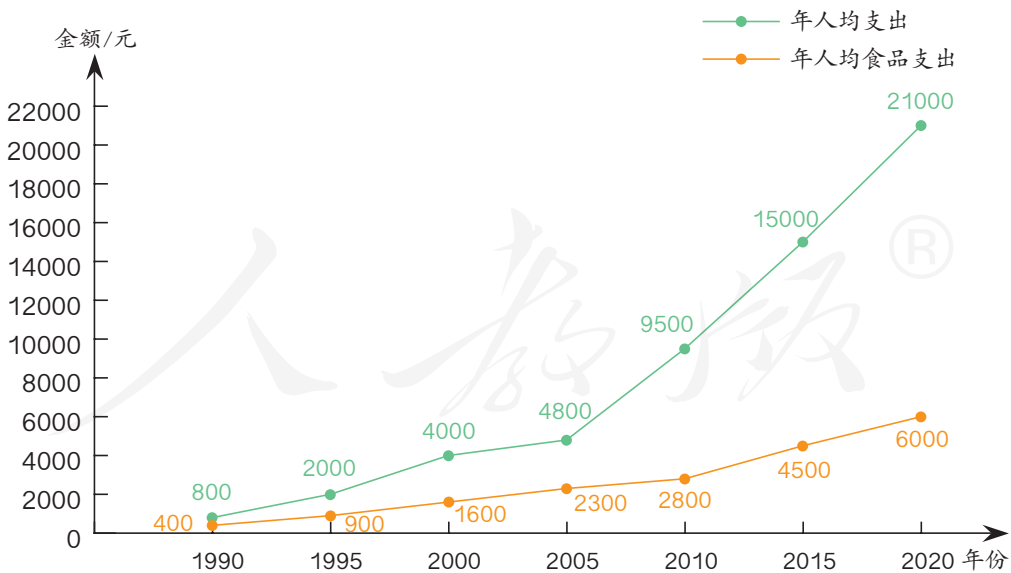
2014—2021年全国新能源汽车销售量统计图



- (1) 2014—2021年全国新能源汽车销售量是怎样变化的?
- (2) 请你预测下一年全国新能源汽车的销售量。
- (3) 观察折线统计图, 你还能获得哪些信息?

19

某地区1990—2020年年人均支出和年人均食品支出统计图



- (1) 1990—2020年该地区年人均支出和年人均食品支出是怎样变化的?
- (2) 观察复式折线统计图, 你还能发现什么?



同学们，这学期要结束了，给自己的表现画上小红花吧！

学习表现	红花	红花	红花
喜欢学习数学			
愿意参加数学活动			
上课专心听讲			
积极思考 老师提出的问题			
主动举手发言			
发现并提出数学问题			
愿意和同学讨论 学习中的问题			
敢于把自己的想法 讲给同学听			
认真完成作业			

你觉得自己还应该哪些方面更努力些？

附页

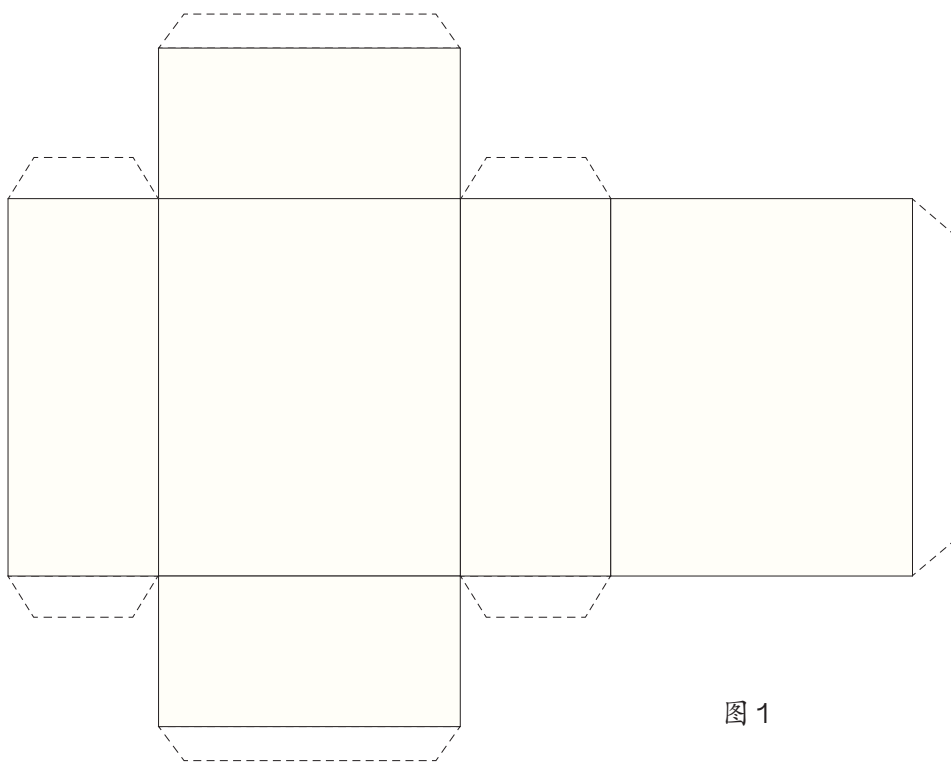


图1

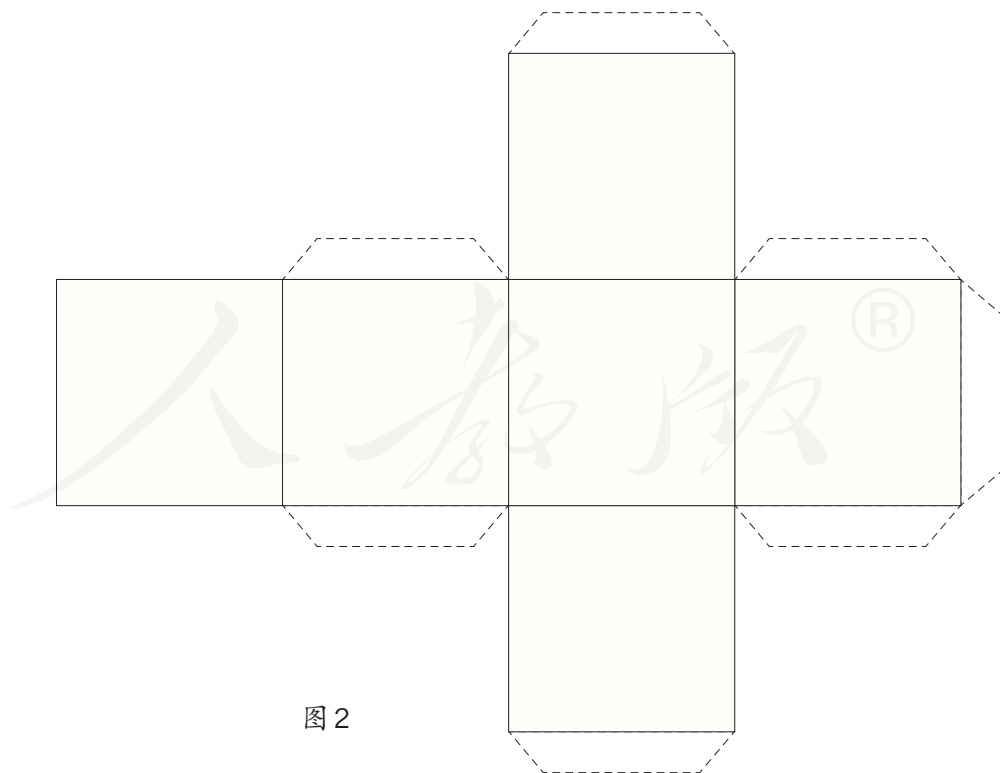


图2

后 记

本册教材是在依据《义务教育数学课程标准（2011年版）》编写的《义务教育教科书数学五年级下册》（2014年版）基础上修订的，修订重点是对文字和插图进行了优化组合，对插图进行了重绘，2022年经国家教材委员会专家委员会审核通过。

在此，对中央美术学院小学数学教材插图绘制团队和其他对插图重绘工作提供过帮助与支持的社会各界朋友，表示深深的敬意和诚挚的谢意！

我们真诚地希望广大教师、学生和家长对教材提出意见和建议，以便不断提高教材质量。

联系方式：

电 话 010-58758313

电子邮件 jcfk@pep.com.cn

中小学教材意见反馈平台 jcyjfk.pep.com.cn

人民教育出版社 课程教材研究所
小学数学教材编委会

2022年12月

人 教 版[®]



YIWU JIAOYU JIAOKESHU
SHUXUE

数学

五年级 下册

人教版®



绿色印刷产品

ISBN 978-7-107-37173-8



9 787107 371738 >

定价： 元